

第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設 x 為實數，且 $1 < x < 4$ ，使得 $2^x + 2^{\frac{1}{2}}$ 為整數的 x 值有幾個？
 - (1) 0 個
 - (2) 2 個
 - (3) 7 個
 - (4) 14 個
 - (5) 無窮多個

2. 下列各數中哪一個數最大？
 - (1) $\log 3 + \log 5 + \log 7$
 - (2) $\log 3 \times \log 5 \times \log 7$
 - (3) $\log_9 3 + \log_9 5 + \log_9 7$
 - (4) $\log_9 3 \times \log_9 5 \times \log_9 7$
 - (5) 2

3. 設複數 z 滿足 $z - \bar{z} = 1 + 6i$ ，其中 \bar{z} 是 z 的共軛複數而 $i^2 = -1$ ，則 z 是下列哪一個方程式的解？
 - (1) $x^2 + 2x + 5 = 0$
 - (2) $x^2 - 2x + 5 = 0$
 - (3) $x^2 + 2x + 10 = 0$
 - (4) $x^2 - 2x + 10 = 0$
 - (5) $x^2 - 4x + 13 = 0$

4. 在 $-1 \leq x \leq 1$ 的條件下， $(0.5)^{-2x^2+2x+1}$ 的最小值為何？

- (1) $\frac{1}{8}$
- (2) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- (3) $\frac{1}{2}$
- (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (5) $\sqrt{2}$

5. 已知函數 $f(x) = 4x^3 - 21x^2 + 36x - 15$ ，則 $f(2 + \sqrt{3})$ 之值為何？

- (1) $24 - 14\sqrt{3}$
- (2) $18 - 16\sqrt{3}$
- (3) $14 + 12\sqrt{3}$
- (4) $26 + 18\sqrt{3}$
- (5) $38 + 26\sqrt{3}$

6. 二次函數 $f(x) = ax^2 - 4ax + 3$ 與 x 軸交於 A 、 B 兩點，若 $\overline{AB} = 6$ ，則 a 之值為何？

- (1) -3
- (2) $-\frac{1}{2}$
- (3) $-\frac{1}{3}$
- (4) $-\frac{3}{4}$
- (5) $-\frac{3}{5}$

7. 下表為常用對數表 $\log_{10} N$ 的一部分：

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1355	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014

請問 1.27^{20} 的值最接近下列哪一個選項？

- (1) 100
- (2) 120
- (3) 140
- (4) 1000
- (5) 1100

二、多選題（占 25 分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

8. 已知數線上兩點 $A(2)$ 、 $B(4)$ ，設 P 是數線上異於 A 、 B 的一點，若 $\overline{PA} = a$ 、 $\overline{PB} = b$ ，下列敘述哪些必定正確？
- (1) $a+b$ 可能等於 3
 - (2) $a-b$ 可能等於 3
 - (3) $a+b$ 是有理數
 - (4) $a-b$ 是有理數
 - (5) 若 a 是有理數，則 b 是有理數

9. 下列哪些方程式恰有兩個實數解？

(1) $\log_2 x = x + 1$

(2) $2^x = x + 1$

(3) $2^{-x} = x^2$

(4) $x^4 - x^2 - 1 = 0$

(5) $x^3 + x^2 + x - 2 = 0$

10. 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，其中 a 、 b 、 c 為有理數。若 $f(2+i) = 0$ ，則下列哪些選項正確？

(1) $f(2-i) = 0$

(2) $f(1-i) \neq 0$

(3) $f(\sqrt{2}) \neq 0$

(4) $f\left(-\frac{2}{3}\right) \neq 0$

(5) 函數 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸恰有一個交點

11. 設 $f(x)$ 是三次多項式，且 $f(x)$ 的最高次項係數為 1。若 $f(x)$ 除以 $x^2 + x - 2$ 的餘式為 $3x + 3$ ， $f(x)$ 除以 $x^2 - x + 1$ 的餘式為 $6x - 5$ ，請選出正確的選項。

(1) $f(1) = 6$

(2) $f(-1) = 0$

(3) $f(0) > 0$

(4) 方程式 $f(x) = 0$ 恰有一個實根

(5) 方程式 $f(x) = 3x^2$ 有一個負實根

12. 設函數 $f(x) = \frac{5^x - 5^{-x}}{5^x + 5^{-x}}$ ，其中 x 是實數。下列關於 $f(x)$ 的敘述哪些是正確的？

- (1) 若 $f(x) = 0$ ，則 $x = 0$
- (2) $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{2}{3}$
- (3) 對於任意的實數 a ，必有 $-1 < f(a) < 1$
- (4) $f(x)$ 的圖形對稱於原點
- (5) $f(x)$ 是遞增函數

第貳部分：選填題（占 40 分）

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(13-33)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設 k 為正整數，若 $\sqrt{19+k\sqrt{3}} + \sqrt{19-k\sqrt{3}}$ 也是正整數，則 k 之值為 ⑬。

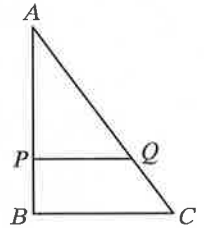
B. 設 $y = 4 \log_2 x + 9 \log_x 2$ ，在 $0 < x < 1$ 的限制之下，已知在 $x = a$ 時， y 有最大值 b ，則

$a = \frac{\sqrt{⑭}}{⑮}$ ， $b = \underline{⑰⑱}$ 。(化成最簡根式)

C. 不等式 $|2x+9| + 3|x-5| \leq 20$ 的解為 $a \leq x \leq b$ ，則 $a = \underline{⑲}$ ， $b = \frac{\underline{⑳㉑}}{\underline{㉒}}$ 。(化成最簡分數)

D. 使 6^n 是 11 位數的自然數 n 共有 ⑳ 個， n 的所有值總和為 ㉔㉕。

E. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{BC} = 3$ 、 $\overline{AC} = 5$ 。P、Q 分別是 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上的動點，且 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 。設 $\triangle APQ$ 的面積為 a 、梯形 $PBCQ$ 的面積為 b ，如果要讓 $a^2 + b^2$ 有最小值，則線段 \overline{AP} 的長度為 ㉖ $\sqrt{27}$ 。(化成最簡根式)



F. 地震發生後，新聞報導常以「相當幾顆原子彈」來描述此次地震的能量大小。已知芮氏地震規模 r 與能量大小 E 的關係為 $r = \log(a \times E^b)$ ，其中 a 、 b 為常數。某次新聞報導芮氏地震規模 6.4 與 6.7 的地震，其能量大小分別相當 2 顆與 5 顆原子彈，則依此資料，能量大小相當 40 顆原子彈的地震，其芮氏地震規模約為 ㉘.㉙。(四捨五入到小數點以下第一位)

G. 設 α 、 β 是方程式 $x^2 - (k+3)x + 4k = 0$ 的兩個實根， k 是實數，若 $\alpha^2 + \beta^2 = 17$ ，則 $\alpha\beta$ 的值為 ㉚㉛。

H. 已知 $f(x)$ 為一實係數三次多項式且 $f(1) = f(-1) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$ 、 $f(4) = -12$ ，若 α 是有理數且 $f(\alpha) = 0$ ，則 $\alpha = \frac{\text{㉜}}{\text{㉝}}$ 。(化成最簡分數)

參考公式及可能用到的數值

1. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$
2. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$