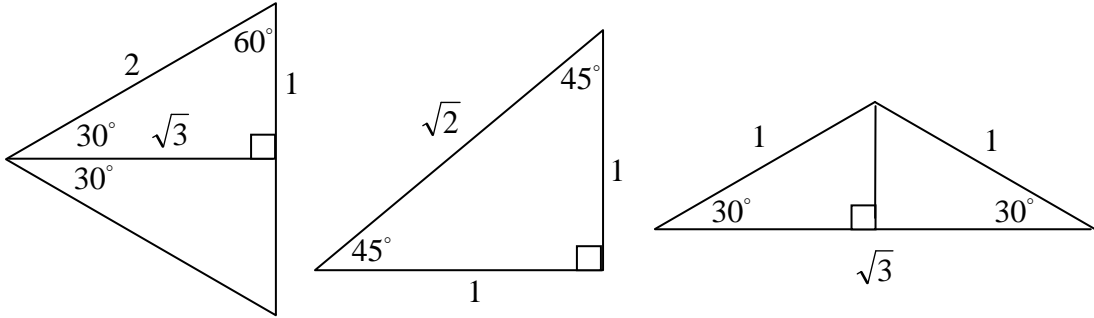


主題：預備知識

1、特殊三角形：



2、習慣用法：在 $\triangle ABC$ 中，

(1) A 表頂點 A 、 $\angle BAC$ 或其角度。

(2) a 表線段 BC 或 \overline{BC} 的長度，同理 $b = \overline{CA}$ ， $c = \overline{AB}$ 。

3、常見直角三角形三邊長：

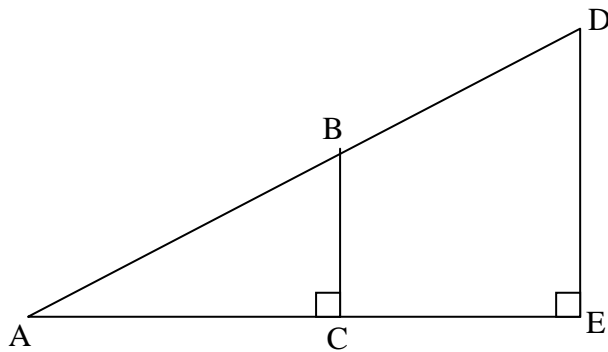
$(3, 4, 5)$ ， $(5, 12, 13)$ ， $(7, 24, 25)$ ， $(8, 15, 17)$ ， $(9, 40, 41)$

4、同角的邊之比值固定：

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{EA}} \quad (\text{對應邊成比例})$$

$\Rightarrow \angle A$ 所形成的直角三角形，其邊與邊的比例成定值。



主題：銳角內正餘弦與正切的定義

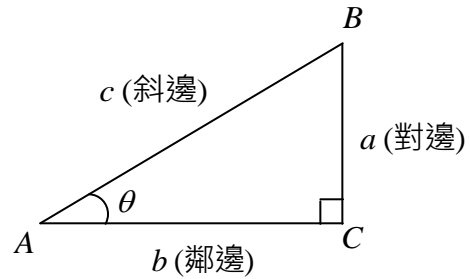
1、銳角三角函數的定義：

在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， a 是 $\angle A$ 的對邊長， b 是 $\angle B$ 的對邊長， c 是 $\angle C$ 斜邊長。

(1) 正弦 $\sin A = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ 。

(2) 餘弦 $\cos A = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ 。

(3) 正切 $\tan A = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ 。



能力一：嘗試在不同方向的三角形內找定義

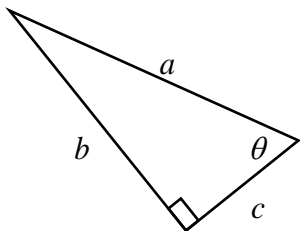
例題 1：

$\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 10$ ，試求 $\sin B$ ， $\cos B$ ， $\tan B$ 之值。

Sol：

例題 2：

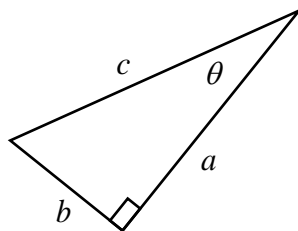
試在下列直角三角形內寫出指定的三角函數的定義。(以 a, b, c 表示)



