111 學年度學科能力測驗

全真模擬試題(B 卷)

數學 B 考科

教師用

測驗範圍：高中數學一、二年級數學 B

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

作答方式：將答案填入卷末之答案欄中。

※此份試題本為模擬學科能力測驗之測驗形式，作答方式仍以實際學測之測驗形式為準。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\dfrac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※請聽從指示後才翻頁作答

三民書局

第壹部分、選擇（填）題（占 90 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 已知 $a=\sin\pi^2$ ，則選出正確的選項？

(1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}<a<-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}<a<-\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{1}{2}<a<0$ (4) $0<a<\frac{1}{2}$

(5) $\frac{1}{2}<a<\frac{\sqrt{2}}{2}$

答案：(3)

解析：$a=\sin\pi^2=\sin\left(\pi\times180^\circ\right)$約為$\sin\left(3.14\times180^\circ\right)=\sin565.2^\circ=\sin205.2^\circ$透過廣義角化簡

為$\sin205.2^\circ=\sin\left(180^\circ+25.2^\circ\right)=-\sin25.2^\circ$其值的範圍：

$0>-\sin25.2^\circ>-\sin30^\circ=-\frac{1}{2}$

2. 所謂「新興病毒」在自然界裡未必真的是新的病毒。他們可能原來就是自然界組成的一份子，只是過去未傳染到人類，或是未對人類造成疾病而被忽略。這些病毒或許只是感染野生動物，沒有機會接觸到人類。隨著人類與大自然的界限越來越模糊，(包括探險旅遊，捕捉、獵食、販賣野生動物或是森林開發)，都讓人類有機會接觸到這些病毒。尤其是現在長途旅行的交通便利，很多城市人口密集，一旦這些病毒可以感染人類細胞及複製時，那便有可能在人群中傳播，對人類健康造成威脅。許多新興病毒都是 RNA 病毒，例如 SARS、MERS 及 2019-nCoV (SARS-CoV-2)冠狀病毒，這些 RNA 病毒複製時，可能會產生突變或重組。冠狀病毒在許多動物廣泛存在，過去也有數種冠狀病毒 (human coronavirus)會感染人類造成普通感冒或肺炎。這個病毒具有外套膜，病毒顆粒直徑大小約 120nm。若與人的頭髮直徑相比較的話，頭髮直徑約5×10^{-3} cm。($1\text{nm}=10^{-9}\text{m}$)。請問頭髮直徑約是病毒顆粒直徑的幾倍？請選出正確的科學記號表示：

(1) 416.6 倍 (2) 4166 倍 (3) 4.166×10^1倍 (4) 4.166×10^2倍

(5) 4.166×10^3倍

答案：(4)

解析：$5\times10^{-3}\text{cm}=5\times10^{-5}\text{m}$ 又$120\text{nm}=120\times10^{-9}\text{m}$

$\frac{5\times10^{-5}}{120\times10^{-9}}=\frac{1}{24}\times10^4=\frac{100}{24}\times10^2=4.1\overline{6}\times10^2$ ，故選(4)

3. 在數學中，班佛定律（Benford's law）描述了真實數字數據集中首位數字的頻率分布。一堆從實際生活得出的數據中，以1為首位數字的數，出現機率約為總數的三成。而越大的數，以它為首位的數出現的機率就越低。此定律可用於檢查各種數據是否有造假，但要注意使用條件：(1)數據至少 3000 筆以上。(2)不能有人為操控。在數學中的班佛定律，以 n 為首位數字的數，出現比例以機率表示為 $P(n)=\log\left(\frac{n+1}{n}\right)$。請問在某間銀行中，存款金額首位數字為 3 或 4 或 5 的比例有多少？（$\log 2\approx 0.3010$）

(1) 20% (2) 30% (3) 40% (4) 50% (5) 60%

答案：(2)

解析：$\log\left(\frac{4}{3}\right)+\log\left(\frac{5}{4}\right)+\log\left(\frac{6}{5}\right)=\log\left(\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times\frac{6}{5}\right)=\log 2$ 約為 0.3010

