

三民書局

112學年度學科能力測驗模擬試題(一)

數學A考科

測驗範圍：高中數學一、二年級數學 A

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

作答方式：將答案填入卷末之答案欄中。

※此份試題本為模擬學科能力測驗之測驗形式，作答方式仍以實際學測之測驗形式為準。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

版權所有
請勿翻印

第壹部分、選擇(填)題(占 85 分)

一、單選題(占 35 分)

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 計算化簡 $\sqrt{\frac{243^4 + 9^8}{3^8 + 27^4}}$ 等於?

- (1) $3\sqrt{3}$ (2) 9 (3) 27 (4) 81 (5) 243

2. 已知圓內接四邊形 $ABCD$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ， $\overline{AD} = 6$ ， $\angle BAD = 120^\circ$ ， $\angle ABC = 150^\circ$ ，

$\overline{CD} = x$ ，請問下列何者正確？

- (1) x 的解不只 1 個 (2) $7 < x < 8$ (3) $8 < x < 9$ (4) $9 < x < 10$ (5) $10 < x < 11$

3. 已知溶液的 pH 值定義為 $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$ ，其中 $[\text{H}^+]$ 為此溶液中 H^+ 的濃度。今欲將 pH 值為 5 與 4 的溶液按一定的比例 $a:b$ 混合使混合後的溶液 pH 值為 4.2，請問 $a:b$ 的比值最接近下列何者？($10^{0.8} \approx 6.3$)

- (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{3}$ (5) $\frac{2}{5}$

4. 下列哪一個向量可以表為 $\vec{b} = (-1, 1, 1)$ 、 $\vec{c} = (4, 5, 2)$ 、 $\vec{d} = (-1, 4, 3)$ 三向量的線性組合？

- (1) $(2, 2, -2)$ (2) $(2, -2, 2)$ (3) $(-2, 2, 2)$ (4) $(-2, -2, 2)$ (5) $(-2, -2, -2)$

5. 已知單位圓內接正五邊形 $ABCDE$ ，則 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}| =$

- (1) $5\sqrt{5} - 5$ (2) $\frac{5\sqrt{5} + 5}{2}$ (3) $5 \cos 36^\circ$ (4) 5 (5) $2\sqrt{5} + 2$

6. 有三組資料各 6 筆如下，令 σ_A 、 σ_B 、 σ_C 分別表 A 、 B 、 C 三組資料之標準差，則下列何者正確？

A : 21, 31, 51, 81, 61, 41

B : 40, 60, 50, 90, 80, 70

C : 54, 81, 36, 63, 72, 45

- (1) $\sigma_A = \sigma_B = \sigma_C$ (2) $\sigma_A > \sigma_B = \sigma_C$ (3) $\sigma_A > \sigma_B > \sigma_C$
(4) $\sigma_A = \sigma_B > \sigma_C$ (5) $\sigma_B > \sigma_A > \sigma_C$

7. 設 $f(x) = x^3 + 7x^2 + 7x + 16$ ，求 $f(17) \div 23$ 的餘數為

- (1) -6 (2) 6 (3) 10 (4) 16 (5) 22

二、多選題(占30分)

說明：第8題至第13題，每題5分。

8. 空間中，平面 $E: \alpha x + \beta y + \gamma z + d = 0$ ， P 為平面 E 上的動點， A 與 Q 分別為平面上和平面外的定點， O 為原點， O 不在平面 E 上，若 $\vec{n} = (\alpha, \beta, \gamma)$ ，試選出下列算式為定值的選項。

(1) $\vec{n} \cdot \overrightarrow{OP}$ (2) $(\vec{n} \times \overrightarrow{AP}) \cdot \overrightarrow{OQ}$ (3) $(\vec{n} \times \overrightarrow{OQ}) \cdot \overrightarrow{OQ}$ (4) $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AP}$ (5) $\vec{n} \cdot \overrightarrow{PQ}$

9. 已知 $f(x)$ 和 $g(x)$ 分別為二次多項式及三次多項式，試選出正確的選項。

- (1) $f(x) \times g(x)$ 為六次多項式
(2) $g(x)$ 分別被 $(x-2)$ 與 $(99x-199)$ 除的餘式相同
(3) $f(x) \div (x-3)$ 的餘式為 r ，則 $(x^2 f(x)) \div (x-3)$ 的餘式為 $9r$
(4) 若 $g(x) \div (x^2-3)$ 的餘式為一次式 kx ，則 $(xg(x)) \div (x^2-3)$ 的餘式必不為一次式
(5) $f(x) \times g(x)$ 的奇次項係數和為 $\frac{f(1) \times g(-1)}{2} + \frac{f(-1) \times g(1)}{2}$

10. 設 M 、 N 皆為 2 階方陣， A 為 2×3 階矩陣， B 為 3×2 階矩陣， I_2 為 2 階單位矩陣， I_3 為 3 階單位矩陣，試選出正確的選項。