$\sin \theta = \frac{\quad}{\quad}$

$\cos \theta = \frac{\quad}{\quad}$

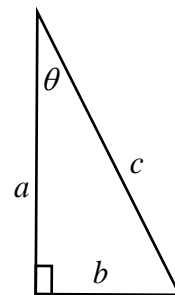
$\tan \theta = \frac{\quad}{\quad}$



$\sin \theta = \frac{\quad}{\quad}$

$\cos \theta = \frac{\quad}{\quad}$

$\tan \theta = \frac{\quad}{\quad}$



$\sin \theta = \frac{\quad}{\quad}$

$\cos \theta = \frac{\quad}{\quad}$

$\tan \theta = \frac{\quad}{\quad}$

例題 3 : (一定要背) 能力二

試求下表的三角函數值。

	15°	30°	45°	60°	75°
$\sin\theta$					
$\cos\theta$					
$\tan\theta$					

Sol :

例題 4 :

(知其一求其它) 能力三

(1) 設 θ 為銳角，且滿足 $\sin\theta = \frac{3}{5}$ ，試求 $\cos\theta$, $\tan\theta$ 之值。

(2) 設 θ 為銳角，且滿足 $\tan\theta = \frac{12}{5}$ ，試求 $\sin\theta$, $\cos\theta$ 之值。

Sol :

主題：三角函數的基本性質

能力四

1、平方關係：

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

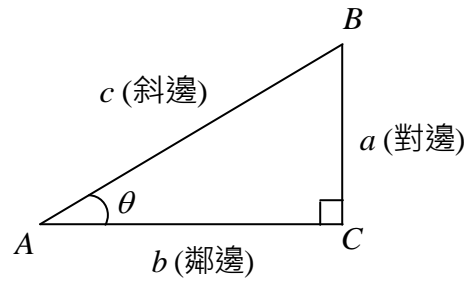
2、商數關係：

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

3、餘角關係：

$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

【說明】



例題 1：

試求下列各值：

(1) $\sin^2 23^\circ + \sin^2 67^\circ$

(2) $\tan 34^\circ \tan 56^\circ$

(3) $\frac{1}{\tan^2 53^\circ} - \frac{1}{\cos^2 37^\circ}$

(4) $\tan 45^\circ + \cos^2 30^\circ + \frac{1}{2} \sin 30^\circ$

Sol：

主題：以三角函數表直角三角形邊長 能力五

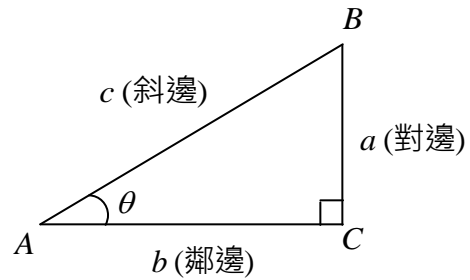
1、三邊長與夾角之關係：

設 θ 角為 $\angle A$ ，對 θ 角而言，

(1) 斜邊 _____

(2) 鄰邊 _____

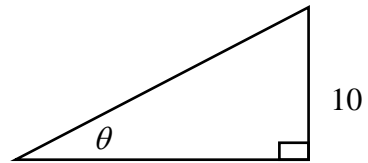
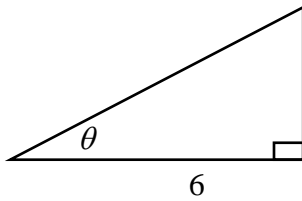
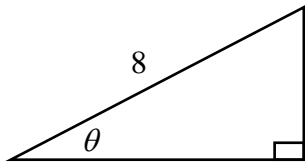
(3) 對邊 _____



