# 111 學年度學科能力測驗

# 全真模擬試題(C 卷)

# 數學 A 考科

測驗範圍：高中數學一、二年級數學 A

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

作答方式：將答案填入卷末之答案欄中。

※此份試題本為模擬學科能力測驗之測驗形式，作答方式仍以實際學測之測驗形式為準。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 $n$ 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 $n$ 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 $k$ 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 $n$ 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※請聽從指示後才翻頁作答

三民書局

第壹部分、選擇（填）題（占 **85** 分）

一、 單選題（占 **35** 分）

| 說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。 |
| --- |

(　)1. 眼睛之所以叫做「靈魂之窗」，是因為即使周遭瞬間變暗，人的眼睛仍然能漸漸適應環境。當光強度由 1000Td 瞬間降至 10Td，過 $t$ 秒後人所能接受的光強度為 $I(t)$；其中 $I(t)=10+990\times a^{-5t}$（$a$ 為大於 1 的常數）。當光強度由 1000Td 瞬間降至 10Td 後，人接受光的強度為 21Td 時，需要花費 $s$ 秒，則 $s$ 的值為何？（光的強度單位為 Td）

(1)$\dfrac{1+2\log 3}{5\log a}$　(2)$\dfrac{1+3\log 3}{5\log a}$　(3)$\dfrac{2+\log 3}{5\log a}$　(4)$\dfrac{2+2\log 3}{\log a}$　(5)$\dfrac{2+3\log 3}{5\log a}$

(　)2. 同時投擲兩公正骰子，其點數和為 $a$，點數積為 $b$，試求 $a+b$ 為偶數的機率。

(1)$\dfrac{1}{36}$　(2)$\dfrac{1}{12}$　(3)$\dfrac{5}{36}$　(4)$\dfrac{7}{36}$　(5)$\dfrac{1}{4}$

(　)3. 設 $x,y,z\in\mathbb{R}$，滿足 $\begin{cases}3x+2y+z=0\\2x-y-z=0\end{cases}$，且 $xyz\neq 0$，試求 $\dfrac{5x+y+5z}{2x+3y-z}$ 之值。

(1)$-4$　(2)$-\dfrac{7}{4}$　(3)$-\dfrac{1}{2}$　(4)$\dfrac{1}{3}$　(5)$5$

(　　)4. $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=5$ 、$\overline{AC}=2$ 、$\angle BAC=60^\circ$ ，且 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC},\ x\ge 0,\ y\ge 0,$ $x+y=1$，若所有 $P$ 點所成之圖形為 $S$ ，則下列敘述何者正確？

(1) $S$ 為一直線　(2) $S$ 為射線　(3) $P$ 不在 $\overline{BC}$ 上　(4) $S$ 的長為 $7$　(5) $S$ 的長為 $\sqrt{19}$

(　　)5. 坐標平面上，$O$ 為原點，$\theta$ 為第三象限角，$P(-6,x)$ 為 $\theta$ 終邊上一點，且 $\overline{OP}=\sqrt{61}$ ，試求 $\tan\theta$ 之值。

(1) $\frac{1}{2}$　(2) $\frac{6}{5}$　(3) $-\frac{6}{5}$　(4) $\frac{5}{6}$　(5) $-\frac{5}{6}$

(　　)6. $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\sqrt{3}+1$ 、$\overline{AC}=\sqrt{3}-1$，且 $\angle A$ 的內角平分線長為 $\frac{\sqrt{3}}{3}$，則 $\triangle ABC$ 之面積為何？

(1) $\frac{1}{2}$　(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　(3) $\sqrt{2}$　(4) $\sqrt{3}$　(5) $\sqrt{6}$

(　　)7. 設直線 $L: x-\sqrt{3}y=1$ 以原點為中心旋轉 $30^\circ$，所得的直線方程式 $L'$ 為何？

(1) $y=\frac{1}{2}$　(2) $x+\sqrt{3}y=1$　(3) $\sqrt{3}x-y=1$　(4) $\sqrt{3}x+y=1$　(5) $2x+\sqrt{3}y=1$

