

# 111 學年度學科能力測驗

## 全真模擬試題(B 卷)

### 數學 B 考科

測驗範圍：高中數學一、二年級數學 B

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

作答方式：將答案填入卷末之答案欄中。

※此份試題本為模擬學科能力測驗之測驗形式，作答方式仍以實際學測之測驗形式為準。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※請聽從指示後才翻頁作答

## 第壹部分、選擇（填）題（占 90 分）

### 一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 已知  $a = \sin \pi^2$ ，則選出正確的選項？

(1)  $-\frac{\sqrt{3}}{2} < a < -\frac{\sqrt{2}}{2}$     (2)  $-\frac{\sqrt{2}}{2} < a < -\frac{1}{2}$     (3)  $-\frac{1}{2} < a < 0$     (4)  $0 < a < \frac{1}{2}$

(5)  $\frac{1}{2} < a < \frac{\sqrt{2}}{2}$

2. 所謂「新興病毒」在自然界裡未必真的是新的病毒。他們可能原來就是自然界組成的一份子，只是過去未傳染到人類，或是未對人類造成疾病而被忽略。這些病毒或許只是感染野生動物，沒有機會接觸到人類。隨著人類與大自然的界限越來越模糊，（包括探險旅遊，捕捉、獵食、販賣野生動物或是森林開發），都讓人類有機會接觸到這些病毒。尤其是現在長途旅行的交通便利，很多城市人口密集，一旦這些病毒可以感染人類細胞及複製時，那便有可能在人群中傳播，對人類健康造成威脅。許多新興病毒都是 RNA 病毒，例如 SARS、MERS 及 2019-nCoV (SARS-CoV-2) 冠狀病毒，這些 RNA 病毒複製時，可能會產生突變或重組。冠狀病毒在許多動物廣泛存在，過去也有數種冠狀病毒 (human coronavirus) 會感染人類造成普通感冒或肺炎。這個病毒具有外套膜，病毒顆粒直徑大小約 120nm。若與人的頭髮直徑相比較的話，頭髮直徑約  $5 \times 10^{-3}$  cm。

（1nm =  $10^{-9}$  m）。請問頭髮直徑約是病毒顆粒直徑的幾倍？請選出正確的科學記號表示：

(1) 416.6 倍    (2) 4166 倍    (3)  $4.166 \times 10^1$  倍    (4)  $4.166 \times 10^2$  倍

(5)  $4.166 \times 10^3$  倍

3. 在數學中，班佛定律 (Benford's law) 描述了真實數字數據集中首位數字的頻率分布。一堆從實際生活得出的數據中，以 1 為首位數字的數，出現機率約為總數的三成。而越大的數，以它為首幾位的數出現的機率就越低。此定律可用於檢查各種數據是否有造假，但要注意使用條件：(1) 數據至少 3000 筆以上。(2) 不能有人為操控。在數學中的班佛定律，以  $n$  為首位數字的數，出現比例以機率表示為  $P(n) = \log\left(\frac{n+1}{n}\right)$ 。請問在某間

銀行中，存款金額首位數字為 3 或 4 或 5 的比例有多少？（ $\log 2 \approx 0.3010$ ）

(1) 20%    (2) 30%    (3) 40%    (4) 50%    (5) 60%

4. 已知三角形  $ABC$  的三邊長分別為  $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{CB} = 9$ 、 $\overline{AC} = 7$ 。請選出和向量  $\overline{AB}$  的內積結果為最大值之選項：

- (1)  $\overline{AC}$     (2)  $\overline{CA}$     (3)  $\overline{BC}$     (4)  $\overline{CB}$     (5)  $\overline{AB}$

5. 假設地球儀球心為原點  $(0,0,0)$ ，正北極為  $z$  軸正向，本初子午線位於  $xz$  平面上，其上一點  $P$  的球面坐標為  $(30\cos(-60^\circ)\cos 23^\circ, 30\cos(-60^\circ)\sin 23^\circ, 30\sin(60^\circ))$ ，判斷下列敘述何者錯誤？

