

# 111 學年度學科能力測驗

## 全真模擬試題(A 卷)

### 數學 A 考科

測驗範圍：高中數學一、二年級數學 A

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

作答方式：將答案填入卷末之答案欄中。

※此份試題本為模擬學科能力測驗之測驗形式，作答方式仍以實際學測之測驗形式為準。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※請聽從指示後才翻頁作答

第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 計算化簡  $\sqrt{\frac{243^4 + 9^8}{3^8 + 27^4}}$  等於？

- (1)  $3\sqrt{3}$       (2) 9      (3) 27      (4) 81      (5) 243

2. 已知圓內接四邊形  $ABCD$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 1$ ， $\overline{AD} = 4$ ， $\angle BAD = 120^\circ$ ， $\angle ABC = 150^\circ$ ，

$\overline{CD} = x$ ，請問下列何者正確？

- (1)  $x$  的解不只 1 個  
(2)  $9 < x < 10$   
(3)  $8 < x < 9$   
(4)  $7 < x < 8$   
(5)  $10 < x < 11$

3. 已知溶液的 pH 值定義為  $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$ ，其中  $[\text{H}^+]$  為此溶液中  $\text{H}^+$  的濃度。今欲將 pH 值為 5 與 4 的溶液按一定的比例  $a:b$  混合使混合後的溶液 pH 值為 4.2，請問  $a:b$  的比值最接近下列何者？ ( $10^{0.8} \approx 6.3$ )

- (1)  $\frac{2}{3}$       (2)  $\frac{1}{4}$       (3)  $\frac{1}{2}$       (4)  $\frac{1}{3}$       (5)  $\frac{2}{5}$

4. 下列哪一個向量可以表為  $\vec{b} = (-1, 1, 1)$ 、 $\vec{c} = (4, 5, 2)$ 、 $\vec{d} = (-1, 4, 3)$  三向量的線性組合？

- (1)  $(2, 2, -2)$
- (2)  $(2, -2, 2)$
- (3)  $(-2, 2, 2)$
- (4)  $(-2, -2, 2)$
- (5)  $(-2, -2, -2)$

5. 已知單位圓內接正五邊形  $ABCDE$  的邊長為 1，則  $|\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AE}| =$

- (1)  $5\sqrt{5} - 5$
- (2)  $\frac{5\sqrt{5} + 5}{2}$
- (3)  $5 \cos 36^\circ$
- (4) 5
- (5)  $2\sqrt{5} + 2$

6. 有三組資料各 6 筆如下，令  $\sigma_A$ 、 $\sigma_B$ 、 $\sigma_C$  分別表  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三組資料之標準差，則下列何者正確？

$A$  : 21, 31, 51, 81, 61, 41

$B$  : 40, 60, 50, 90, 80, 70

$C$  : 54, 81, 36, 63, 72, 45

- (1)  $\sigma_A = \sigma_B = \sigma_C$
- (2)  $\sigma_A > \sigma_B = \sigma_C$
- (3)  $\sigma_A > \sigma_B > \sigma_C$
- (4)  $\sigma_A = \sigma_B > \sigma_C$
- (5)  $\sigma_B > \sigma_A > \sigma_C$

7. 設  $f(x) = x^3 + 7x^2 + 7x + 16$ ，求  $f(17) \div 23$  的餘數為

- (1) -6
- (2) 6
- (3) 10
- (4) 16
- (5) 22

## 二、多選題（占 30 分）

說明：第 8 題至第 13 題，每題 5 分。

8. 空間中，平面  $E: \alpha x + \beta y + \gamma z + d = 0$ ， $P$  為平面  $E$  上的動點， $A$  與  $Q$  分別為平面上和平面外的定點， $O$  為原點， $O$  不在平面  $E$  上，若  $\vec{n} = (\alpha, \beta, \gamma)$ ，試選出下列算式為定值的選項。

- (1)  $\vec{n} \cdot \overrightarrow{OP}$       (2)  $(\vec{n} \times \overrightarrow{AP}) \cdot \overrightarrow{OQ}$       (3)  $(\vec{n} \times \overrightarrow{OQ}) \cdot \overrightarrow{OQ}$       (4)  $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AP}$       (5)  $\vec{n} \cdot \overrightarrow{PQ}$

9. 已知  $f(x)$  和  $g(x)$  分別為二次多項式及三次多項式，試選出正確的選項。

- (1)  $f(x) \times g(x)$  為六次多項式  
(2)  $g(x)$  分別被  $(x-2)$  與  $(99x-199)$  除的餘式相同  
(3)  $f(x) \div (x-3)$  的餘式為  $r$ ，則  $(x^2 f(x)) \div (x-3)$  的餘式為  $9r$   
(4) 若  $g(x) \div (x^2-3)$  的餘式為一次式  $kx$ ，則  $(xg(x)) \div (x^2-3)$  的餘式必不為一次式  
(5)  $f(x) \times g(x)$  的奇次項係數和為  $\frac{f(1) \times g(-1)}{2} + \frac{f(-1) \times g(1)}{2}$

