

新竹區高級中等學校

110 學年度學科能力測驗聯合模擬考試

數學 B 考科

—作答注意事項—

考試範圍：第一～二冊、數學B第三冊

考試時間：100 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定畫記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響考生成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1

列的 $\overset{3}{\square}$ 與第 18-2 列的 $\overset{8}{\square}$ 劃記，如：

18-1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input checked="" type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> -	<input type="checkbox"/> ±
18-2	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7	<input checked="" type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> -	<input type="checkbox"/> ±

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{19-1} \textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的 $\overset{-}{\square}$ 與

19-2 列的 $\overset{7}{\square}$ 劃記，如：

19-1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 0	<input checked="" type="checkbox"/> -	<input type="checkbox"/> ±
19-2	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input checked="" type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> -	<input type="checkbox"/> ±

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

• 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※ 試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利



版權所有 · 翻印必究

第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 35 分）

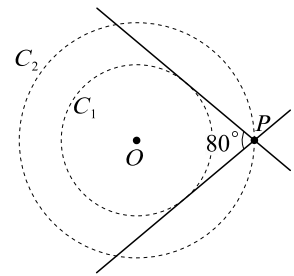
說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 某廠牌抽取式擦手紙巾在包裝上標明抽數：200 抽（CNS 許可差 $\begin{smallmatrix} +12 \\ -4 \end{smallmatrix}$ 抽）。若以實數 x 表示抽數，則下列哪一個不等式可以表示該包裝抽數的範圍？

- (1) $4 \leq |x - 200|$ (2) $|x - 200| \leq 12$
(3) $4 \leq |x - 200| \leq 12$ (4) $8 \leq |x - 204|$
(5) $|x - 204| \leq 8$

2. 設兩同心圓 C_1 、 C_2 ，其半徑分別為 r_1 、 r_2 且 $r_1 < r_2$ 。已知 C_2 上任一點 P 對 C_1 做兩切線，兩切線之銳夾角皆為定值 80° ，如右圖所示，則 r_1 與 r_2 的關係為何？

- (1) $r_2 = r_1 \sin 40^\circ$ (2) $r_2 = \frac{r_1}{\sin 40^\circ}$
(3) $r_2 = r_1 \cos 40^\circ$ (4) $r_2 = \frac{r_1}{\cos 40^\circ}$
(5) $r_2 = r_1 \tan 40^\circ$



3. 已知平面上不共線三點 A 、 B 、 C ，若點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = r\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$ ，其中 $r = -1$ 且 $1 \leq s \leq 2$ ，則所有 P 點所形成的圖形為下列何者？

- (1) 一點 (2) 線段 (3) 直線
(4) 三角形 (5) 平行四邊形

4. 現有一取球遊戲，袋中有 5 顆球，編號為 2, 3, 4, 5, 6，一次取一球，每球被取到的機會均等，取後不放回。每局遊戲規則為：若取出的球號為質數，則可以繼續取球，否則就停止。例如：第一球取到 4 即停止；而取出球號順序為 $3 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 6$ 亦停止。今小毛玩此遊戲一局，則取出球數的期望值為多少顆？

