

# 109 學年度學科能力測驗

## 全真模擬試題(C 卷)

### 數學考科

測驗範圍：高中數學一、二年級

#### 作答注意事項

考試時間：100 分鐘

題型：

- 單選題共 6 題
- 多選題共 7 題
- 選填題共 7 題

作答方式：將答案填入卷末之答案欄中

註：此份試題本為模擬學科能力測驗之測驗形式，作答方式仍以未來實際之測驗形式為準。

※請聽從指示後才翻頁作答



三民書局

版權所有  
請勿翻印

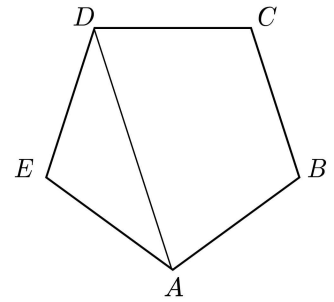
第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、 單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，將答案填入卷末之答案欄中。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

- ( ) 1、若  $\overline{AB}$  為橢圓  $\Gamma: \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$  的一弦，且  $\overline{AB}$  之中點為  $M(4,2)$ ，則  $\overline{AB}$  方程式為何？  
(1)  $x+2y=8$  (2)  $2x+y=8$  (3)  $x-2y=8$  (4)  $2x-y=8$  (5)  $2x-y=-8$
- ( ) 2、若  $2x+y+3z=3x-2y+z=4x-y+2z, xyz \neq 0$ ，則  $\frac{2x-y+z}{3x+4y-z}$  之值為何？  
(1)  $\frac{-5}{19}$  (2)  $\frac{1}{3}$  (3)  $\frac{4}{11}$  (4)  $\frac{6}{7}$  (5)  $-\frac{3}{7}$
- ( ) 3、若  $a > \sqrt{2}$ ，已知雙曲線  $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{2} = 1$  的兩漸近線的銳交角為  $60^\circ$ ，且雙曲線中心到其中一焦點之距離為  $c$ ，則  $\frac{c}{a} = ?$   
(1)  $\sqrt{2}$  (2)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  (3)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (4) 2 (5)  $\sqrt{3}$
- ( ) 4、 $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \sqrt{3}+1, \overline{AC} = \sqrt{3}-1$ ，且  $\angle A$  的內角平分線長為  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，則  $\triangle ABC$  之面積為 (1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (3)  $\sqrt{2}$  (4)  $\sqrt{3}$  (5)  $\sqrt{6}$

( )5、正五邊形  $ABCDE$  如右圖，若  $\vec{AD} = x\vec{AB} + y\vec{AE}$ ，則下列何者正確？(已知  $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ )



- (1)  $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$       (2)  $y = 1$       (3)  $x + y = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$   
 (4)  $x - y = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$       (5)  $xy = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

( )6、眼睛之所以叫做「靈魂之窗」，是因為即使周遭瞬間變暗，人的眼睛仍然能漸漸適應環境。當光強度由 1000 Td 瞬間降至 10 Td，過  $t$  秒後人所能接受的光強度為  $I(t)$ ；其中  $I(t) = 10 + 990 \times a^{-5t}$  ( $a$  為大於 1 的常數)。當光強度由 1000 Td 瞬間降至 10 Td 後，人接受光的強度為 21 Td 時，需要花費  $s$  秒，則  $s$  的值為何？(光的強度單位為 Td)

- (1)  $\frac{1+2\log 3}{5\log a}$       (2)  $\frac{1+3\log 3}{5\log a}$       (3)  $\frac{2+\log 3}{5\log a}$       (4)  $\frac{2+2\log 3}{\log a}$       (5)  $\frac{2+3\log 3}{5\log a}$

## 二、多選題 (占 35 分)

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，將答案填入卷末之答案欄中。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

( )7、設兩直線  $L_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z+1}{-1}$  與  $L_2: \frac{x-2}{n} = \frac{y+8}{5} = \frac{z+16}{3}$  相交於一點

$Q(a, b, c)$ ，而包含  $L_1$  與  $L_2$  的平面方程式為  $E: x + py + qz + r = 0$ ，則下列敘述何者正確？

- (1)  $n > 0$       (2)  $a + b + c < 0$       (3)  $p > q$       (4)  $a + c = r$       (5)  $L_1$  與  $L_2$  之銳交角大於  $60^\circ$

( )8、設  $a > 0, a \neq 1$ ，關於  $y = a^x$ ， $x$  為任意實數的圖形，下列敘述何者為真？

- (1) 圖形向右上升  
 (2) 圖形恆過  $(1, 0)$   
 (3) 圖形以  $x$  軸為漸近線  
 (4) 圖形與  $y = -a^{-x}$  之圖形對稱於原點  
 (5) 圖形與  $y = \log_a x$  之圖形對稱於直線  $x + y = 0$

( )9、已知  $\alpha, \beta$  為銳角， $\cos(2\alpha + \beta) = \frac{2}{7}$ ， $\cos(\alpha + \beta) = \frac{2}{3}$ ，則下列何者正確？

(1)  $\sin(2\alpha + \beta) = \frac{3\sqrt{5}}{7}$     (2)  $\sin(2\alpha + \beta) = -\frac{3\sqrt{5}}{7}$     (3)  $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5}}{3}$