10. 設  $M$ 、 $N$  皆為 2 階方陣， $A$  為  $2 \times 3$  階矩陣， $B$  為  $3 \times 2$  階矩陣， $I_2$  為 2 階單位矩陣， $I_3$  為 3 階單位矩陣，試選出正確的選項。

- (1) 若  $MN = I_2$ ，則  $NM = I_2$   
(2) 若  $AB = I_2$ ，則  $BA = I_3$   
(3) 若  $A$  不為零矩陣， $MA = A$ ，則  $BM = B$   
(4) 若  $MN = NM$ ，則  $M^{-1}N = NM^{-1}$   
(5) 若  $MN = N$  且  $M^{-1}$  存在，則  $MA = A$

11. 試從下列選項中，選出答案為  $C_n^{n+3}$  的選項。

- (1)  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = n$  的非負整數數對  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  的個數
- (2) 從 4 種皮包中共挑選出  $n$  個皮包的方法數
- (3) 將  $n$  本相同的書發給 4 個小朋友的方法數
- (4) 從  $(n+3)$  個相異物中取出 3 個的方法數
- (5) 若  $n > 3$ ，則  $C_0^2 + C_1^3 + C_2^4 + C_3^5 + \dots + C_n^{n+2}$  之值

12. 試從下列選項中，選出恰可決定一圓的選項。

- (1) 過空間中三點  $(2, 7, 1)$ 、 $(4, -2, -4)$ 、 $(9, -24.5, -16.5)$
- (2) 過  $z = 0$  平面上 4 點  $(-1, 3, 0)$ 、 $(1, -3, 0)$ 、 $(3, -1, 0)$ 、 $(-3, -1, 0)$
- (3) 平面上滿足動點  $P$  到  $A(-1, -2)$  的距離等於  $P$  到  $B(2, 4)$  的距離的 2 倍之所有  $P$  點所形成的圖形
- (4) 平面上以  $C(-2, -4)$ 、 $D(-8, -12)$  為直徑兩端點且與  $y$  軸相切
- (5) 空間中  $A(1, 2, 4)$  和  $B(7, 6, 6)$ ，則所有在  $xy$  平面上的動點  $P$  滿足  $\overrightarrow{PA}$  垂直  $\overrightarrow{PB}$  的  $P$  點軌跡。

13. 已知  $\triangle ABC$  中， $\cos A = -\frac{5}{13}$ 、 $\sin B = \frac{3}{5}$ 、 $\overline{BC} = 1$ ，下列何者正確？

- (1)  $\tan C = \frac{33}{56}$
- (2)  $\angle B > \angle C$
- (3) 滿足已知條件的三角形不只一個
- (4)  $\cos(A - B) = \frac{16}{65}$
- (5)  $\sin(B + C) = \frac{12}{13}$

### 三、選填題（占 20 分）

說明：第 14 至 17 題，每題 5 分。

14. 小民欲架設錄影機錄影，他將一個攝影機三腳架擺好架在地面上，已知腳架頂端  $A$  點，三隻腳架  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AD}$  長皆為 84 公分， $B$ 、 $C$ 、 $D$  點皆在地面上。若  $\overline{BC} = 56$  cm， $\overline{CD} = 64$  cm， $\overline{BD} = 72$  cm，則  $A$  點離地面的高度為\_\_\_\_\_cm。
15. 阿三有一個  $\triangle ABC$  的田地，其中  $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 16$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，今阿三欲在田地的內部規劃一個長方形  $DEFG$  種植草莓。已知此長方形的一邊在  $\overline{BC}$  上，則此長方形  $DEFG$  的最大面積為\_\_\_\_\_。
16. 已知正立方體  $ABCD - EFGH$  的邊長為 6， $P$  為  $\overline{AB}$  中點， $Q$  在  $\overline{CD}$  上且  $\overline{CQ} : \overline{QD} = 1 : 2$ ， $R$  在  $\overline{GH}$  上且  $\overline{GR} : \overline{RH} = 2 : 1$ ，則通過  $PQR$  三點的平面截此正立方體所截出的截面積為？
17. 求滿足  $\sqrt{t+1} - \sqrt{t} > 0.02$  的最大正整數  $t$  值為\_\_\_\_\_。

## 第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

### 第 18 至 19 題為題組

假設某公司經營第  $x$  年的獲利函數為三次函數  $f(x) = x^3 - 6x^2 + kx + 3$  (單位：百萬元)，其中  $k$  為一正整數，試回答下列問題：

18. 若  $k = 8$ ，求此函數的對稱中心坐標為何？(7 分，要有計算過程)

19. 若此公司每年的獲利均較前一年增加，求  $k$  的最小值為？(8 分)

- (1) 9      (2) 10      (3) 11      (4) 12      (5) 13

# 答案卷

## 第壹部分：選擇題（占 85 分）

### 一、 單選題（占 35 分）

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

### 二、 多選題（占 30 分）

8	9	10	11	12	13
---	---	----	----	----	----

### 三、 選填題（占 20 分）

14	15	16	17
----	----	----	----

## 第貳部分：混合題（占 15 分）

題號	作答區
18	
19	