4. 已知三角形 ABC 的三邊長分別為 $\overline{AB}=5$、$\overline{CB}=9$、$\overline{AC}=7$。請選出和向量 $\overrightarrow{AB}$ 的內積結果為最大值之選項：

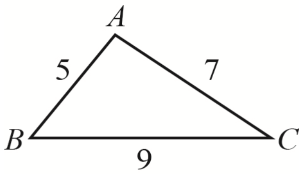
(1) $\overrightarrow{AC}$ (2) $\overrightarrow{CA}$ (3) $\overrightarrow{BC}$ (4) $\overrightarrow{CB}$ (5) $\overrightarrow{AB}$

答案：(4)

解析：三角形 ABC 中：

$\cos A=\frac{25+49-81}{2\times5\times7}=\frac{-1}{10}$ 又 $\cos B=\frac{25+81-49}{2\times5\times9}=\frac{57}{90}$ 且 $\cos C=\frac{49+81-25}{2\times7\times9}=\frac{15}{18}$

所以 $\angle A$ 為鈍角，其餘為銳角



(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=5\times7\times\frac{-1}{10}<0$ (2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}=5\times7\times\frac{1}{10}=\frac{7}{2}$

(3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=5\times9\times\frac{-57}{90}<0$ (4) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CB}=5\times9\times\frac{57}{90}=\frac{57}{2}$

(5) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}=5\times5\times1=25$

故選(4)

5. 假設地球儀球心為原點$(0,0,0)$，正北極為z軸正向，本初子午線位於xz平面上，其上一點P的球面坐標為$(30\cos(-60°)\cos23°,30\cos(-60)°\sin23°,30\sin(60°))$，判斷下列敘述何者**錯誤**？
(1) 點P在東經$23°$經線上
(2) 點P在南緯$60°$緯度線上
(3) 地球儀上的赤道長度為60π
(4) 點P在東半球
(5) 地球儀上R點坐標$(30\cos(-60°)\cos(-37°),30\cos(-60)°\sin(-37°),30\sin(60°))$，在地球儀表面上$P$點與$R$點兩點距離為$10\pi$

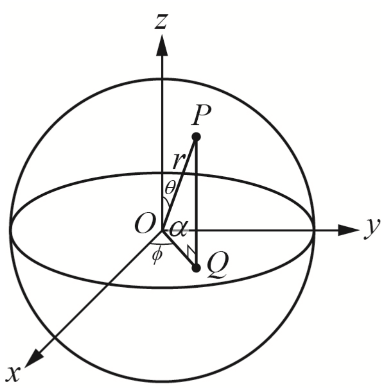
答案：(2)

解析：(1)(2)(3)(4)：由P點坐標可化簡為$(30\cos(-60°)\cos23°,30\cos(-60)°\sin23°,30\sin(60°))$
$=(30\cos(60°)\cos23°,30\cos(60)°\sin23°,30\sin(60°))$

如圖，其中Q點為P點在XY平面的投影點，$\angle POQ=\alpha°$

可知$r=30$，P點在北緯$60°$，$\angle POQ=\alpha°=60°$，且P在東經$23°$，即$\phi=23°$

所以$\overline{OP}=30$，$\overline{OQ}=30\cos60°$且Q點坐標為$(30\cos(60°)\cos23°,30\cos(60)°\sin23°,0)$



(5)：由R點坐標$(30\cos(-60°)\cos(-37°),30\cos(-60)°\sin(-37°),30\sin(60°))$，可知

$\angle POR=60°=\frac{\pi}{3}$，所以$P$點與$R$點所構成的弧長為$30\times\frac{\pi}{3}=10\pi$

6. 有甲乙兩個袋子，甲袋子內裝有 1 黑球 2 白球，乙袋內有 1 白球 3 黑球，今擲一不公正硬幣 1 次（其出現正面的機率為 0.3），若出現正面，則從甲袋抽出一球，若出現反面，則從乙袋抽出一球。已知取出的是白球的狀態下，此球來自乙袋的機率最接近下列哪一個選項？
(1) 0.2 (2) 0.3 (3) 0.4 (4) 0.5 (5) 0.6

