

# 新北基高級中等學校

## 110 學年度學科能力測驗聯合模擬考試

### 數學考科

—作答注意事項—

考試範圍：第一～二冊全

考試時間：100 分鐘

作答方式：

- 選擇題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定畫記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響考生成績並傷及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18-1

列的  $\overset{3}{\square}$  與第 18-2 列的  $\overset{8}{\square}$  畫記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{19-1} \textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 19-1 列的  $\square$  與第

19-2 列的  $\overset{7}{\square}$  畫記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

• 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及可能用到的數值。

## 祝考試順利



版權所有 · 翻印必究

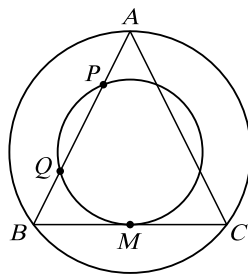
## 第壹部分、選擇題（占 85 分）

### 一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

- 下列五組數據，哪一組數據的標準差最小？
  - (1) 2, 3, 4, 5, 6
  - (2)  $1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3$
  - (3) 20, 30, 40, 50, 60
  - (4) 201, 302, 403, 504, 605
  - (5) 199, 200, 200, 200, 201
  
- 美美規劃高三總複習的進度，在接下來連續六天中，有三天要安排國文、英文和數學三種課程各一天，且此三種課程不能連續排在相鄰三天(但安排兩課程相鄰是可以的，例如國文、英文排在第一天及第二天，數學只要不排在第三天即可)。若不論剩餘三天是否安排課程，請問安排課程的方法有幾種？
  - (1) 24 種
  - (2) 72 種
  - (3) 84 種
  - (4) 96 種
  - (5) 120 種
  
- 有一個 5 行 5 列共 25 個格子，名為「一加一」的方形戳戳樂遊戲，其中有 20 格裡面有 60 元，1 格裡面有 150 元，其餘 4 格裡面無金額，只註明：「下次運氣會更好」。假設每一格被戳中的機會都相同，玩一遍可以戳相異兩格，請問玩一遍這個戳戳樂遊戲獲得金額的期望值為何？
  - (1) 126 元
  - (2) 112 元
  - (3) 108 元
  - (4) 104 元
  - (5) 100 元

4. 如右圖，兩個同心圓，大圓半徑為 5，小圓半徑為 3，大圓有一內接三角形  $ABC$ ，其中  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BC}$  切小圓於  $M$ ，且  $\overline{AB}$  交小圓於  $P$ 、 $Q$  兩點，試求  $\overline{PQ}$  的長度為何？



- (1)  $2\sqrt{6}$   
 (2) 2  
 (3)  $2\sqrt{3}$   
 (4) 4  
 (5)  $2\sqrt{5}$
5. 1977 年地震學家金森博雄教授制定了「地震矩規模 ( $M_w$ )」，用於估計規模較大的地震 (3.5 級以上)，其計算公式為  $M_w = \frac{2}{3} \log M_0 - 10.73$ ，其中  $M_0$  為地震矩，表示地震所釋放的能量，單位為焦耳(牛頓-公尺)。已知一個直徑 100 公里，以秒速 25 公里撞擊地球的石質隕石，撞擊地球時，所引發的地表毀滅級地震的地震矩規模約 10 級，請問此地震所釋放的能量，與 2010 年 2 月 27 日發生於智利，地震矩規模為 8.8 級的地震所釋放的能量，前者是後者的幾倍？選出最接近的數值。
- (1) 60 倍  
 (2) 90 倍  
 (3) 120 倍  
 (4) 150 倍  
 (5) 180 倍

## 二、多選題 (占 30 分)

說明：第 6 題至第 11 題，每題 5 分。

6. 下列指數的敘述，哪些選項是正確的？

(1)  $(-3)^{-2} \cdot 5^{-2} = \frac{1}{225}$

(2)  $(2^{\sqrt{6}}) \cdot (2^{\sqrt{6}}) = 64$

(3)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} < \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$

(4)  $2^{1.301} + 2^{2.699} > 2^3$

(5)  $7^{100} + 6^{100} > 8^{100}$

7. 若數列  $\langle a_n \rangle$  滿足遞迴式  $a_1 = 2$ ,  $a_n = a_{n-1} + 2^n$  ( $n \geq 2$ ),  $n$  為正整數, 則下列哪些選項正確?