- (1) 1 顆 (2) $\frac{13}{10}$ 顆 (3) $\frac{3}{2}$ 顆
(4) 2 顆 (5) 3 顆

5. 坐標平面上，設 R 為不等式 $x - y \geq k$ 所形成的區域，若圓 $x^2 + y^2 = 2$ 落在 R 中的弧長恰等於其半徑的 2 倍，則實數 k 值為何？
- (1) $-2\sqrt{2} \cos 1$
 - (2) $-2 \cos 1$
 - (3) $\frac{1}{2} \cos 1$
 - (4) $2 \cos 1$
 - (5) $2\sqrt{2} \cos 1$
6. 新冠肺炎感染早期體內病毒量極微，欲知體內病毒含量，可透過核酸複製技術(簡稱 PCR)，此技術每經過 1 次複製，病毒的核酸量擴增為原來的 2 倍；經多次複製後，再利用螢光偵測儀觀察，藉螢光強度估算體內病毒含量。循環數閾值(Ct 值)是指核酸被複製 k 次之後，螢光強度達到可被偵測的閾值。例如 Ct 值為 10 表示核酸被複製 10 次之後，螢光強度才達可被偵測的閾值，此時病毒的核酸總量為原來的 2^{10} 倍。已知大明入院接受隔離治療時 Ct 值為 8，經治療一段時間後，此時再檢測 Ct 值為 34。設大明剛入院時體內病毒的核酸總量為此時的 x 倍，則 x 最接近下列何者？
- (1) 7×10^6
 - (2) 8×10^6
 - (3) 6×10^7
 - (4) 7×10^7
 - (5) 8×10^7
7. 在羽球比賽中，某方獲勝一回合即增加其得分 1 分，先得 21 分者獲勝一局。若雙方戰成 20：20 平分，則進入 DEUCE，某方獲得 2 分領先者獲勝此局；若一直 DEUCE 戰至 29：29 平分時，則先得第 30 分者獲勝此局。已知甲、乙兩人在一局賽事後的比分為甲：乙 = 25：23，則該局比賽自 20：20 平分後，雙方的得分過程有多少種可能的情形？
- (1) 1 種
 - (2) 2 種
 - (3) 8 種
 - (4) 15 種
 - (5) 16 種

二、多選題 (占 30 分)

說明：第 8 題至第 13 題，每題 5 分。

8. 下列選項中的大小關係，哪些是正確的？

(1) $\sqrt{14} + \sqrt{10} > \sqrt{13} + \sqrt{11}$

(2) $\frac{3\sqrt{2} + 4\sqrt{5}}{7} > \frac{7\sqrt{2} + 8\sqrt{5}}{15}$

(3) $0.\bar{6} > \log_{1000} 100$

(4) $\frac{2^{10} + 3^{10}}{2} > 6^5$

(5) $\sqrt{18 - 8\sqrt{2}}$ 的小數部分 $> 2 - \sqrt{2}$

9. 設一組二維數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{20}, y_{20})$ 的相關係數為 r ，數據 X 、 Y 的算術平均數分別為 μ_X 、 μ_Y ，且標準差分別為 σ_X 、 σ_Y 。若 Y 對 X 的最適(迴歸)直線為 $L: y = mx + k$ ，其中 $m > 1$ 且 k 為實數，則下列選項哪些是正確的？

(1) $r > 1$

(2) $\sigma_X < \sigma_Y$

(3) 若 $k = 0$ ，則 $\mu_X = \mu_Y = 0$

(4) 若將數據 X 、 Y 分別標準化得新數據 $(x_1', y_1'), \dots, (x_{20}', y_{20}')$ ，則新數據的最適(迴歸)直線斜率變小

(5) 若新增第 21 筆數據 (x_{21}, y_{21}) 恰落在 L 上，則此 21 筆數據的相關係數仍為 r

10. 已知三次實係數函數 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ 可整理成 $f(x) = (x - a)^3 + p(x - a) + k$ ，其中 a, p, k 為實數，則下列敘述哪些是正確的？

(1) $ap = k$

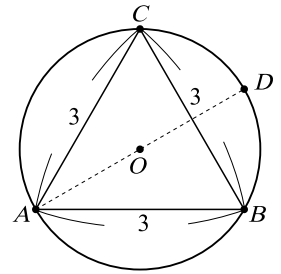
(2) $y = f(x)$ 的圖形對稱中心為 $(1, -3)$

(3) $y = f(x)$ 的圖形可以由 $y = x^3 - 3x$ 的圖形向右平移 1 單位得之

(4) $y = f(x)$ 的圖形經由適當的平移後會與 $y = x^3$ 的圖形重合

(5) $y = f(x)$ 的圖形在 $x = a$ 附近的近似直線為 $y = -3x$

11. 設 $\triangle ABC$ 是邊長為 3 的正三角形，其外接圓圓心為 O ， \vec{AO} 交此外接圓於 D 點，則下列敘述哪些是正確的？



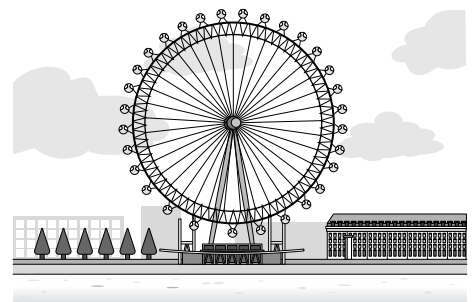
- (1) $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 $\sqrt{3}$
- (2) $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3\sqrt{3}$
- (3) $\vec{AD} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$
- (4) $\triangle ABD$ 的面積為 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- (5) $\vec{AD} \cdot \vec{AB} = 3$