答案：(4)

解析：

抽到甲 機率 0.3	已選到甲，則抽到白機率$\frac{2}{3}$
	已選到甲，則抽到黑機率$\frac{1}{3}$
抽到乙 機率 0.7	已選到乙，則抽到白機率$\frac{1}{4}$
	已選到乙，則抽到黑機率$\frac{3}{4}$

抽到白球的機率＝從甲中得到白＋從乙中得到白＝$0.3\times\frac{2}{3}+0.7\times\frac{1}{4}$

所以在這前提下，其出自乙袋的機率為$\frac{0.7\times\frac{1}{4}}{0.3\times\frac{2}{3}+0.7\times\frac{1}{4}}=\frac{\frac{7}{40}}{\frac{6}{30}+\frac{7}{40}}=\frac{7}{15}\approx 0.46$，

故選(4)

二、多選題（占 30 分）

說明：第 7 題至第 12 題，每題 5 分。

7. 設$0<a<1$，且$a^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{-1}{2}}=3$，試選出正確的選項。

(1) $a^1+a^{-1}=7$　(2) $a^2+a^{-2}=47$　(3) $a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{-1}{2}}=\sqrt{5}$

(4) $a^{\frac{3}{2}}-a^{\frac{-3}{2}}=-8\sqrt{5}$　(5) $a^{\frac{3}{4}}-a^{\frac{-3}{4}}=-4$

答案：(1)(2)(4)(5)

解析：(1)○：$a^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{-1}{2}}=3$將其平方得到$a^1+a^{-1}+2=9\Rightarrow a^1+a^{-1}=7$

(2)○：$a^1+a^{-1}=7$將其平方得到$a^2+a^{-2}+2=49\Rightarrow a^2+a^{-2}=47$

(3)×：令$a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{-1}{2}}=k$將其平方得到$a^1+a^{-1}-2=k^2\Rightarrow 7-2=k^2$

解得$k=\pm\sqrt{5}$，取$k=-\sqrt{5}$ (因為$0<a<1$)

(4)○：$a^{\frac{3}{2}}-a^{\frac{-3}{2}}=(a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{-1}{2}})(a^1+1+a^{-1})=(-\sqrt{5})(7+1)=-8\sqrt{5}$

(5)○：令 $a^{\frac{3}{4}}-a^{-\frac{3}{4}}=p$ 將其平方得到 $a^{\frac{3}{2}}+a^{-\frac{3}{2}}-2=p^2$

又 $a^{\frac{3}{2}}+a^{-\frac{3}{2}}=(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})(a^1-1+a^{-1})=3\times(7-1)=18$

所以 $18-2=p^2 \Rightarrow p=\pm4$，取 $p=-4$ (因為 $0<a<1$)

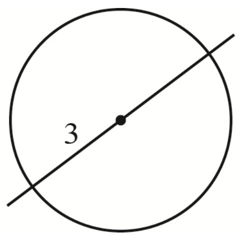
8. 在坐標平面上，已知圓 $C: x^2+y^2+4x-2y-4=0$ 與直線 $L: 3x-4y+k=0$，試選出正確的選項。
(1) 圓 C 的半徑為 9
(2) 若 L 與圓 C 有最大的割線段長，則 $k=8$
(3) 若 $k=10$ 時，圓 C 上恰有 3 點到 L 距離為 2
(4) 若 $k=-2$ 時，則 L 與 C 交於相異兩點
(5) 若 L 與 C 不相交，此時 k 可能為 -6

答案：(4)(5)