將欲求邊放分子；已知邊放分母

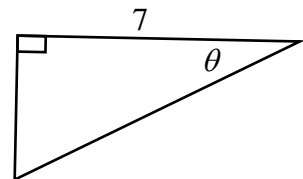
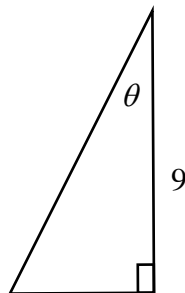
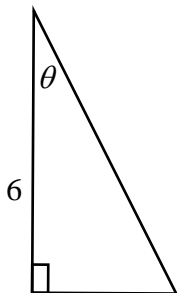
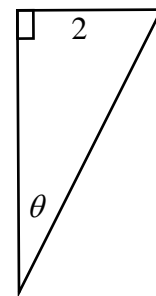
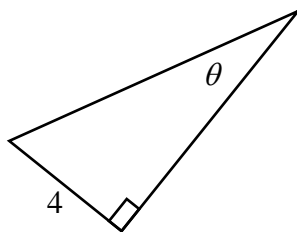
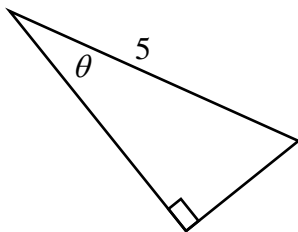
$$\frac{\text{欲求邊}}{\text{已知邊}} = \text{三角函數}$$

【立即練習】



例題 1：

將下列各邊用三角函數表示：

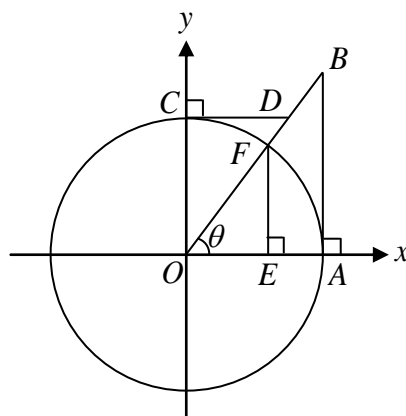


例題 2：

如下圖， $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ， $\angle FOE = \theta$ 且 \overline{AB} 與 \overline{CD} 為單位圓（半徑為 1 的圓）的切線段，試以三角函數表示下列線段長：

- (1) \overline{AB} (2) \overline{EF} (3) \overline{OE} (4) \overline{OB} (5) \overline{CD} (6) \overline{OD}

Sol：



類題 1：

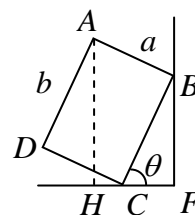
設 θ 為銳角，且 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ ，試求 $\frac{\sin \theta}{1 - \frac{1}{\tan \theta}} + \frac{\cos \theta}{1 - \tan \theta}$ 之值。

Ans： $\frac{7}{5}$

類題 2：

長方形 $ABCD$ 的邊長 $\overline{AB} = b$ ， $\overline{AD} = a$ 的磚塊靠在牆邊，若 $\angle BCF = \theta$ ，試利用三角函數表示 A 點的高（ \overline{AH} 的長）。

Ans： $a \sin \theta + b \cos \theta$



主題：三角函數的增減性質

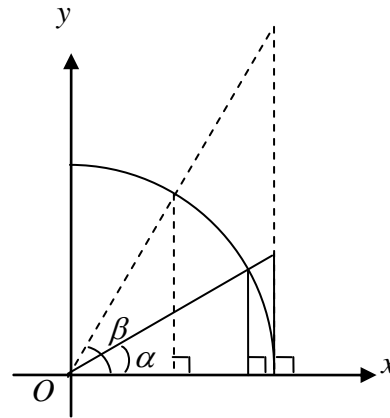
1、三角函數的範圍及遞增、遞減：

設 θ 為銳角，下圖為半徑為 1 的單位圓(四分之一)，

	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
值域			
增減			

※ θ 為銳角時， $\sin \theta$ _____ $\tan \theta$

【說明】



例題 1：

試比較下列各數的大小：

(1) $\sin 10^\circ, \cos 10^\circ, \tan 10^\circ$

(2) $\sin 20^\circ, \cos 40^\circ, \tan 80^\circ$

Sol：

技巧：

(1) 化同函數或同角度

(2) 跟 1 比較

($\sin \theta, \cos \theta < 1 = \tan 45^\circ$)

類題 1：

比較 $\sin 18^\circ, \cos 18^\circ, \tan 18^\circ, \sin 72^\circ, \cos 72^\circ, \tan 72^\circ$ 的大小。

Ans： $\sin 18^\circ = \cos 72^\circ < \tan 18^\circ < \cos 18^\circ = \sin 72^\circ < \tan 72^\circ$