- (1) 點  $P$  在東經  $23^\circ$  經線上  
 (2) 點  $P$  在南緯  $60^\circ$  緯度線上  
 (3) 地球儀上的赤道長度為  $60\pi$   
 (4) 點  $P$  在東半球

(5) 地球儀上  $R$  點坐標  $(30\cos(-60^\circ)\cos(-37^\circ), 30\cos(-60^\circ)\sin(-37^\circ), 30\sin(60^\circ))$ ，在地球儀表面上  $P$  點與  $R$  點兩點距離為  $10\pi$

6. 有甲乙兩個袋子，甲袋子內裝有 1 黑球 2 白球，乙袋內有 1 白球 3 黑球，今擲一不公正硬幣 1 次（其出現正面的機率為 0.3），若出現正面，則從甲袋抽出一球，若出現反面，則從乙袋抽出一球。已知取出的是白球的狀態下，此球來自乙袋的機率最接近下列哪一個選項？

- (1) 0.2    (2) 0.3    (3) 0.4    (4) 0.5    (5) 0.6

## 二、多選題（占 30 分）

說明：第 7 題至第 12 題，每題 5 分。

7. 設  $0 < a < 1$ ，且  $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 3$ ，試選出正確的選項。

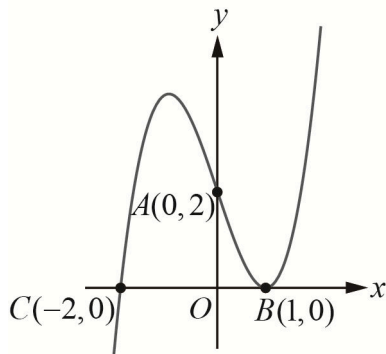
(1)  $a^1 + a^{-1} = 7$       (2)  $a^2 + a^{-2} = 47$       (3)  $a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

(4)  $a^{\frac{3}{2}} - a^{-\frac{3}{2}} = -8\sqrt{5}$       (5)  $a^{\frac{3}{4}} - a^{-\frac{3}{4}} = -4$

8. 在坐標平面上，已知圓  $C: x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$  與直線  $L: 3x - 4y + k = 0$ ，試選出正確的選項。

- (1) 圓  $C$  的半徑為 9
- (2) 若  $L$  與圓  $C$  有最大的割線段長，則  $k = 8$
- (3) 若  $k = 10$  時，圓  $C$  上恰有 3 點到  $L$  距離為 2
- (4) 若  $k = -2$  時，則  $L$  與  $C$  交於相異兩點
- (5) 若  $L$  與  $C$  不相交，此時  $k$  可能為  $-6$

9. 下圖是三次函數  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  的圖形，其中  $A(0, 2)$  為對稱中心；在  $x = 1$  有極小值 0，請依圖形的特徵選出正確選項。



- (1)  $b = 0$
- (2)  $c > 0$
- (3)  $f(x)$  可以被  $(x - 1)^2$  整除
- (4)  $f(x)$  在  $x = 1$  附近的一次近似為  $y = 0$
- (5)  $x = -1$  有極大值  $y = 4$  (極大值：局部最高點的  $y$  坐標值)

10. 三民書局出版社總部共有六層樓高，假設有  $n$  個人從 1 樓開始搭乘電梯必須移動到別的樓層，並且各自按下各自的樓層後，電梯只會由下往上移動並且停靠在各自乘客按下的樓層，不考慮人員進出，只考慮電梯停靠在那些樓層，請問依據下列條件選出正確的停靠的方式。

- (1) 若  $n = 1$ ，則電梯有  $C_1^6$  種停靠方式
- (2) 若  $n = 2$ ，則電梯有  $C_2^5$  種停靠方式
- (3) 若  $n = 3$ ，則電梯有 25 種停靠方式
- (4) 若  $n = 4$ ，則電梯有 30 種停靠方式
- (5) 若  $n = 5$ ，則電梯有 32 種停靠方式