解析：(1)×： $x^2+y^2+4x-2y-4=0$ 配方得 $(x+2)^2+(y-1)^2=9$，圓心 $(-2,1)$、半徑 $=3$

(2)×：最大割線段長為直徑，即該直線通過圓心： $3(-2)-4(1)+k=0 \Rightarrow k=10$

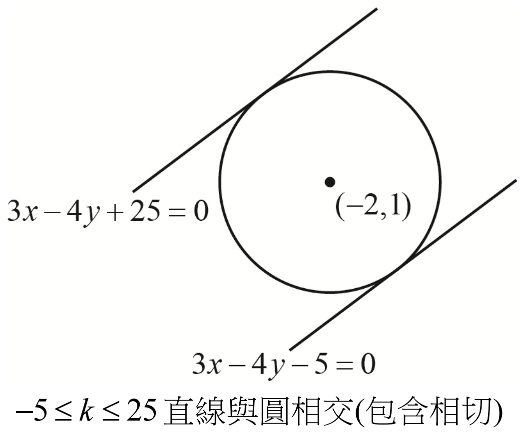
(3)×：半徑為 3，故有 4 個點



(4)○：透過圓心 $(-2,1)$ 到直線 $3x-4y+k=0$ 距離等於半徑

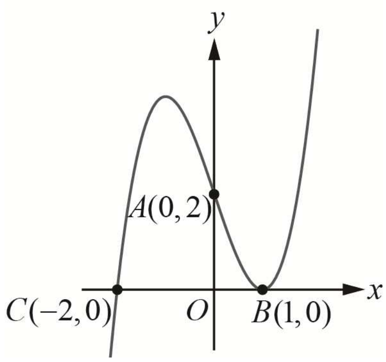
$\frac{|-6-4+k|}{\sqrt{25}}=3$，解得 $k=-5$ 或 25 (如下圖)

所以 $k=-2$ 時，即 $3x-4y-2=0$ 的確與圓交於兩點



(5)○： $-5\le k\le 25$ 直線與圓相交(包含相切)

9. 下圖是三次函數 $f(x)=ax^3+bx^2+cx^1+d$ 的圖形，其中 $A(0,2)$ 為對稱中心；在 $x=1$ 有極小值 0 ，請依圖形的特徵選出正確選項。



(1) $b=0$　　(2) $c>0$　　(3) $f(x)$ 可以被 $(x-1)^2$ 整除

(4) $f(x)$ 在 $x=1$ 附近的一次近似為 $y=0$

(5) $x=-1$ 有極大值 $y=4$（極大值：局部最高點的 y 坐標值）

答案：(1)(3)(4)(5)

解析：(1)○(2)×：若對稱中心在 $A(0,2)$ 則可假設 $f(x)=ax^3+0\times x^2+cx^1+2$

代入 $B(1,0)$ $C(-2,0)$ 兩點解聯立可得：$f(x)=x^3-3x+2$

所以：$b=0$ 且 $c=-3$

(3)○(4)○：利用以 $x=1$ 為中心連續綜合除法得到泰勒展開式：

$f(x)=(x-1)^3+3(x-1)^2+0$ 可得知在 $x=1$ 附近的一次近似為 $y=0$

(5)○：利用以 $x=-1$ 為中心連續綜合除法得到泰勒展開式：

$f(x)=(x+1)^3-3(x+1)^2+4$ 可得知在 $x=1$ 附近的一次近似為 $y=4$

又 $y=4$ 為水平線，所以可得 $x=1$ 的極大值 $=4$

10. 三民書局出版社總部共有六層樓高，假設有 n 個人從 1 樓開始搭乘電梯必須移動到別的樓層，並且各自按下各自的樓層後，電梯只會由下往上移動並且停靠在各自乘客按下的樓層，不考慮人員進出，只考慮電梯停靠在那些樓層，請問依據下列條件選出正確的停靠的方式。

(1) 若 $n=1$ ，則電梯有 C_1^6 種停靠方式

(2) 若 $n=2$ ，則電梯有 C_2^5 種停靠方式

(3) 若 $n=3$ ，則電梯有 25 種停靠方式

(4) 若 $n=4$ ，則電梯有 30 種停靠方式

(5) 若 $n=5$ ，則電梯有 32 種停靠方式

答案：(3)(4)