主題：廣義角

1、有向角：

在科學測量上，角不僅要知道大小，甚至於還要考慮方向：

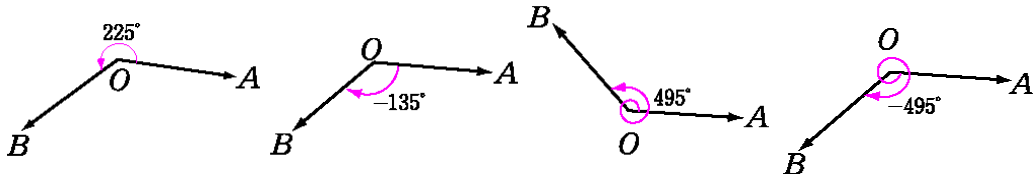
(1)正角：逆時針方向旋轉的旋轉量是正的。

(2)負角：順時針方向旋轉的旋轉量是負的。

2、廣義角：(標準位置)

始邊到終邊所轉的度數為角的大小；所轉的方向以正、負表示。

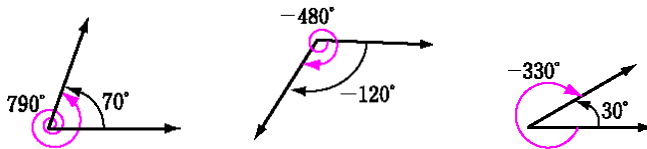
註：廣義角可以打破 180° 的限制。



3、同界角：

當兩個廣義角 θ_1 與 θ_2 可以具有相同的始邊以及相同的終邊，那麼我們

就稱 θ_1 和 θ_2 為同界角。※若 θ_1 和 θ_2 為同界角 \Leftrightarrow _____



4、象限角：

若廣義角 θ 的終邊落在第一、二、三、四象限，則 θ 分別稱為第一、二、三、四象限角；若 θ 的終邊恰好落在 x 軸或 y 軸上，則稱 θ 為象限角。

例題 1：

試求下列各廣義角之同界角中最小正角與最大負角：

- (1) 30° (2) 1999° (3) -2005°

Sol：

類題 1：

試求下列各廣義角之同界角中最小正角與最大負角：

- (1) 510° (2) -912°

Ans：(1) 150° ； -210° (2) 168° ； -192°

主題：廣義角三角函數

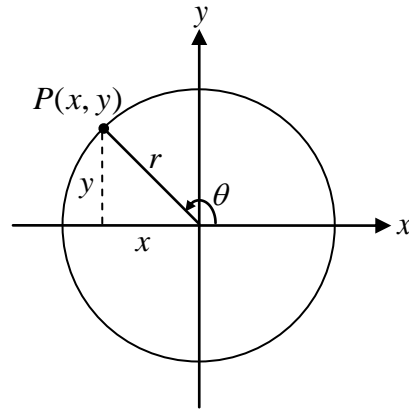
1、廣義角三角函數：

當廣義角 θ 的始邊放在 x 軸正向上（標準位置角），終邊落在任意象限時，在終邊任取一點 $P(x, y)$ ，令 $\overline{OP} = r$ ，即 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ，則定義

$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$



例題 1：

試求 $\sin 150^\circ$ 、 $\cos 150^\circ$ 、 $\tan 150^\circ$ 的值。

Sol：

例題 2：

試求 $\sin 225^\circ$ 、 $\cos 225^\circ$ 、 $\tan 225^\circ$ 的值。

Sol：

例題 3：

試求 $\sin(-60^\circ)$ 、 $\cos(-60^\circ)$ 、 $\tan(-60^\circ)$ 的值。

Sol：

例題 4 :

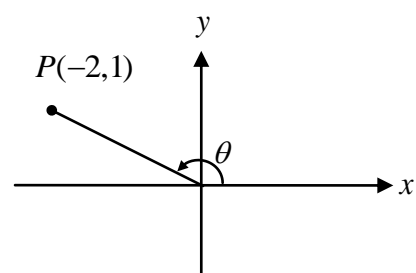
試求 $\sin 1395^\circ$ 和 $\tan(-1740^\circ)$ 的值。

Sol :

例題 5 :

已知 $(-2,1)$ 為標準位置角 θ 終邊上的一點，求 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 。