## 二、 多選題（占 **30** 分）

| |
|---|
| 說明：第 8 題至第 13 題，每題 5 分。 |

(　　　　)8. 化簡下列根式，試選出正確的選項。

(1) $\sqrt{(\sqrt{17}-4)^2}=\sqrt{17}-4$　(2) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}=2-\sqrt{5}$　(3) $\sqrt{\dfrac{4a}{6}}=\dfrac{\sqrt{6a}}{3}$

(4) $\sqrt{10}\times\sqrt{15}=5\sqrt{5}$　(5) $\sqrt{4b^2}=2b$

(　　　　)9. 若方程組 $\begin{cases} x-2y+z=a \\ x-9y+5z=b \\ 2x+3y-2z=c \end{cases}$ 有解，試選出可能為 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 之值的選項。

(1) $a=1$ 、 $b=2$ 、 $c=3$　(2) $a=4$ 、 $b=5$ 、 $c=6$　(3) $a=\dfrac{1}{6}$ 、 $b=\dfrac{1}{3}$ 、 $c=\dfrac{1}{6}$

(4) $a=\dfrac{1}{3}$ 、 $b=\dfrac{1}{2}$ 、 $c=\dfrac{1}{4}$　(5) $a=20$ 、 $b=30$ 、 $c=30$

(　　　　)10. $(x+y)^n$ 的展開式中，若第 7 項係數最大，試選出 $n$ 的可能值。

(1)11　(2)12　(3)13　(4)14　(5)15

(　　　)11. 設直線 $L$ 通過 $A(5,-3,6)$ 、 $B(5,0,3)$ 兩點，又 $L$ 在平面 $E:2x-y+2z-7=0$ 之正射影的直線方程式為 $L':\dfrac{x-c}{a}=\dfrac{y-d}{b}=\dfrac{z-1}{1}, a, b, c, d$ 為實數，試選出正確的選項。

(1) $a=2$ (2) $b=-2$ (3) $c=3$ (4) $d=-1$ (5) $a+b+c+d=0$

(　　　)12. 統計 NBA 球星小皇帝詹姆斯近五場上場時間與得分數如下：

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 上場時間 $X$ | 30 | 36 | 32 | 40 | 27 |
| 得分 $Y$ | 18 | 26 | 25 | 31 | 20 |

試選出正確的選項。

(1)詹姆斯這五場的平均上場時間為 33

(2)詹姆斯這五場的平均得分數為 25

(3)詹姆斯這五場上場時間的標準差小於 4

(4)根據此五場比賽得到 $Y$ 對 $X$ 的迴歸直線為 $y=\dfrac{12}{13}x-\dfrac{84}{13}$

(5)若下場比賽教練讓詹姆斯上場 33 分鐘，預測詹姆斯可以超過 25 分

(　　　)13. 好歡樂模型公司有 $R$ 、 $B$ 兩臺模型上色機，其上色錯誤的機率分別為 0.2、0.5，兩臺一起使用時，至少有一臺會上色錯誤的機率為 0.6。上色的順序可配置成 $R$ 在前 $B$ 在後（ $RB$ ）或 $B$ 在前 $R$ 在後（ $BR$ ）；如兩臺皆上色錯誤則模型為失敗品無法出售。試選出正確的選項。

(1)兩臺模型上色機的配置互不影響

(2) $RB$ 、 $BR$ 兩種配置方式模型為失敗品的機率大小為 $RB>BR$

(3)已知 $R$ 上色錯誤，則 $RB$ 、 $BR$ 兩種配置方式，模型為失敗品的機率大小為 $RB>BR$

(4) $BR$ 的配置方式模型會有瑕疵但非失敗品的機率是 0.5

(5) $BR$ 配置下，有 100 隻模型要上色，在 $B$ 上色完全錯誤的情況下可以出售的模型有 50 隻

## 三、選填題（占 20 分）

| |
|---|
| 說明：第 14 至 17 題，每題 5 分。 |

14. 平面 $E$ 分別交 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 軸正向於 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 三點，且 $P(3,1,2)$ 在 $E$ 上，若 $O$ 為原點，則 $3\overline{OA}+4\overline{OB}+2\overline{OC}$ 有最小值__________ 。

15. 過 $P\left(4,5\right)$ 對圓 $C:(x-3)^2+(y-2)^2=1$ 所作之切線方程式為________________________ 。