解析：(1)×：1 人可能移動到 5 個樓層（2～6 樓），所以有 5 種

(2)×：2 人有可能有兩種狀況：

（一）2 人同樓層：C_1^5 （二）2 人不同樓層：C_2^5

共有：$C_1^5+C_2^5=5+10=15$ 種

(3)○：3 人有可能有三種狀況：

（一）3 人同 1 個樓層：C_1^5

（二）3 人不同分布在 2 個樓層：C_2^5

（三）3 人不同分布在 3 個樓層：C_3^5

共有：$C_1^5+C_2^5+C_3^5=5+10+10=25$ 種

(4)○：由上面同理可得：4 人共有：$C_1^5+C_2^5+C_3^5+C_4^5=5+10+10+5=30$ 種

(5)×：由上面同理可得：5 人共有：$C_1^5+C_2^5+C_3^5+C_4^5+C_5^5=5+10+10+5+1=31$ 種

11. 下表為 110 學年度學測自然級分人數統計表，請依據下表，選出正確的選項。

(1) 眾數為 6 級分

(2) 頂標（第 88 百分位數）為 13 級分

(3) 均標（第 50 百分位數）為 9 級分

(4) 此次學測自然全國平均數大於中位數

(5) 某考生報考了 A 大某系，該系檢定標準為英數自三科均須達前標（第 75 百分位數）。他的自然考了 11 級分，沒有達自然檢定標準。

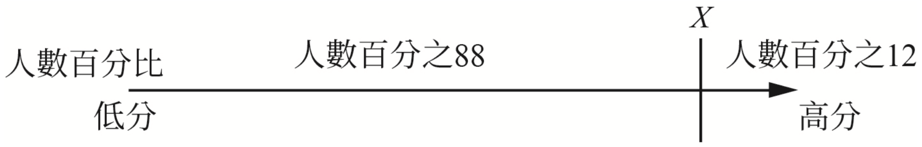
級分	自然			
	人數	百分比	自高分往低分**累計**	
			人數	百分比
15	4,062	4.34	4,062	4.34
14	5,824	6.22	9,886	10.56
13	6,393	6.83	16,279	17.38
12	7,209	7.7	23,488	25.08
11	7,594	8.11	31,082	33.19
10	7,495	8	38,577	41.2
9	7,828	8.36	46,405	49.56
8	8,765	9.36	55,170	58.92
7	9,499	10.14	64,669	69.06
6	11,271	12.04	75,940	81.1
5	9,950	10.63	85,890	91.72
4	6,072	6.48	91,962	98.21
3	1,560	1.67	93,522	99.88
2	97	0.1	93,619	99.98
1	10	0.01	93,629	99.99
0	10	0.01	93,639	100

答案：(1)(2)(4)(5)

解析：

(1)○：眾數為出現次數最多的資料，所以是 6 級分。

(2)○：頂標（第 88 百分位數）為 X 級分，意指：



小於等於 X 級分的資料至少占總考生人數的百分之 88

且大於等於 X 級分的資料至少占總考生人數的百分之 12，所以 X 為 13 級分

(3)×：均標（第 50 百分位數）為 8 級分

(4)○：平均級分約為 8.8 級分所以大於中位數 8 級分

(5)○：第 75 百分位數即為 12 級分，所以自然沒有通過檢定標準

12. 在 xy 平面上有五個圖形，分別為：$F_1: y=\sin x$ 、$F_2: y=2\sin x$ 、$F_3: y=\sin 3x$ 、$F_4: y=\sin(3x-\frac{\pi}{3})$ 、$F_5: y=2\sin(3x-\frac{\pi}{3})+4$ ，試選出正確選項。

(1) F_2 是將 F_1 的圖形鉛直伸縮為原來的 2 倍而得
(2) F_3 是將 F_1 的圖形水平伸縮為原來的 3 倍而得
(3) F_4 是將 F_1 的圖形先水平伸縮為原來的 $\frac{1}{3}$ 倍，再向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 單位而得
(4) F_4 是將 F_1 的圖形先向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 單位，再水平伸縮為原來的 $\frac{1}{3}$ 倍而得
(5) F_5 是將 F_4 的圖形向上平移 4 單位，再鉛直伸縮為原來的 2 倍而得