11. 下表為 110 學年度學測自然級分人數統計表，請依據下表，選出正確的選項。

- (1) 眾數為 6 級分
- (2) 頂標（第 88 百分位數）為 13 級分
- (3) 均標（第 50 百分位數）為 9 級分
- (4) 此次學測自然全國平均數大於中位數
- (5) 某考生報考了 A 大某系，該系檢定標準為英數自三科均須達前標（第 75 百分位數）。他的自然考了 11 級分，沒有達自然檢定標準。

級分	自然			
	人數	百分比	自高分往低分累計	
			人數	百分比
15	4,062	4.34	4,062	4.34
14	5,824	6.22	9,886	10.56
13	6,393	6.83	16,279	17.38
12	7,209	7.7	23,488	25.08
11	7,594	8.11	31,082	33.19
10	7,495	8	38,577	41.2
9	7,828	8.36	46,405	49.56
8	8,765	9.36	55,170	58.92
7	9,499	10.14	64,669	69.06
6	11,271	12.04	75,940	81.1
5	9,950	10.63	85,890	91.72
4	6,072	6.48	91,962	98.21
3	1,560	1.67	93,522	99.88
2	97	0.1	93,619	99.98
1	10	0.01	93,629	99.99
0	10	0.01	93,639	100

12. 在  $xy$  平面上有五個圖形，分別為： $F_1: y = \sin x$ 、 $F_2: y = 2 \sin x$ 、 $F_3: y = \sin 3x$ 、

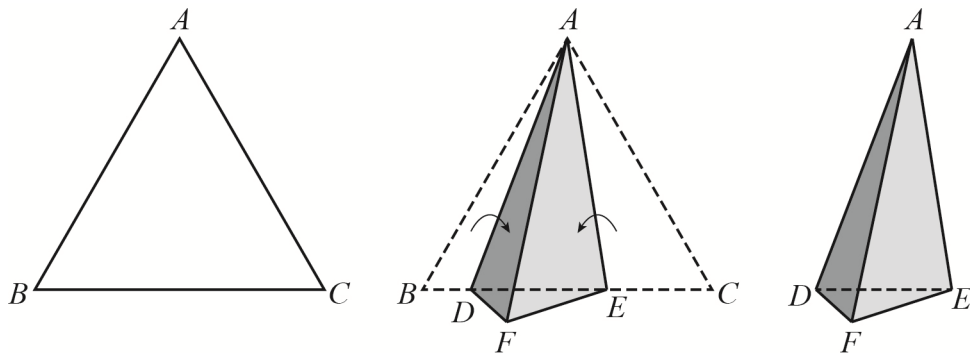
$F_4: y = \sin(3x - \frac{\pi}{3})$ 、 $F_5: y = 2 \sin(3x - \frac{\pi}{3}) + 4$ ，試選出正確選項。

- (1)  $F_2$  是將  $F_1$  的圖形鉛直伸縮為原來的 2 倍而得。
- (2)  $F_3$  是將  $F_1$  的圖形水平伸縮為原來的 3 倍而得。
- (3)  $F_4$  是將  $F_1$  的圖形先水平伸縮為原來的  $\frac{1}{3}$  倍，再向右平移  $\frac{\pi}{3}$  單位而得。
- (4)  $F_4$  是將  $F_1$  的圖形先向右平移  $\frac{\pi}{3}$  單位，再水平伸縮為原來的  $\frac{1}{3}$  倍而得。
- (5)  $F_5$  是將  $F_4$  的圖形向上平移 4 單位，再鉛直伸縮為原來的 2 倍而得。