Sol :



例題 6 :

已知 $\cos \theta = \frac{5}{13}$ 且 θ 為第四象限角，求 θ 的其它三角函數值。

Sol :

類題 1 :

試求下列三角函數的值：

(1) $\sin 135^\circ$ (2) $\cos(-120^\circ)$ (3) $\tan 750^\circ$ (4) $\sin(-660^\circ)$ (5) $\cos(-210^\circ)$

Ans : (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

類題 2 :

已知 $\tan \theta = 3$ 且 θ 在第三象限，求 θ 的其它三角函數值。

Ans : $\sin \theta = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$ 、 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

例題 8 : (一定要背)

試求下表的三角函數值。

	0°	90°	180°	270°
$\sin\theta$				
$\cos\theta$				
$\tan\theta$				

Sol :

例題 9 : (一定要背)

試找出三角函數在各象限的正負值。

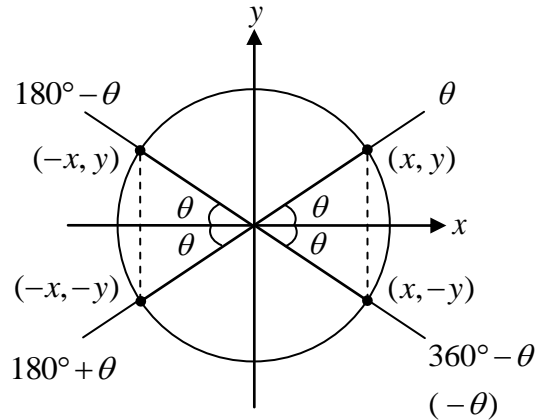
	第一象限	第二象限	第三象限	第四象限
$\sin\theta$				
$\cos\theta$				
$\tan\theta$				

主題：換角公式

1、廣義角三角函數換銳角：

下面四個位置的廣義角_____、_____、_____、_____，
其三角函數值的絕對值均相等 \Rightarrow 只差_____。

【說明】



例題 1：

試求下列三角函數的值：

(1) $\sin 150^\circ$

(2) $\cos 210^\circ$

(3) $\tan(-60^\circ)$

(4) $\tan 240^\circ$

(5) $\cos(-45^\circ)$

(6) $\sin 810^\circ$

(7) $\sin(-1230^\circ)$

(8) $\cos 2010^\circ$

(9) $\sin(765^\circ)$

例題 2 :

試求 $\frac{\sin 240^\circ \tan 150^\circ}{\tan 315^\circ + \cos 120^\circ}$ 的值。

Sol :

例題 3 : (知其一求其它 \Rightarrow _____)

已知 $\cos \theta = \frac{40}{41}$, 試求 $\sin \theta, \tan \theta$ 之值。

Sol :

例題 4 :

設 $\sin 80^\circ = k$, 試以 k 表示 $\cos 80^\circ$ 。

Sol :

例題 5 :

設 $\sin(-110^\circ) = k$, 試以 k 表示 $\tan 610^\circ$ 。

Sol :

例題 6 :

試求 $\sum_{k=1}^{180} \cos k^\circ$ 的值。

Sol :

類題 1 :

試求下列三角函數的值 :

- (1) $\sin 210^\circ$ (2) $\cos 765^\circ$ (3) $\tan(-150^\circ)$ (4) $\tan(-540^\circ)$
(5) $\cos 1050^\circ$ (6) $\sin 870^\circ$ (7) $\sin 225^\circ$ (8) $\tan 135^\circ$

Ans : (1) $-\frac{1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (4) 0 (5) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (6) $\frac{1}{2}$ (7) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (8) -1

類題 2 :

試求下列三角函數的值 :

- (1) $\sin 210^\circ + \tan(-135^\circ) + \cos(-390^\circ) = ?$
(2) $\sin 60^\circ \cos 150^\circ - \cos 225^\circ \sin 315^\circ - \tan 300^\circ$

Ans : (1) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ (2) $-\frac{5}{4} + \sqrt{3}$

類題 3 :

設 $\sin(-110^\circ) = k$, 試以 k 表示 $\tan 200^\circ$ 。

Ans : $-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$

類題 4 :

試求 $\sum_{k=1}^{360} \sin k^\circ$ 的值。

Ans : 0

例題 7 :