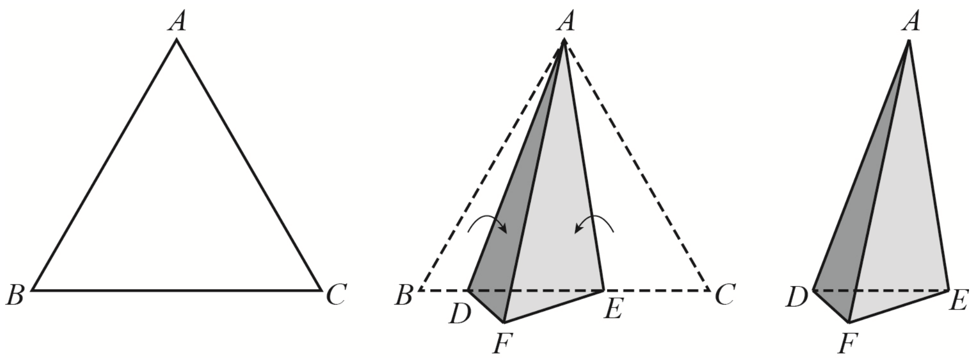
答案：(1)(4)

解析：(1)○(2)×：$\frac{1}{3}$ 倍(3)×(4)○
(5)×：應更正為先鉛直伸縮為原來的 2 倍，再向上平移 4 單位。

三、選填題（占 30 分）

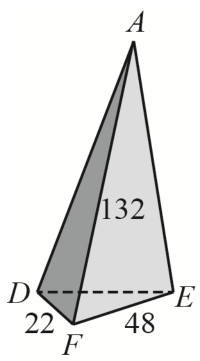
說明：第 13 至 18 題，每題 5 分。

13. 如圖，已知正三角形 ABC 紙片，邊長為 132，且 $\overline{BD}=22$ ，今沿著兩線段 $\overline{AD}$ 、$\overline{AE}$ 將三角形摺起，使得 $\overline{AB}$ 、$\overline{AC}$ 兩邊重和於 $\overline{AF}$ ，形成四邊形 $ADFE$ ，請問四邊形 $ADFE$ 面積為______ 。



答案：$2310\sqrt{3}$

解析：



已知 $\overline{AF}=132$ 且三角形 DEF 周長亦為 132，又 $\overline{BD}=22=\overline{DF}$，且 $\angle DFE=120°$，

所以可假設 $\overline{FE}=x$ 與 $\overline{ED}=132-22-x=110-x$

在三角形 DFE 中使用餘弦定理：$\cos 120^\circ=\dfrac{x^2+22^2-(110-x)^2}{2\times x\times 22}$

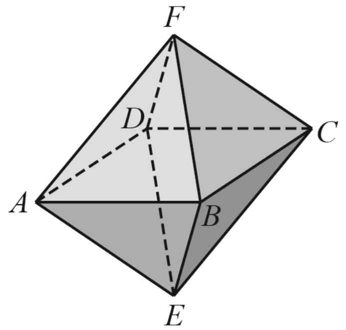
可得 $\dfrac{-1}{2}=\dfrac{x^2+484-(12100+x^2-220x)}{2\times x\times 22}$

乘開後解出 $x=48$，故可得 $\overline{DF}=22$，$\overline{FE}=48$ 且已知 $\overline{AF}=132$

所以四邊形 $ADFE$ 面積 = 三角形 ADF 面積 + 三角形 AEF 面積

$=\dfrac{1}{2}\times 22\times 132\times \sin 60^\circ+\dfrac{1}{2}\times 48\times 132\times \sin 60^\circ=2310\sqrt{3}$

