

111 學年度學科能力測驗

全真模擬試題(B 卷)

數學 A 考科

測驗範圍：高中數學一、二年級數學 A

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

作答方式：將答案填入卷末之答案欄中。

※此份試題本為模擬學科能力測驗之測驗形式，作答方式仍以實際學測之測驗形式為準。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※請聽從指示後才翻頁作答

第壹部分、選擇（填）題（占 90 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 關於空間中的點與直線及面的敘述何者是正確的？

(1) 點 $A(1,2,-1)$ 為直線 $L: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ 線外一點。

(2) 包含點 $B(5,0,5)$ 及直線 $L: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ 的平面是唯一的。

(3) 包含直線 $L: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ 及直線 $N: \frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-1}$ 的平面是唯一的。

(4) 直線 $L: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ 與平面 $E: 2x - y + 3z = 11$ 平行。

(5) 直線 $L: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ 與平面 $E: 3x + 3y - z = 10$ 平行。

2. 所謂「新興病毒」在自然界裡未必真的是新的病毒。他們可能原來就是自然界組成的一份子，只是過去未傳染到人類，或是未對人類造成疾病而被忽略。這些病毒或許只是感染野生動物，沒有機會接觸到人類。隨著人類與大自然的界限越來越模糊，（包括探險旅遊，捕捉、獵食、販賣野生動物或是森林開發），都讓人類有機會接觸到這些病毒。尤其是現在長途旅行的交通便利，很多城市人口密集，一旦這些病毒可以感染人類細胞及複製時，那便有可能在人群中傳播，對人類健康造成威脅。許多新興病毒都是 RNA 病毒，例如 SARS、MERS 及 2019-nCoV (SARS-CoV-2) 冠狀病毒，這些 RNA 病毒複製時，可能會產生突變或重組。冠狀病毒在許多動物廣泛存在，過去也有數種冠狀病毒 (human coronavirus) 會感染人類造成普通感冒或肺炎。這個病毒具有外套膜，病毒顆粒直徑大小約 120nm。若與人的頭髮直徑相比較的話，頭髮直徑約 5×10^{-3} cm。

(1nm = 10^{-9} m)。請問頭髮直徑約是病毒顆粒直徑的幾倍？請選出正確的科學記號表示：

- (1) 416.6 倍 (2) 4166 倍 (3) 4.166×10^1 倍 (4) 4.166×10^2 倍
(5) 4.166×10^3 倍

3. 在數學中，班佛定律（Benford's law）描述了真實數字數據集中首位數字的頻率分布。一堆從實際生活得出的數據中，以1為首位數字的數，出現機率約為總數的三成。而越大的數，以它為首幾位的數出現的機率就越低。此定律可用於檢查各種數據是否有造假，但要注意使用條件：(1)數據至少3000筆以上。(2)不能有人為操控。在數學中的班佛定律，以 n 為首位數字的數，出現比例以機率表示為 $P(n) = \log\left(\frac{n+1}{n}\right)$ 。請問在某間銀行中，存款金額首位數字為3或4或5的比例有多少？（ $\log 2 \approx 0.3010$ ）
- (1) 20% (2) 30% (3) 40% (4) 50% (5) 60%

4. 已知 $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ ，且 $\cos\theta = \frac{4}{5}$ ，則 $\sin\frac{\theta}{2} + \cos\frac{\theta}{2}$ 之值為多少？
- (1) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ (2) $\frac{-\sqrt{10}}{5}$ (3) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ (4) $\frac{-\sqrt{10}}{10}$ (5) $\frac{-3\sqrt{10}}{10}$

5. 空間中，已知向量 \vec{a} 、 \vec{b} 滿足 $|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 4$ 、 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{41}$ ，求 $|\vec{a} - \vec{b}| = ?$
- (1) 12 (2) $4\sqrt{5}$ (3) 8 (4) 16 (5) $2\sqrt{41}$

6. NBA公鹿隊主力球員：揚尼斯·安戴托昆波（Giannis Antetokounmpo）（綽號：字母哥）測試罰球命中率，已知第一次罰球命中率為60%。若在前一次投進的狀態下，第二球可投進的命中率可提升至70%；即使前一球沒投進的狀態下，下一球命中的水準也有50%。假設字母哥連續罰球，請問下列選項何者**錯誤**？
- (1) 字母哥連續投球兩次，恰命中一球的機率為0.38。
 - (2) 字母哥連續投球三次，恰命中一球的機率為0.25。
 - (3) 字母哥連續投球三次，恰命中兩球的機率為0.358。
 - (4) 字母哥連續投球三次，已知恰命中一球，則其為第三球才命中的機率為0.4。
 - (5) 字母哥連續投球三次，命中球數量期望值為1.844。