已知 $0 \leq x \leq 360^\circ$, 求下列各條件的 x 值 :

(1) $\sin x = \frac{1}{2}$

(2) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\tan x = -1$

(4) $\sin x = 1$

(5) $\cos x = 0$

(6) $\tan x = \sqrt{3}$

(7) $\sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

(8) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(9) $\tan x = \frac{-1}{\sqrt{3}}$

類題 5 :

已知 $0 \leq x \leq 2\pi$, 求下列各條件的 x 值 :

(1) $\cos x = 1$

(2) $\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(3) $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

(4) $\tan x = 1$

(5) $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

(6) $\cos x = 5$

(7) $\tan x = 0$

(8) $\sin x = \frac{1}{2}$

Ans : (1) $x = 0^\circ$ or 360° (2) $x = 45^\circ$ or 315° (3) $x = 150^\circ$ or 330° (4) 45° or 225°

(5) $x = 240^\circ$ or 300° (6) 無解 (7) $x = 0^\circ$ or 180° or 360° (8) $x = 30^\circ$ or 150°

主題：六大互換

$\sin \theta, \cos \theta$		
↗ ↖	(解聯立方程式)	
$\sin \theta + \cos \theta$	$\sin \theta - \cos \theta$	
↘ ↗	(平方)	$(\sin \theta \pm \cos \theta)^2 = 1 \pm 2 \sin \theta \cos \theta$
$\sin \theta \cos \theta$		
↕	(倒數)	$\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$
$\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$		

※常用公式： $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sin^6 \theta + \cos^6 \theta = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

註：立方和公式 $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$

例題 1：

設 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{4}$ 且 θ 為第四象限角，求下列各值：

- (1) $\sin \theta \cos \theta$ (2) $\sin \theta - \cos \theta$ (3) $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$ (4) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

Sol：

例題 2 :

設 $135^\circ < \theta < 180^\circ$ 且二次方程式 $x^2 - (\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta})x + 1 = 0$ 有一根為 $1 + \sqrt{2}$,

求下列各值 :

(1) $\sin \theta \cos \theta$ (2) $\sin \theta + \cos \theta$ (3) $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$ (4) $\sin^6 \theta + \cos^6 \theta$

Sol :

例題 3 :

設 θ 為第二象限角，若 $3\sin \theta + 4\cos \theta = 0$, 求下列各值 :

(1) $\sin \theta$ (2) $\sin \theta - \cos \theta$

Sol :

類題 1 :

設 θ 為銳角且 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$, 試求下列各值 :

(1) $\sin \theta \cos \theta$ (2) $\sin \theta + \cos \theta$ (3) $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$

Ans : (1) $\frac{3}{8}$ (2) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (3) $\frac{8}{3}$

類題 2 :

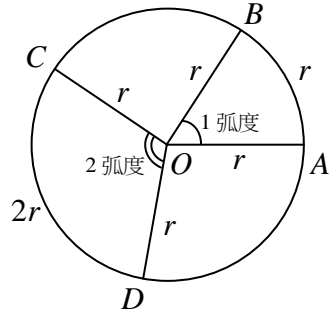
設 $x^2 + (\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta})x - 1 = 0$ 有一根為 $3 - \sqrt{2}$, 求 $\sin \theta \cos \theta$ 的值。

Ans : $\frac{9 + 4\sqrt{2}}{14}$

主題：弧度

1、弧度的定義：

在半徑為 r ，圓心為 O 的圓周上任取 A 、 B 兩點，若 AB 的弧長為 r ，則定義弧 AB 所對應的圓心角 $\angle AOB$ 為 1 弧度。依此類推，若 $CD = 2r$ ，則其所對應的圓心角 $\angle COD$ 為 2 弧度。



2、弧度與度數之間的轉換：

(1) $180^\circ = \pi$ 弧度

(2) $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ 弧度

(3) 1 弧度 = $\frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ$

【說明】

例題 1：

試將下表的空格完成（弧度轉換成度數；度數轉換成弧度）

弧度	0			$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$		$\frac{23}{12}\pi$		3
度數		30°	45°			225°		π°	

Sol：

例題 2 :