14. 正八面體 $ABCDEF$，由 F 沿著稜線到達 E 點，如果不通過同一個點，也不一定要每個點都經過，請問有幾種走法：______。



答案：28 種

解析：若經過 1 個點，例如 $F-A-E$：$1\times 4\times 1=4$

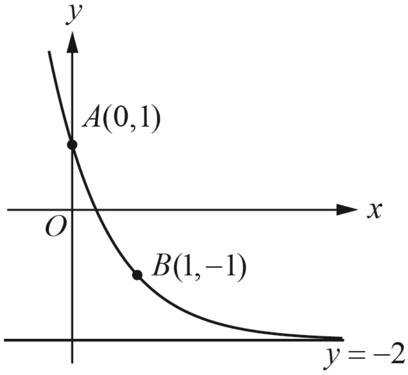
若經過 2 個點，例如 $F-A-B-E$：$1\times 4\times 2\times 1=8$

若經過 3 個點，例如 $F-A-B-C-E$：$1\times 4\times 2\times 1\times 1=8$

若經過 4 個點，例如 $F-A-B-C-D-E$：$1\times 4\times 2\times 1\times 1\times 1=8$

所以總共 $4+8+8+8=28$ 種

15. 設a,b,c為實數，$a>0$且$a\neq 1$，若下圖為$y=a^{x+b}-c$的部分圖形，圖形通過$A(0,1)$，$B(1,-1)$兩點，且直線$y=-2$為其漸進線，則序對$(a,b,c)=$______。



答案：$(\frac{1}{3},-1,2)$

解析：$y=-2$為其漸進線，所以可知$y=a^{x+b}-2$，即$c=2$

接下來代入A、B兩點解聯立：

$$\begin{cases}1=a^{0+b}-2\\-1=a^{1+b}-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3=a^{0+b}\cdots\cdots①\\1=a^{1+b}\cdots\cdots②\end{cases}\Rightarrow\frac{①}{②}\Rightarrow 3=a^{-1}\Rightarrow a=\frac{1}{3}$$

代入(1)得到$b=-1$

16. 在人口密集的都會區發生了嚴重的疫情感染，於疫情爆發一開始有 2000 人感染確診，醫學家用數學模型$N(t)=2000\times(1+100^{0.03t})$表示其遭受到感染的人數，其中$t$（小時）為時間，$N(t)$為被感染的人數，請問要經過______小時後（無條件進位至整數位），感染人數會超過 10 萬人。（$\log 7\approx 0.8451$）

答案：29 小時

解析：$2000\times(1+100^{0.03t})>100000\Rightarrow(1+100^{0.03t})>50\Rightarrow 100^{0.03t}>49$

兩邊取對數$\log 100^{0.03t}>\log 49\Rightarrow 0.03t\times\log 100>2\times\log 7\Rightarrow 0.03t>0.8451$

解得$t>28.17$，所以取 29 小時

17. 當數列$\langle a_n \rangle$滿足遞迴關係式：$\begin{cases} a_1 = \dfrac{1}{3} \\ a_n = \dfrac{1-a_{n-1}}{3-4a_{n-1}}, n \geq 2 \end{cases}$，請問$a_{20} =$______。

答案：$\dfrac{20}{41}$

解析：觀察前三項：$a_1 = \dfrac{1}{3}$，$a_2 = \dfrac{1-\frac{1}{3}}{3-4\times\frac{1}{3}} = \dfrac{2}{5}$，$a_3 = \dfrac{1-\frac{2}{5}}{3-4\times\frac{2}{5}} = \dfrac{3}{7}$

可以歸納出一般項為$a_n = \dfrac{n}{2n+1}$。所以$a_{20} = \dfrac{20}{41}$

18. 已知阿三說實話的機率為$\dfrac{4}{5}$，阿民說實話的機率為$\dfrac{3}{5}$，兩人說實話的狀況互相不影響。今有一個箱子裝有 3 黃球 2 綠球 5 藍球，每球被取到的機會都相等。現自袋中任取一球，若兩人皆說黃球的條件下，該球是綠球的機率是多少__________