多選題（占30分）

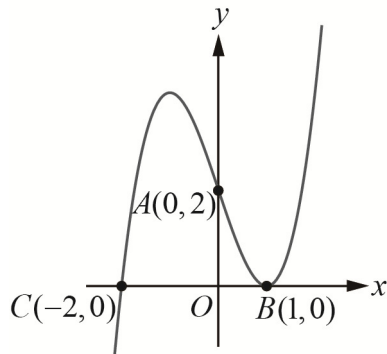
說明：第7題至第12題，每題5分。

7. 設 $0 < a < 1$ ，且 $a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{-1}{2}} = 3$ ，試選出正確的選項。

- (1) $a^1 + a^{-1} = 7$
- (2) $a^2 + a^{-2} = 47$
- (3) $a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{-1}{2}} = \sqrt{5}$
- (4) $a^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{-3}{2}} = -8\sqrt{5}$
- (5) $a^{\frac{3}{4}} - a^{\frac{-3}{4}} = -4$

8. 在坐標平面上，已知圓 $C: x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ 與直線 $L: 3x - 4y + k = 0$ ，試選出正確的選項。
- (1) 圓 C 的半徑為9
 - (2) 若 L 與圓 C 有最大的割線段長，則 $k = 8$
 - (3) 若 $k = 10$ 時，圓 C 上恰有3點到 L 距離為2
 - (4) 若 $k = -2$ 時，則 L 與 C 交於相異兩點
 - (5) 若 L 與 C 不相交，此時 k 可能為-6

9. 下圖是三次函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx^1 + d$ 的圖形，其中 $A(0, 2)$ 為對稱中心；在 $x=1$ 有極小值 0 ，請依圖形的特徵選出正確選項。



- (1) $b=0$ (2) $c > 0$ (3) $f(x)$ 可以被 $(x-1)^2$ 整除
 (4) $f(x)$ 在 $x=1$ 附近的一次近似為 $y=0$
 (5) $x=-1$ 有極大值 $y=4$ (極大值：局部最高點的 y 坐標值)
10. 三民書局出版社總部共有六層樓高，假設有 n 個人從 1 樓開始搭乘電梯必須移動到別的樓層，並且各自按下各自的樓層後，電梯只會由下往上移動並且停靠在各自乘客按下的樓層，不考慮人員進出，只考慮電梯停靠在那些樓層，請問依據下列條件選出正確的停靠的方式。

- (1) 若 $n=1$ ，則電梯有 C_1^6 種停靠方式
 (2) 若 $n=2$ ，則電梯有 C_2^5 種停靠方式
 (3) 若 $n=3$ ，則電梯有 25 種停靠方式
 (4) 若 $n=4$ ，則電梯有 30 種停靠方式
 (5) 若 $n=5$ ，則電梯有 32 種停靠方式

11. 下表為 110 學年度學測自然級分人數統計表，請依據下表，選出正確的選項。

- (1) 眾數為 6 級分
- (2) 頂標（第 88 百分位數）為 13 級分
- (3) 均標（第 50 百分位數）為 9 級分
- (4) 此次學測自然全國平均數大於中位數
- (5) 某考生報考了 A 大某系，該系檢定標準為英數自三科均須達前標（第 75 百分位數）。他的自然考了 11 級分，沒有達自然檢定標準。

級分	自然			
	人數	百分比	自高分往低分累計	
			人數	百分比
15	4,062	4.34	4,062	4.34
14	5,824	6.22	9,886	10.56
13	6,393	6.83	16,279	17.38
12	7,209	7.7	23,488	25.08
11	7,594	8.11	31,082	33.19
10	7,495	8	38,577	41.2
9	7,828	8.36	46,405	49.56
8	8,765	9.36	55,170	58.92
7	9,499	10.14	64,669	69.06
6	11,271	12.04	75,940	81.1
5	9,950	10.63	85,890	91.72
4	6,072	6.48	91,962	98.21
3	1,560	1.67	93,522	99.88
2	97	0.1	93,619	99.98
1	10	0.01	93,629	99.99
0	10	0.01	93,639	100

12. 平面上相異兩相交直線 L_1 、 L_2 ，其法向量分別為 \vec{m}_1 與 \vec{m}_2 ，則下列選項中，那些必為

L_1 、 L_2 的角平分線向量？

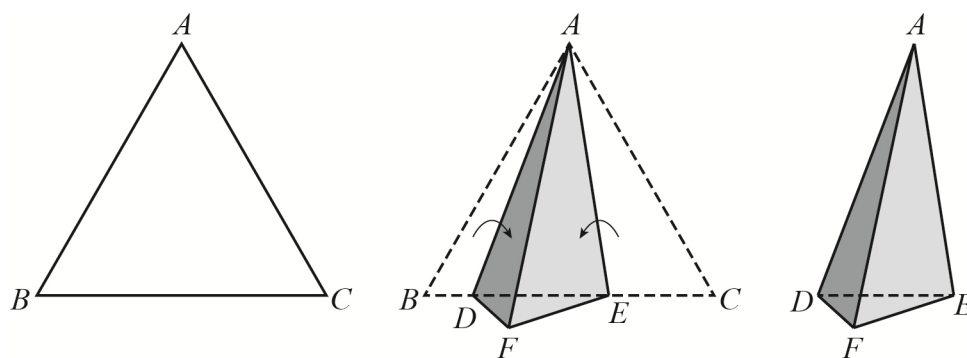
(1) $\vec{m}_1 + \vec{m}_2$ (2) $\vec{m}_1 + \frac{|\vec{m}_1|}{|\vec{m}_2|} \vec{m}_2$ (3) $\frac{\vec{m}_1}{|\vec{m}_1|} + \frac{\vec{m}_2}{|\vec{m}_2|}$