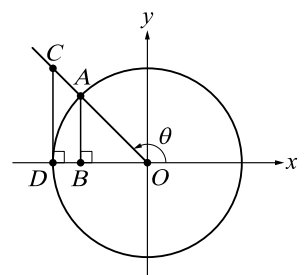
- (1)  $a_2 = 4$
- (2)  $a_3 = 14$
- (3)  $\langle a_n \rangle$  為等比數列
- (4)  $a_n = \begin{cases} 2, & n=1 \\ 2+2^2+\dots+2^{n-1}, & n \geq 2, n \text{ 為正整數} \end{cases}$
- (5) 一般項  $a_n = 2^{n+1} - 2$

8. 設  $y=f(x)$  為二次實係數多項式函數且  $f(x)=0$  沒有實數解, 則下列哪些選項正確?

- (1)  $f(0)$  恆正
- (2)  $f(1)$  和  $f(2)$  的乘積必定為正數
- (3) 不等式  $f(x) > 0$  的解為任意實數
- (4) 不等式  $f(x) \cdot (x+3)(x-4) < 0$  的解為  $-3 < x < 4$
- (5) 不等式  $(f(x))^2 \cdot (x+3)(x-4) < 0$  的解為  $-3 < x < 4$

9. 如右圖, 在坐標平面上, 廣義角  $\theta$  ( $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ) 的頂點為原點  $O$ , 始邊為  $x$  軸正向, 終邊與單位圓交於  $A$  點,  $\overline{AB}$  垂直於  $x$  軸,  $C$  點為終邊上另一點,  $\overline{CD}$  和單位圓相切於  $D$  點, 其中單位圓為半徑等於 1 的圓, 則下列哪些選項正確?

- (1)  $A$  點坐標為  $(-\cos \theta, \sin \theta)$
- (2)  $\overline{OB} = \cos(180^\circ - \theta)$
- (3)  $\triangle OAD$  的面積為  $\frac{\sin \theta}{2}$
- (4)  $\triangle OCD$  的面積為  $\frac{\tan \theta}{2}$
- (5)  $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = -\cos \theta$



10. 已知三次實係數多項式  $f(x) = a(x+2)^3 + 2(x+2) + 16$  且  $f(0) = 4$ ，則下列哪些選項正確？

- (1)  $a < 0$
- (2)  $y = f(x)$  圖形的對稱中心為  $(-2, 16)$
- (3)  $y = g(x) = x^3 + 2x + 16$  的圖形向右平移 2 個單位可得到  $y = f(x)$  的圖形
- (4)  $y = f(x)$  的圖形在  $x = -2$  附近的近似直線斜率為 2
- (5)  $f(-2.01) \approx 16.02$  (四捨五入至小數點後第二位)

11. 臺灣人口簡史如下：西元 1683 年明鄭時期結束後約有 20 萬人(漢人部分)，之後清朝為了降低鄭氏家族的影響力，大量移民來臺。甲午戰爭後日本統治臺灣，西元 1900 年左右調查統計臺灣地區人口約為 300 萬人，1940 年約為 500 萬人。隨著國民政府遷臺後，經濟起飛加上戰後嬰兒潮，西元 1960 年臺灣人口達到約 1000 萬人，西元 1970 年與 1980 年人口普查分別為 1400 萬及 1800 萬人。小民想建立一條迴歸(最適)直線，描述西元 1900 年到 1980 年的臺灣人口數，其中對應的  $x$  坐標為自西元 1900 年起 ( $x=0$ )，每 10 年為 1 單位，對應的  $y$  坐標為每 100 萬人為 1 單位，將數據依照下表化簡。

年度	1900	1940	1960	1970	1980
對應 $x$ 坐標	0	4	6	7	8
人數	300 萬人	500 萬人	1000 萬人	1400 萬人	1800 萬人
對應 $y$ 坐標	3	5	10	14	18
點坐標 $(x, y)$	$(0, 3)$	$(4, 5)$	$(6, 10)$	$(7, 14)$	$(8, 18)$

計算後得到迴歸(最適)直線  $y = a + bx$  與相關係數  $r$ ，下列敘述哪些正確？

- (1)  $r > 0.9$
- (2)  $a > 1$
- (3)  $b > 2$
- (4) 以迴歸(最適)直線估計 1950 年臺灣人口為 900 萬人
- (5) 以迴歸(最適)直線估計 2000 年臺灣人口為 1900 萬人

### 三、選填題 (占 30 分)

說明：第 12 題至第 17 題，每題 5 分。

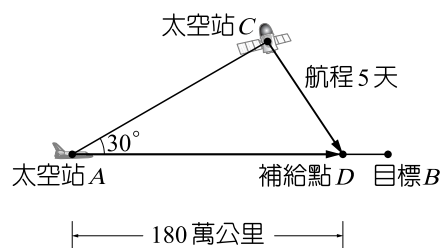
12. 設  $k$  為整數，已知  $\frac{k}{10} < \sqrt{11-6\sqrt{2}} < \frac{k+1}{10}$ ，則  $k = \underline{\quad 12-1 \quad 12-2 \quad}$ 。