答案：$\dfrac{2}{25}$

解析：

A事件為：不管抽到什麼球，兩人皆說黃球

B事件為：抽到綠球

所求為$P(B|A) = \dfrac{P(B\cap A)}{P(A)} = \dfrac{\text{抽到綠且兩人說黃}}{\text{抽到黃且兩人說黃+抽到綠且兩人說黃+抽到藍且兩說黃}}$

$$= \frac{\frac{2}{10}\times\frac{1}{5}\times\frac{2}{5}}{\frac{3}{10}\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{10}\times\frac{1}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{5}{10}\times\frac{1}{5}\times\frac{2}{5}} = \frac{4}{36+4+10} = \frac{2}{25}$$

第貳部分、混合題或非選擇題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

19 至 20 題為題組

19. 令 $I=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$，$A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 3 & 4\end{bmatrix}$，$B=I+A+A^{-1}$，若 $BA=rA$ 且 $r\in\mathbb{R}$，請問 r 之值。（單選題，占 3 分）

(1) 3　(2) 4　(3) 5　(4) 6　(5) 7

答案：(4)

解析：$B=I+A+A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 1\\ 3 & 4\end{bmatrix}+\dfrac{1}{\begin{vmatrix}1 & 1\\ 3 & 4\end{vmatrix}}\begin{bmatrix}4 & -1\\ -3 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6 & 0\\ 0 & 6\end{bmatrix}$

所以 $BA=\begin{bmatrix}6 & 0\\ 0 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 3 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6 & 6\\ 18 & 24\end{bmatrix}=6\times\begin{bmatrix}1 & 1\\ 3 & 4\end{bmatrix}$，故 $r=6$

20. 已知 $C(BA)=\begin{bmatrix}4 & 0\\ 0 & 4\end{bmatrix}$，請問 C 答案是多少？（計算題，占 7 分）

答案：$\begin{bmatrix}\frac{8}{3} & \frac{-2}{3}\\ -2 & \frac{2}{3}\end{bmatrix}$

解析：$C(BA)=4\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$，所以 $\dfrac{C}{4}(BA)=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

故 $\dfrac{C}{4}=(BA)^{-1}=A^{-1}B^{-1}=\begin{bmatrix}4 & -1\\ -3 & 1\end{bmatrix}\dfrac{1}{6}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2}{3} & \frac{-1}{6}\\ \frac{-1}{2} & \frac{1}{6}\end{bmatrix}$，解得 $C=\begin{bmatrix}\frac{8}{3} & \frac{-2}{3}\\ -2 & \frac{2}{3}\end{bmatrix}$

答案卷

第壹部分： 選擇題（占 90 分）

一、 單選題（占 30 分）

1　3	2　4	3　2	4　4	5　2	6　4

二、 多選題（占 30 分）

7　1245	8　45	9　1345	10　34	11　1245	12　14

三、 選填題（占 30 分）

13　$2310\sqrt{3}$	14　28 種	15　$(\frac{1}{3},-1,2)$	16　29 小時	17　$\frac{20}{41}$	18　$\frac{2}{25}$

第貳部分：混合題（占 10 分）

題號	作　答　區 注意：1.應依據題號順序，於作答區內作答。2.除另有規定外，書寫時應由左至右橫式書寫。3.作答須清晰，如難以辨識時，恐將影響成績評閱並傷及權益。4.不得於作答區書寫姓名、應試號碼或無關之文字、圖案符號等。
19	(4)
20	$C(BA)=4\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$，所以$\frac{C}{4}(BA)=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ 故$\frac{C}{4}=(BA)^{-1}=A^{-1}B^{-1}=\begin{bmatrix}4&-1\\-3&1\end{bmatrix}\frac{1}{6}\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2}{3}&\frac{-1}{6}\\\frac{-1}{2}&\frac{1}{6}\end{bmatrix}$，解得$C=\begin{bmatrix}\frac{8}{3}&\frac{-2}{3}\\-2&\frac{2}{3}\end{bmatrix}$

20	