(4) $|\vec{m}_1| \vec{m}_1 + |\vec{m}_2| \vec{m}_2$ (5) $|\vec{m}_2| \vec{m}_1 + |\vec{m}_1| \vec{m}_2$

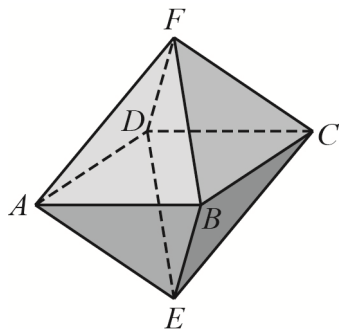
選填題（占 30 分）

說明：第 13 至 18 題，每題 5 分。

13. 如圖，已知正三角形 ABC 紙片，邊長為 132，且 $\overline{BD} = 22$ ，今沿著兩線段 \overline{AD} 、 \overline{AE} 將三角形摺起，使得 \overline{AB} 、 \overline{AC} 兩邊重和於 \overline{AF} ，形成四邊形 $ADFE$ ，請問四邊形 $ADFE$ 面積為_____。



14. 正八面體 $ABCDEF$ ，由 F 沿著稜線到達 E 點，如果不通過同一個點，也不一定要每個點都經過，試問有幾種走法：_____。



15. 函數 $g(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{3}) - 2\sin x$ ，若 $0 \leq x < 2\pi$ ， $g(x)$ 有最大值，此時 $x =$ _____。

16. 小夫就讀海洋學系，他在疫情過後決定去考潛水執照，根據他的研究，當一個潛水員在水裡每下降 1 公尺的時候，光線的強度就會減少 2.5%，若現在小夫已經下降到光線強度低於水面時的 25%，則此時小夫至少下降了約_____公尺。(小數點以下無條件進位計算到整數公尺，已知： $\log 0.025 \approx -1.6021$ ， $\log 0.975 \approx -0.0110$)

17. 當數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴關係式：
$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{3} \\ a_n = \frac{1 - a_{n-1}}{3 - 4a_{n-1}}, n \geq 2 \end{cases}$$
 請問 $a_{20} =$ _____。

18. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & -\sin 15^\circ \\ \sin 15^\circ & \cos 15^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(-15^\circ) & -\sin(-15^\circ) \\ \sin(-15^\circ) & \cos(-15^\circ) \end{bmatrix}$ 且 $N = A^{32}$ ，若點 $K(2020, 2021)$ 經過了 N 的線性變換後所得的點為 J 點，則 J 點的 y 坐標為_____。

第貳部分、混合題或非選擇題（占 10 分）

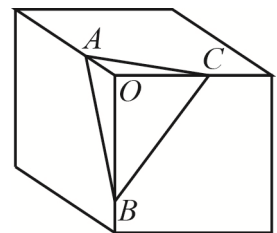
說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

19 至 20 題為題組

在一個邊長為 20 公分的正方形體截下四面體 $O-ABC$ 。如圖，取 $\overline{OB} = 16$ 公分， $\overline{OC} = 12$ 公分。

19. 若希望截面 ABC 面積為 104 平方公分，試問 \overline{OA} 長度為多少？（單選題，3 分）

(1) 4 公分 (2) 5 公分 (3) 6 公分 (4) 7 公分 (5) 8 公分



20. 承第 19 題，如果平面 ABC 與平面 OAB 所夾的銳角為 α ，請問 $\cos \alpha$ 值多少？（非選題，7 分）

答案卷

第壹部分：選擇題（占 90 分）

一、 單選題（占 30 分）

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

二、 多選題（占 30 分）

7	8	9	10	11	12
---	---	---	----	----	----

三、 選填題（占 30 分）

13	14	15	16	17	18
----	----	----	----	----	----

第貳部分：混合題（占 10 分）

作 答 區	
題號	注意：1.應依據題號順序，於作答區內作答。2.除另有規定外，書寫時應由左至右橫式書寫。3.作答須清晰，如難以辨識時，恐將影響成績評閱並傷及權益。4.不得於作答區書寫姓名、應試號碼或無關之文字、圖案符號等。
19	
20	

20	
----	--