12. 依照行政院主計總處統計結果，104~108 年之間，全國每戶所得平均、總支出以及經濟戶長學歷在大學及以上者之每戶所得平均如下表所列，試根據下表資訊選出正確的選項。

年度	全國		經濟戶長學歷在大學及以上者		全國每戶總支出	
	家庭戶數 (萬戶)	每戶所得平均 (萬元)	家庭戶數 (萬戶)	每戶所得平均 (萬元)	不到 100 萬的 戶數 (萬戶)	不到 200 萬的 戶數 (萬戶)
108	873.5	127.4	249.9	170.4	621.6	855.6
107	864.3	124.9	239.9	168.9	631.1	848.6
106	855.9	123.1	224.1	167.4	626.3	839.1
105	845.8	119.4	216.5	163.1	647.7	832.4
104	838.6	116.7	200.1	162.7	647.1	827.9

- (1) 104 年~108 年間，經濟戶長學歷在大學及以上者，其每戶所得平均與全國每戶所得平均的差距逐年增加
- (2) 經濟戶長學歷在大學以下者(不含大學)，108 年度每戶所得平均會低於 100 萬
- (3) 104 年~108 年間，全國每戶所得平均的標準差小於 5 萬元
- (4) 全國每戶總支出超過 200 萬的戶數逐年增加
- (5) 以 107 年~108 年間的統計資料分析，108 年度全國每戶所得平均的年成長率高於經濟戶長學歷在大學及以上者之每戶所得平均的年成長率

13. 英國倫敦著名景點倫敦眼 (London eye) 摩天輪，總高度為 135 公尺，車輪直徑為 120 公尺，由最底部連結車輪的車廂搭乘摩天輪順時針轉一圈需 30 分鐘，且以函數 $y(t)$ 表示搭乘 t 分鐘後，車廂與車輪連結處離地面的高度 (單位：公尺)，則 $y(t) = r \sin\left(at - \frac{\pi}{2}\right) + k$ ，其中 $t \geq 0$ 且 r, a 均為正數， k 為實數。試問下列關於函數 $y(t)$ 的敘述哪些是正確的？



- (1) $y(0) = 15$
- (2) 函數 $y(t)$ 的振幅為 120
- (3) 函數 $y(t)$ 的週期為 2π
- (4) $k = 195$
- (5) $a = \frac{\pi}{15}$

三、選填題 (占 20 分)

說明：第 14 題至第 17 題，每題 5 分。

14. 設二次實係數多項式 $f(x)$ 的首項係數為 3，若 $f(1-t)=f(1+t)$ ，其中 t 為任意實數，且 $f(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為 3，則滿足不等式 $f(x)<0$ 的整數解有 14 個。

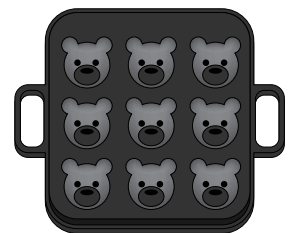
15. 111 學年度起大學校系於分發入學管道採計科目數規定：

$$3 \leq \text{學科能力測驗}(X) + \text{分科測驗}(Y) + \text{術科} \leq 5,$$

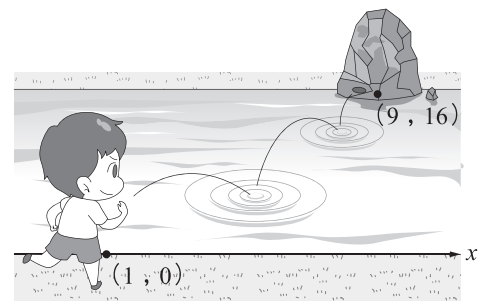
$$\text{其中學科能力測驗}(X) \leq 4 \text{ (不含術科)}, \text{分科測驗}(Y) \geq 1.$$