$a = 10$ 弧度，試問

(1) a 是第幾象限角 (2) a 的最小正同界角 (3) a 的最大負同界角

Sol :

類題 1 :

試求 30 弧度的最小正同界角。

Ans : $30 - 8\pi$

類題 2 :

試求下列各三角函數值 :

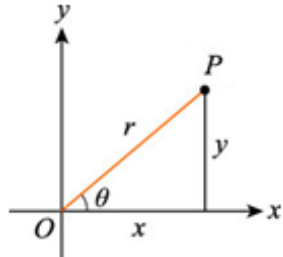
(1) $\sin \frac{19\pi}{3}$ (2) $\cos \frac{3\pi}{4}$ (3) $\tan(-\frac{7\pi}{6})$

Ans : (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

主題：極坐標

5、極坐標：

用距離 r 及有向角 θ 表示 P 點 (P 不為 O) 位置的方法，就是所謂極坐標表示法。 O 點稱為該極坐標系的極 (或極點)，水平數線 L 稱為極軸，並稱 $[r, \theta]$ 為 P 點的一個極坐標。



直角坐標表示法： $P(x, y)$

極坐標表示法： $P[r, \theta]$

6、極坐標與直角坐標的互換：

設 P 點的直角坐標與極坐標分別為 (x, y) 與 $[r, \theta]$ ，如上圖所示。

$$(1) [r, \theta] \rightarrow (x, y) : \begin{cases} x = \underline{\hspace{2cm}} \\ y = \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \quad (2) (x, y) \rightarrow [r, \theta] : \begin{cases} r = \underline{\hspace{2cm}} \\ \tan \theta = \underline{\hspace{2cm}} \end{cases}$$

例題 1：

試在極坐標平面上描繪下列各點的位置，並求各點的直角坐標：

(1) $P_1[2, 120^\circ]$ (2) $P_2[2, 390^\circ]$ (3) $P_3[3, 0]$ (4) $P_4[4, 4]$

Sol：

例題 2：

設 O 為原點， A, B 兩點坐標分別為 $[2, 150^\circ]$ 及 $[3, 240^\circ]$ ，試求 $\triangle OAB$ 的面積。

Sol：

主題：三角函數查表

1、單位換算：

(1)度和分： $1^\circ = 60'$ ，讀作1度等於60分。

(2)分和秒： $1' = 60''$ ，讀作1分等於60秒。

2、查表：

三角函數查表有兩個方向，可以左邊配上面；也可以右邊配下面。

角 度	sin	cos	tan		
∴					∴
25°00'					65°00'
10'		.9051			50'
20'					40'
∴					∴
					64°00'
					∴
	cos	sin		tan	角 度

(1) $\cos 25^\circ 10' =$

(2) $\sin 64^\circ 50' =$

例題 1：

利用三角函數值表求下列各值：

(1) $\sin 15^\circ 50'$ (2) $\cos 74^\circ 10'$ (3) $\tan 100^\circ 40'$

Sol：

例題 2：

利用三角函數值表，求下列各銳角 θ 的近似值：

(1) $\sin \theta = 0.4120$ (2) $\tan \theta = 1.213$

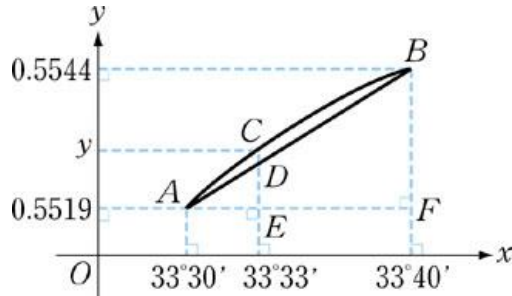
Sol：

3、內插法

三角函數表中出現的數字有限，無法滿足我們所要查的任一個數值，如 $\sin 33^\circ 33'$ 我們在表中就查不到，此時必須利用內插法來估算。

【解法】

θ	$\sin \theta$
$33^\circ 40'$	0.5544
$33^\circ 33'$	y
$33^\circ 30'$	0.5519



例題 3：

利用三角函數值表及內插法，求下列各三角函數值：

(1) $\sin 31^\circ 22'$ (2) $\cos 116^\circ 24'$

Sol：

類題 1：

利用三角函數值和內插法表求 $\sin 1359^\circ 40'$ 的值。

Ans：(1) -0.9858

類題 2：

已知 $\sin 23^\circ 10' = 0.3934$ ， $\sin 23^\circ 20' = 0.3961$ 且 $270^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ 之間滿足 $\sin \theta = -0.3968$ ，求 θ 的近似值。

