

# 109 學年度學科能力測驗

## 全真模擬試題(A 卷)

### 數學考科

測驗範圍：高中數學一、二年級

#### 作答注意事項

考試時間：100 分鐘

題型：

- 單選題共 6 題
- 多選題共 7 題
- 選填題共 7 題

作答方式：將答案填入卷末之答案欄中

註：此份試題本為模擬學科能力測驗之測驗形式，作答方式仍以未來實際之測驗形式為準。

※請聽從指示後才翻頁作答



版權所有  
請勿翻印

第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、 單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，將答案填入卷末之答案欄中。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

- ( ) 1、若  $n = \log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{2}}$ ，則實數  $n$  之值為何？ (1)-3 (2)1 (3)2 (4)3 (5)8
- ( ) 2、坐標平面上， $O$  為原點， $\theta$  為第三象限角， $P(-6, x)$  為  $\theta$  終邊上一點，且  $\overline{OP} = \sqrt{61}$ ，則  $\tan \theta = ?$  (1) $\frac{1}{2}$  (2) $-\frac{6}{5}$  (3) $-\frac{5}{6}$  (4) $\frac{6}{5}$  (5) $\frac{5}{6}$
- ( ) 3、設  $x, y \in \mathbb{R}$ ，且  $\sqrt{(x-2)^2 + (y+3\pi)^2} - \sqrt{(x + \tan 37^\circ)^2 + (y-0.5)^2} = 0$ ，則  $(x, y)$  形成的圖形為 (1)橢圓 (2)圓 (3)直線 (4)長方形 (5)拋物線
- ( ) 4、坐標平面上， $O$  為原點，已知  $A(3, -1), B(1, 2)$ ，若  $C(x, y)$  滿足  $\overrightarrow{OC} = \alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB}$  其中  $\alpha, \beta$  為實數且  $\alpha + \beta = 1$ ，試問動點  $C$  滿足的方程式為何？  
(1) $x+2y=16$  (2) $3x+2y=7$  (3) $2x+3y=9$  (4) $2x-y=16$  (5) $2x-3y=9$
- ( ) 5、利用反方陣解矩陣方程式的方法運用在密碼學中，首先用矩陣將英文字母編碼，例如：  
 $a$  以  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  表之， $b$  以  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$  表之，……， $z$  以  $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$  表之，而單字“box”以  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$  表之，餘類推。今為了保密將某英文單字以矩陣  $A$  表示並加密後再傳出，方法如下：選取兩個二階方陣  $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$  與  $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ，計算  $(B+2C)A$  後，再傳出，假設收到的內容為矩陣  $\begin{bmatrix} 8 & 13 & 14 \\ 20 & 32 & 35 \end{bmatrix}$ ，則原單字為何？ (1)cat (2)cow (3)dog (4)pig (5)fox

- ( )6、設  $x, y, z \in \mathbb{R}$ ，滿足  $\begin{cases} 3x+2y+z=0 \\ 2x-y-z=0 \end{cases}$ ，且  $xyz \neq 0$ ，求  $\frac{5x+y+5z}{2x+3y-z}$  之值為何？
- (1)  $\frac{1}{3}$  (2) 5 (3)  $-\frac{1}{2}$  (4) -4 (5)  $-\frac{7}{4}$

## 二、多選題 (占 35 分)

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，將答案填入卷末之答案欄中。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- ( )7、下列關於函數的敘述，哪些正確？

- (1) 對任意正實數  $x, x \neq 2$  而言， $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-2}$  的值恆大於或等於 3
- (2) 對任意非零實數  $x$  而言， $f(x) = x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$  的值恆大於或等於 3
- (3) 對任意實數  $x$  而言， $f(x) = 2x^2 + 4x + 4$  的值恆大於或等於 3
- (4) 對任意實數  $x$  而言， $f(x) = 3(x-2)^4 + 3$  的值恆大於或等於 3
- (5) 對任意實數  $x$  而言， $f(x) = 2^{|x|} + 2$  的值恆大於或等於 3

- ( )8、下列各組數，何者可以表成一個三角形的三高？

- (1) 1, 2, 3 (2) 2, 3, 4 (3) 2, 3, 5 (4) 3, 4, 5 (5) 3, 4, 7

- ( )9、已知方程組  $\begin{cases} x-2y+z=a \\ x-9y+5z=b \\ 2x+3y-2z=c \end{cases}$ ，則下列哪個選項之  $a, b, c$  可使此方程組有解？