16. 小彭在走樓梯，第一次走 1 階，第二次走 2 階，……，以此類推，共走 40 次。若小彭從一樓開始走，先往上走，途中轉向 2 次，最終回到一樓，則小彭最晚在第__________次後，需要作第一次轉向。

17. 我們知道海水的深度與潮水有關，已知某海港某日海水深度 $h$ 公尺與時間 $t$ 關係如下：$h(t)=5-\dfrac{3}{\sqrt{2}}(\sin\dfrac{t}{2}+\cos\dfrac{t}{2})$ （ $0\le t<24$ ），則海水深度最深為________公尺，約發生於上午________時。（四捨五入到整數位）

## 第貳部分、混合題或非選擇題（占 **15** 分）

| |
|---|
| 說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。 |

第 18 至 19 題為題組

2020 東京奧運，臺灣在羽球男雙與女單項目分別摘下金牌和銀牌，打破了臺灣過去在奧運羽球項目的最佳成績紀錄，帶動了臺灣一股羽球風潮。

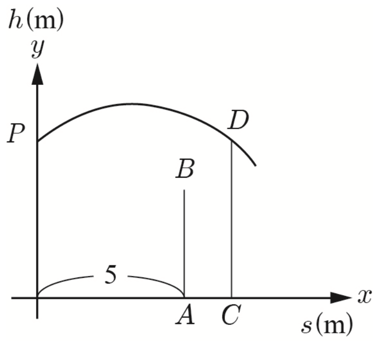
羽球運動的前身是板羽球，19 世紀中，印度西部的浦那出現了現代羽球運動。現代羽球賽分為男單、女單、男雙、女雙及混雙，共 5 個單項。1992 年起，羽球被列為奧運會的正式項目。2020 東京奧運羽球比賽採 21 分制，最先取得 21 分者即可贏得該局，每場比賽打 3 局，拿下 2 局即贏得該場比賽。

2020 東京奧運羽球男子雙打金牌戰，臺灣選手李洋與王齊麟在第二盤以 20:12 領先，李洋一記回球落在底線上，裁判第一時間判定界內，已無退路的中國選手只能提出挑戰，最終鷹眼系統顯示羽球壓在線上，有效得分，這判定為這次歷史性的奪金過程增添了戲劇性，鷹眼系統回放的畫面一夕之間也成為臺灣最熱門的話題。

18. 2020 東京奧運羽球男子雙打共有 16 個參賽隊伍，在賽程的安排上，依序為小組循環賽（共分成 4 組、每組 4 個隊伍，每組前兩名進 8 強賽）、8 強單淘汰賽（輸一場即出局）、4 強單淘汰賽以及決賽（4 強賽中獲勝的 2 名）、銅牌賽（4 強賽中落敗的 2 名）這幾個階段。試問本屆奧運共有幾場羽球男子雙打賽。（單選題，5 分）

(1)16　(2)20　(3)24　(4)32　(5)36

19. 小戴與小雨兩人進行羽球比賽，小戴打出一顆十分關鍵的球，如圖所示，若出手點為 $P$，羽球飛行的水平距離為 $s$ 公尺與其距地面高度 $h$ 公尺之間的關係滿足方程式 $h=-\frac{1}{12}s^2+\frac{2}{3}s+\frac{3}{2}$。已知球網 $\overline{AB}$ 距原點 5 公尺，小雨殺球的最大高度為 $\frac{9}{4}$ 公尺（即 $\overline{CD}$），設小雨的起跳點 $C$ 的 $x$ 坐標為 $m$。若小雨原地起跳，但因球的高度高於小雨殺球的最大高度而導致接球失敗，試求 $m$ 之範圍。（非選擇題，10 分）



# 答案卷

第壹部分、選擇題（占 **85** 分）

一、 單選題（占 **35** 分）

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

二、 多選題（占 **30** 分）

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |

三、 選填題（占 **20** 分）

| | | | |
|---|---|---|---|
| 14 | 15 | 16 | 17 |

第貳部分、混合題（占 **15** 分）

| 題號 | 作　答　區<br>注意：1.應依據題號順序，於作答區內作答。2.除另有規定外，書寫時應由左至右橫式書寫。3.作答須清晰，如難以辨識時，恐將影響成績評閱並傷及權益。4.不得於作答區書寫姓名、應試號碼或無關之文字、圖案符號等。 |
| --- | --- |
| 18 | |
| 19 | |