(4)  $\cos \alpha = \frac{19}{21}$     (5)  $\cos \beta = \frac{58}{63}$

( )10、某次測驗成績的算術平均數是 36 分，標準差為 4 分，最高分為 50 分，最低分為 20 分。因成績太差，老師打算以下列一種方式來調整成績：

①  $y_1 = x + 30$     ②  $y_2 = 2x$     ③  $y_3 = \frac{1}{2}x + 50$

其中  $x$  為原始成績， $y_1, y_2, y_3$  為調整後的成績，則下列敘述何者正確？

- (1) 欲使所有同學都及格，要採用①案
- (2) 欲使所有同學的成績集中，要採用③案
- (3) 欲使算術平均數最高，要採用②案
- (4) 欲使四分位差最小，要採用①案
- (5) 欲使標準差最大，要採用②案

( )11、從 100~999 的三位數中任選一數，若其百位，十位，個位數字分別為  $a, b, c$ ，則下列何者正確？

(1)  $a = b = c$  之機率為  $\frac{9}{899}$

(2)  $a \neq b \neq c$  之機率為  $\frac{18}{25}$

(3)  $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$  之機率為  $\frac{7}{25}$

(4)  $abc = 0$  之機率為  $\frac{19}{100}$

(5) 二次方程式  $x^2 - 2ax + bc = 0$  有重根的機率為  $\frac{2}{125}$

( )12、若  $\alpha, \beta$  為  $2x^2 - 3x + 4 = 0$  之根，則下列何者正確？

(1)  $2\alpha + 2\beta = 3$     (2)  $\alpha^2 + \beta^2 = -\frac{7}{4}$     (3)  $(\alpha - \beta)^2 = \frac{23}{4}$

(4)  $\alpha^3 + \beta^3 = -\frac{45}{8}$     (5)  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = -\frac{7}{8}$

( )13、好歡樂模型公司有  $R、B$  兩台模型上色機，其上色錯誤的機率分別為  $0.2、0.5$ ，兩台一起使用時，至少有一台會上色錯誤的機率為  $0.6$ 。上色的順序可配置成  $R$  在前  $B$  在後 ( $RB$ ) 或  $B$  在前  $R$  在後 ( $BR$ )；如兩台皆上色錯誤則模型為失敗品無法出售。下列敘述何者正確？

(1) 兩台模型上色機的配置互不影響

(2)  $RB、BR$  兩種配置方式模型為失敗品的機率大小為  $RB > BR$

(3) 已知  $R$  上色錯誤，則  $RB、BR$  兩種配置方式  
模型為失敗品的機率大小為  $RB > BR$

(4)  $BR$  的配置方式模型會有瑕疵但非失敗品的機率是  $0.5$

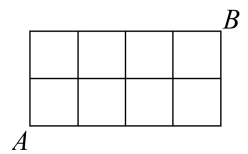
(5)  $BR$  配置下，有  $100$  隻模型要上色，

在  $B$  上色完全錯誤的情況下可以出售的模型有  $50$  隻

第貳部分：選填題(占 35 分)

說明： 1. 第A至G題，將答案填入卷末之答案欄中。  
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A、棋盤圖形如右，其中每一小格皆為正方形，「兵」由  $A$  往  $B$  走，「卒」由  $B$  往  $A$  走，兵與卒同時出發，速度相同，兩者均沿最短路線前進，若在每一個分叉點，選擇前進方向之機率相同，則兵、卒相遇之機率為\_\_\_\_\_。

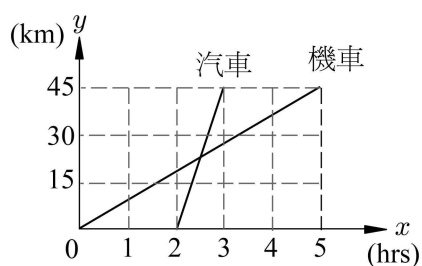


B、若  $1 < a < b < a^2$ ，下列四個實數  $2, \log_a b, \log_b a, \log_{ab} a^2$  中最大的是\_\_\_\_\_，最小的是\_\_\_\_\_。

C、一雙曲線之貫軸長  $4$ ，漸近線與貫軸之夾角為  $60^\circ$ ，設此雙曲線之正焦弦長為  $l$ ，則  $l =$ \_\_\_\_\_。

D、小明騎機車和小華開汽車從臺北到中壢沿相同路徑行駛  $45$  公里，行駛的距離  $y$  公里與所需的時間  $x$  小時的函數關係如圖所示，則汽車出發\_\_\_\_\_小時後與機車相遇，又汽車比

機車早\_\_\_\_\_小時到達中壢。



E、 $\triangle ABC$  中，外心為  $O$ ，且外接圓半徑為 2，若  $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，則

$$|\vec{OA} + 2\vec{OB} - \vec{OC}| = \underline{\hspace{2cm}}。$$

F、為了測量海上兩座燈塔  $A, B$  的距離，某人在海邊選定  $C, D$  兩點，並測得  $\overline{CD} = 100$  公尺， $\angle ACD = 90^\circ$ ， $\angle BCD = 30^\circ$ ， $\angle ADC = 45^\circ$ ， $\angle ADB = 75^\circ$ ，則  $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$  公尺。

G、中華電信招聘新員工，共有 1000 人應徵參加筆試。筆試場地借用某大學的教室，該校可租借的大教室有 40 間，每間可容納 50 人，每間租金 800 元；小教室有 30 間，每間可容納 30 人，每間租金 400 元。考慮監考人員的限制，筆試教室不能超過 50 間。試問租借大教室\_\_\_\_\_間，小教室\_\_\_\_\_間，來進行筆試，最省租借場地費用。

# 答案卷

第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、 單選題（占 30 分）

1            2            3            4            5            6

二、 多選題（占 35 分）

7            8            9            10           11           12           13

第貳部分：選填題（占 35 分）

A	B	C
D	E	F
G		