- (1)  $a=1, b=2, c=3$  (2)  $a=4, b=5, c=6$  (3)  $a=\frac{1}{6}, b=\frac{1}{3}, c=\frac{1}{6}$
- (4)  $a=\frac{1}{3}, b=\frac{1}{2}, c=\frac{1}{4}$  (5)  $a=20, b=30, c=30$

( )10、統計 NBA 球星小皇帝詹姆斯近五場上場時間與得分數如下

上場時間 ( $X$ )	30	36	32	40	27
得分 ( $Y$ )	18	26	25	31	20

(1)詹姆斯這五場的平均上場時間為 33

(2)詹姆斯這五場的平均得分數為 25

(3)詹姆斯這五場上場時間的標準差小於 4

(4)根據此五場比賽得到  $Y$  對  $X$  的迴歸直線為  $y = \frac{12}{13}x - \frac{84}{13}$

(5)若下場比賽教練讓詹姆斯上場 33 分鐘，預測詹姆斯可以超過 25 分

( )11、若  $f(x)$  是領導係數為 1 的三次實係數多項式，且  $f(1)=1, f(2)=2, f(5)=5$ ，則  $f(x)=0$  在下列哪二個整數之間必定有實根？

(1)-1 與 0 (2)0 與 1 (3)1 與 2 (4)2 與 3 (5)3 與 4

( )12、同時投擲三顆公正骰子，則下列敘述何者為真？

(1)點數和為 10 的機率為  $\frac{1}{8}$

(2)點數和為 9 的機率為  $\frac{1}{8}$

(3)至少有一顆為一點之機率為  $\frac{91}{216}$

(4)有兩顆骰子點數相同之機率為  $\frac{5}{12}$

(5)點數成等差數列的機率為  $\frac{1}{6}$

( )13、平面上三直線  $(a-1)x+2y=3, 3x+ay=5, 2x+y=3$ ，其中  $a$  為實數，若三直線可圍成一直角三角形，則  $a$  之值可為

(1)-6 (2)-3 (3)0 (4) $\frac{1}{2}$  (5) $\frac{3}{5}$

第貳部分：選填題(占 35 分)

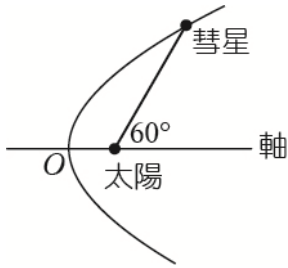
說明： 1.第 A 至 G 題，將答案填入卷末之答案欄中。

2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A、某彗星之軌道為以太陽為焦點的一拋物線，當此星與太陽距離為  $d$  時，兩者連線與軸成  $60^\circ$ ，則：

(1)當兩者連線與軸垂直時，其距離為\_\_\_\_\_。(以  $d$  表示)

(2)兩點最接近時，其距離為\_\_\_\_\_。(以  $d$  表示)



B、某種寄居蟹由出生算起活到 20 週的機率是  $\frac{4}{5}$ ，活到 30 週的機率是  $\frac{1}{3}$ ，現有一隻 20 週的寄居蟹，則牠能活到 30 週的機率為\_\_\_\_\_。

C、若整係數方程式  $ax^2 + bx + 41 = 0$  的兩根為相異的整數，且  $a > 0, b < 0$ ，則  $b =$ \_\_\_\_\_。

D、已知在有限環境中小白兔的族群成長模式為  $P(t) = \frac{180}{1 + c \cdot 2^{-kt}}$ ，其中  $t$  表時間(天)， $c, k$  為常數，若起始有 20 隻小白兔，60 天後有 45 隻小白兔，則 120 天後會有\_\_\_\_\_隻小白兔。(四捨五入至整數)

E、化簡： $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \cdot \sqrt{\frac{\tan \theta - \sin \theta}{\tan \theta + \sin \theta}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

F、平面  $E$  分別交  $x, y, z$  軸正向於  $A, B, C$  三點，且  $P(3,1,2)$  在  $E$  上，若  $O$  為原點，則  $3\overline{OA} + 4\overline{OB} + 2\overline{OC}$  有最小值  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

G、設  $x, y$  為實數，若  $A = \begin{bmatrix} x & 4 \\ y & 5 \end{bmatrix}$ ，且  $A^2 - 7A - 18I = 0$ ，則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

# 答案卷

第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、 單選題（占 30 分）

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

二、 多選題（占 35 分）

7	8	9	10	11	12	13
---	---	---	----	----	----	----

第貳部分：選填題（占 35 分）

A	B	C
D	E	F
G		