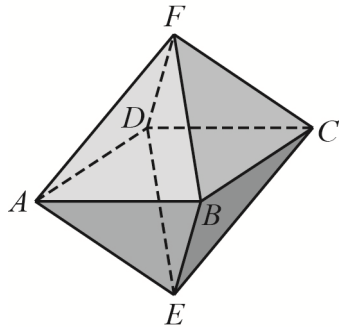
### 三、選填題（占 30 分）

說明：第 13 至 18 題，每題 5 分。

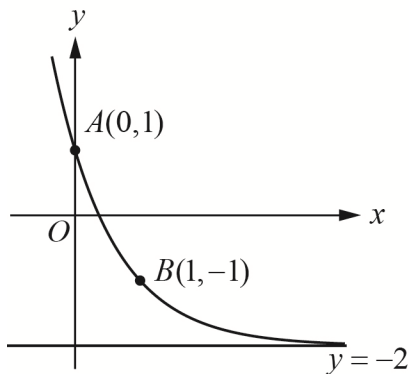
13. 如圖，已知正三角形  $ABC$  紙片，邊長為 132，且  $\overline{BD} = 22$ ，今沿著兩線段  $\overline{AD}$ 、 $\overline{AE}$  將三角形摺起，使得其分別與  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  兩邊重和，形成四邊形  $ADFE$ ，請問四邊形  $ADFE$  面積為\_\_\_\_\_。



14. 正八面體  $ABCDEF$ ，由  $F$  沿著稜線到達  $E$  點，如果不通過同一個點，也不一定要每個點都經過，請問有幾種走法：\_\_\_\_\_。



15. 設  $a, b, c$  為實數， $a > 0$  且  $a \neq 1$ ，若下圖為  $y = a^{x+b} - c$  的部分圖形，圖形通過  $A(0, 1)$ ， $B(1, -1)$  兩點，且直線  $y = -2$  為其漸進線，則序對  $(a, b, c) =$  \_\_\_\_\_。



16. 在人口密集的都會區發生了嚴重的疫情感染，於疫情爆發一開始有 2000 人感染確診，醫學家用數學模式  $N(t) = 2000 \times (1 + 100^{0.03t})$  表示其遭受到感染的人數，其中  $t$  (小時) 為時間， $N(t)$  為被感染的人數，請問要經過\_\_\_\_\_小時後 (無條件進位至整數位)，感染人數會超過 10 萬人。(  $\log 7 \approx 0.8451$  )

17. 當數列  $\langle a_n \rangle$  滿足遞迴關係式：
$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{3} \\ a_n = \frac{1 - a_{n-1}}{3 - 4a_{n-1}}, n \geq 2 \end{cases}$$
，請問  $a_{20} =$  \_\_\_\_\_。

18. 已知阿三說實話的機率為  $\frac{4}{5}$ ，阿民說實話的機率為  $\frac{3}{5}$ ，兩人說實話的狀況互相不影響。  
今有一個箱子裝有 3 黃球 2 綠球 5 藍球，每球被取到的機會都相等。現自袋中任取一球，若兩人皆說黃球的條件下，該球是綠球的機率是多少\_\_\_\_\_。

### 第貳部分、混合題或非選擇題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

#### 19 至 20 題為題組

19. 令  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ， $B = I + A + A^{-1}$ ，若  $BA = rA$  且  $r \in \mathbb{R}$ ，請問  $r$  之值。（單選題，占 3 分）  
(1) 3    (2) 4    (3) 5    (4) 6    (5) 7

20. 已知  $C(BA) = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ ，請問  $C$  答案是多少？（計算題，占 7 分）



# 答案卷

第壹部分：選擇題（占 90 分）

一、 單選題（占 30 分）

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

二、 多選題（占 30 分）

7	8	9	10	11	12
---	---	---	----	----	----

三、 選填題（占 30 分）

13	14	15	16	17	18
----	----	----	----	----	----

第貳部分：混合題（占 10 分）

作 答 區	
題號	注意：1.應依據題號順序，於作答區內作答。2.除另有規定外，書寫時應由左至右橫式書寫。3.作答須清晰，如難以辨識時，恐將影響成績評閱並傷及權益。4.不得於作答區書寫姓名、應試號碼或無關之文字、圖案符號等。
19	
20	

20	
----	--