已知學科能力測驗 (X) 有國文、英文、數學 A、數學 B、社會、自然共 6 科，分科測驗 (Y) 有數學甲、歷史、地理、公民與社會、物理、化學、生物共 7 科。已知文史哲學群於分發入學管道不採計數學 A、自然、數學甲、物理、化學、生物及術科，則其於該管道採計科目的方式共有 15-1 15-2 種可能的組合。

16. 小新買了一個小熊雞蛋糕鑄鐵烤盤，如右圖所示，烤盤有三行三列共 9 格，烤盤不可轉動也不可翻動。小新準備了起司、玉米和巧克力三種內餡，每一隻小熊內部恰裝一種內餡，每一種內餡各三隻，今小新隨意將 9 格放滿，每種擺放方式的機率皆相等，則發生每一行和每一列的內餡皆不同的機率為 $\frac{\text{16-1}}{\text{16-2 16-3 16-4}}$ 。(化為最簡分數)



17. 小明在河寬 16 公尺的岸邊玩打水漂遊戲，朝對岸擲出石頭，石頭沿直線在水面彈跳形成一個個圓形的漣漪，最後擊中對岸的一塊大石頭。若設立一個平面坐標系，以小明所在的岸邊為 x 軸，對面岸邊為 $y=16$ ；小明的位置定為 $(1, 0)$ ，大石頭的坐標為 $(9, 16)$ ，而石頭在水面彈跳所引起的其中一個漣漪方程式為 $x^2 + y^2 - 3hx - 5hy + k = 0$ ，且此圓恰與對面岸邊相切，則數對 $(h, k) = \left(\text{17-1}, \text{17-2 17-3 17-4} \right)$ 。

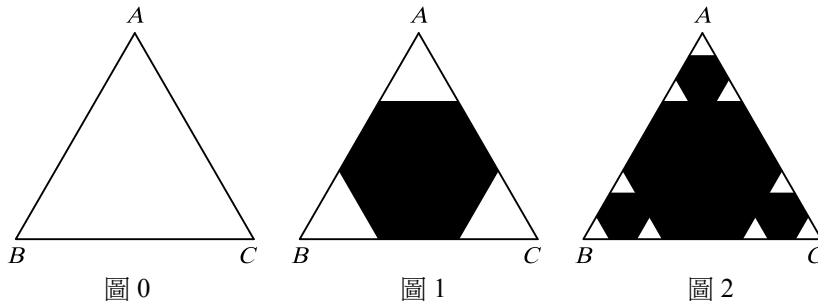


第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

第 18 至 19 題為題組

$\triangle ABC$ 為一白色正三角形(圖 0)，將 $\triangle ABC$ 每一邊分別三等分可得 6 個等分點，依序連接這 6 個等分點可形成一個正六邊形，並將正六邊形區域以黑色填滿，如圖 1 所示。接下來在剩下的三個正三角形中依同樣方式各做一個黑色正六邊形，如圖 2 所示。依此方式繼續進行得圖 3、圖 4、……。若將圖 n 中的黑色正六邊形個數記為 a_n ，白色正三角形個數記為 b_n ，則 $a_1=1$ ， $a_2=4$ ，……； $b_1=3$ ， $b_2=9$ ，……以此類推。



18. $b_5 - a_5$ 之值為何？(單選題，5 分)

- (1) 122
- (2) 162
- (3) 230
- (4) 243
- (5) 365

19. 欲使圖 n 中黑色正六邊形的面積總和大於 $\triangle ABC$ 面積的 $\frac{49999}{50000}$ 倍，則整數 n 至少為何？
(非選擇題，10 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$,

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]}$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}[x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2] - n\mu_X^2}$$

4. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

最適(迴歸)直線方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\sqrt{7} \approx 2.646$ ， $\pi \approx 3.142$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$