13. 試求聯立不等式 
$$\begin{cases} 3x+2y \geq 14 \\ 18x+11y \leq 120 \\ 2x-y \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 所圍成區域的面積為  $\frac{\textcircled{13-1} \textcircled{13-2}}{\textcircled{13-3}}$ 。(化為最簡分數)

14. 某火車站為了配合新冠肺炎防疫工作，乘客於候車座位入座時需要保持社交距離，有劃記  $\times$  的不能入座，座位表如右，只有 18 個座位能入座。今甲、乙兩人選取不同行不同列的方式入座，則有  $\textcircled{14-1} \textcircled{14-2} \textcircled{14-3}$  種入座方式。

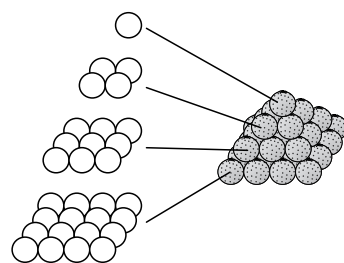
	$\times$		$\times$		$\times$	
$\times$		$\times$		$\times$		$\times$
	$\times$		$\times$		$\times$	
$\times$		$\times$		$\times$		$\times$
	$\times$		$\times$		$\times$	

15. 某國計畫派遣一艘太空船，以每天 18 萬公里的速度從太空站  $A$  直線飛往目標  $B$ ，出發前發現需要一項新儀器，所以請距離 150 萬公里的太空站  $C$  派遣補給太空船於第 5 天出發，預計在第 10 天於補給點  $D$  交貨。已知從太空站  $A$  看來，目標  $B$  與太空站  $C$  之間的視角為 30 度(即  $\angle CAB = 30^\circ$ )，請問從太空站  $C$  出發的補給太空船的平均速度應每天前進



$\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}$  萬公里，才能順利於補給點  $D$  交貨。(取最接近整數)

16. 為了防止客人挑揀損壞水果，某賣場堆放橘子成為四角錐形，如右圖，第一層 1 個，第二層 4 個，第三層 9 個，……，依序增加。經理一次買進二十箱外觀大小相同的橘子，每箱 80 個，若不考慮橘子毀損，這樣的疊法最高可以堆  $\textcircled{16-1} \textcircled{16-2}$  層。



17. 擲一顆公正骰子 4 次，若點數分別為  $a, b, c, d$ ，則  $(a-b)^2 + |(b-c)(c-d)| = 0$  的機率為

$\frac{\textcircled{17-1} \textcircled{17-2}}{\textcircled{17-3} \textcircled{17-4} \textcircled{17-5}}$ 。(化為最簡分數)

### 第貳部分、混合題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。非選擇題請由左而右橫式書寫，必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

#### 第 18 至 20 題為題組

翰翰買了一臺新的無人機，想要測試這臺無人機的性能，他發現自己就讀的大學學區恰好在可使用的航空領域內。如右所示，這張地圖的比例尺為 100 公尺，並以大學宿舍頂樓為原點  $O(0, 0)$  建立直角坐標系。圖中的位置坐標均以 100 公尺為 1 單位標示。翰翰操控此無人機從宿舍頂樓  $O(0, 0)$  出發，直線前進到藝術村  $P(-3, 4)$ ，發現就是這臺無人機最遠可操控的距離了。試回答下列問題：



18. 請問翰翰操控的無人機從宿舍頂樓  $O$  出發後，還可以到達哪些地點？(多選題，4 分)

- (1) 夜市
- (2) 市場
- (3) 行政中心
- (4) 捷運站
- (5) 市立圖書館

19. 基於飛行安全與國防考量的理由，有些區域會設立禁航區，禁止未經申請許可的飛行器飛入該空中區域。若翰翰就讀的大學學區之禁航區恰為學校旁道路的右側，該道路在地圖中為通過  $(2, 11)$  與  $(4, -3)$  這兩點的直線，以虛線所表示。請問實際上翰翰的無人機從宿舍頂樓  $O(0, 0)$  出發，最遠可操控的範圍面積為多少平方公尺？(5 分)

20. 小林是翰翰的好友，他打算操作另一臺無人機從河濱空地  $F(-6, 0)$  上方，以直線飛行的方式往翰翰就讀的學校方向飛去，請問小林的無人機行經路線，其斜率  $m$  在哪個範圍時，有可能會跟翰翰的無人機相遇？(6 分)

## 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3.  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ， $n$  為正整數

4. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]}$

5. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數  $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線(最適直線)方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\sqrt{7} \approx 2.646$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 4 \approx 0.6020$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 6 \approx 0.7781$ ，  
 $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 8 \approx 0.9030$ ， $\log 9 \approx 0.9542$