- (1) 若 $MN = I_2$ ，則 $NM = I_2$ (2) 若 $AB = I_2$ ，則 $BA = I_3$
(3) 若 A 不為零矩陣， $MA = A$ ，則 $BM = B$ (4) 若 $MN = NM$ ，則 $M^{-1}N = NM^{-1}$
(5) 若 $MN = N$ 且 M^{-1} 存在，則 $MA = A$

11. 試從下列選項中，選出答案為 C_n^{n+3} 的選項。

- (1) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = n$ 的非負整數數對 (x_1, x_2, x_3, x_4) 的個數
- (2) 從 4 種皮包中共挑選出 n 個皮包的方法數
- (3) 將 n 本相同的書發給 4 個小朋友的方法數
- (4) 從 $(n+3)$ 個相異物中取出 3 個的方法數
- (5) 若 $n > 3$ ，則 $C_0^2 + C_1^3 + C_2^4 + C_3^5 + \dots + C_n^{n+2}$ 之值

12. 試從下列選項中，選出恰可決定一圓的選項。

- (1) 過空間中三點 $(2, 7, 1)$ 、 $(4, -2, -4)$ 、 $(9, -24.5, -16.5)$
- (2) 過 $z = 0$ 平面上 4 點 $(-1, 3, 0)$ 、 $(1, -3, 0)$ 、 $(3, -1, 0)$ 、 $(-3, -1, 0)$
- (3) 平面上滿足動點 P 到 $A(-1, -2)$ 的距離等於 P 到 $B(2, 4)$ 的距離的 2 倍之所有 P 點所形成的圖形
- (4) 平面上以 $C(-2, -4)$ 、 $D(-8, -12)$ 為直徑兩端點且與 y 軸相切
- (5) 空間中 $A(1, 2, 4)$ 和 $B(7, 6, 6)$ ，則所有在 xy 平面上的動點 P 滿足 \overrightarrow{PA} 垂直 \overrightarrow{PB} 的 P 點軌跡。

13. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\cos A = -\frac{5}{13}$ 、 $\sin B = \frac{3}{5}$ 、 $\overline{BC} = 1$ ，下列何者正確？

- (1) $\tan C = \frac{33}{56}$
- (2) $\angle B > \angle C$
- (3) 滿足已知條件的三角形不只一個
- (4) $\cos(A - B) = \frac{16}{65}$
- (5) $\sin(B + C) = \frac{12}{13}$

三、選填題(占 20 分)

說明：第 14 至 17 題，每題 5 分。

14. 小民欲架設錄影機錄影，他將一個攝影機三腳架擺好架在地面上，已知腳架頂端 A 點，三隻腳架 \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{AD} 長皆為 84 公分， B 、 C 、 D 點皆在地面上。若 $\overline{BC} = 56$ cm， $\overline{CD} = 64$ cm， $\overline{BD} = 72$ cm，則 A 點離地面的高度為_____cm。
15. 阿三有一個 $\triangle ABC$ 的田地，其中 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 16$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，今阿三欲在田地的內部規劃一個長方形 $DEFG$ 種植草莓。已知此長方形的一邊在 \overline{BC} 上，則此長方形 $DEFG$ 的最大面積為_____。
16. 已知正立方體 $ABCD-EFGH$ 的邊長為 6， P 為 \overline{AB} 中點， Q 在 \overline{CD} 上且 $\overline{CQ}:\overline{QD} = 1:2$ ， R 在 \overline{GH} 上且 $\overline{GR}:\overline{RH} = 2:1$ ，則通過 PQR 三點的平面截此正立方體所截出的截面積為？
17. 求滿足 $\sqrt{t+1} - \sqrt{t} > 0.02$ 的最大正整數 t 值為_____。

第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

第 18 至 19 題為題組

假設某公司經營第 x 年的獲利函數為三次函數 $f(x) = x^3 - 6x^2 + kx + 3$ (單位：百萬元)，其中 k 為一正整數，試回答下列問題：

18. 若 $k = 8$ ，求此函數的對稱中心坐標為何？(7 分，要有計算過程)

19. 若此公司每年的獲利均較前一年增加，求 k 的最小值為？(8 分)

- (1) 9 (2) 10 (3) 11 (4) 12 (5) 13

112 學年度學科能力測驗模擬試題(一) 數學 A 考科

答案卷

第壹部分：選擇題（占 85 分）

一、 單選題（占 35 分）

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

二、 多選題（占 30 分）

8	9	10	11	12	13
---	---	----	----	----	----

三、 選填題（占 20 分）

14	15	16	17
----	----	----	----

第貳部分：混合題（占 15 分）

作 答 區	
題號	注意：1.應依據題號順序，於作答區內作答。2.除另有規定外，書寫時應由左至右橫式書寫。 3.作答須清晰，如難以辨識時，恐將影響成績評閱並傷及權益。4.不得於作答區書寫姓名、應試號碼或無關之文字、圖案符號等。
18	
19	