Ans： $336^\circ 37'$

主題：正弦定理與餘弦定理

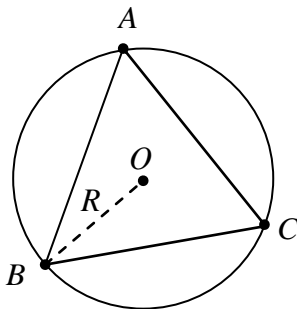
1、正弦定理：(使用時機 \Rightarrow _____)

若 a, b, c 分別表示 $\triangle ABC$ 三內角 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長， R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑，則 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ 。

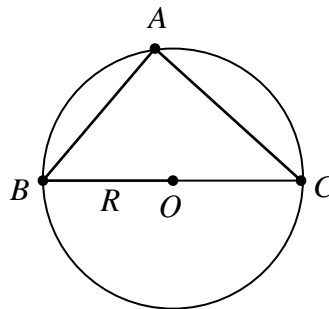
換句話說， $a:b:c =$ _____。

【說明】

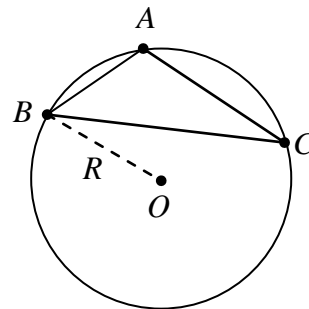
(1) 銳角



(2) 直角



(3) 鈍角



2、根據已知條件：

(1) *RHS*：可求邊，利用畢氏定理或三角函數的定義。

(2) *AAAS*：可求邊，利用正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

(3) *AA* 相似：可求邊之比，利用 $a:b:c = \sin A:\sin B:\sin C$

(4) *SAS*：僅可求角之對邊，利用 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

(5) *SSS*：可求三內角，利用 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

(6) *SSA* 討論：

例題 1 :

$\triangle ABC$ 中， $\angle B = 105^\circ$ 、 $\angle C = 60^\circ$ ， $\overline{BC} = 8$ ，試求 \overline{AB} 長。 $(\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4})$

Sol :

例題 2 :

在 $\triangle ABC$ 中， $(a+b):(b+c):(c+a) = 7:9:8$ ，求 $\sin A:\sin B:\sin C$ 。

Sol :

例題 3 :

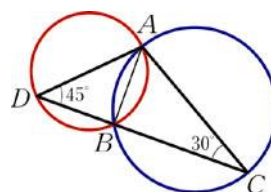
在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{BC} = 1$ ， $\sin A < \sin B$ ，且 $\sin A$ 與 $\sin B$ 為 $8x^2 - 4\sqrt{3}x + 1 = 0$ 的兩根，求 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑。

Sol :

例題 4 :

如圖，大小兩圓相交於 A, B 兩點，過 B 點有一直線交大圓於 C 點，交小圓於 D 點。若 $\angle ACD = 30^\circ$ ， $\angle ADC = 45^\circ$ ，求大圓與小圓的面積比。

Sol :



類題 1 :

$\triangle ABC$ 中，若 $\angle A:\angle B:\angle C = 1:1:4$ ，求 $a:b:c$ 。

Ans : $1:1:\sqrt{3}$

類題 2 :

$\triangle ABC$ 中， $\angle A = 105^\circ$ 、 $\overline{CA} = 2$ 且 $\overline{BC} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ ，求 \overline{AB} 。Ans : $2\sqrt{2}$

3、餘弦定理：(使用時機 \Rightarrow _____)

若 a, b, c 分別表示 $\triangle ABC$ 三內角 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長， R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑，則

(SAS 型)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos A \quad \text{或}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

(SSS 型)

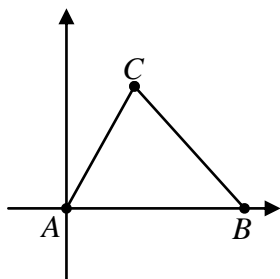
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

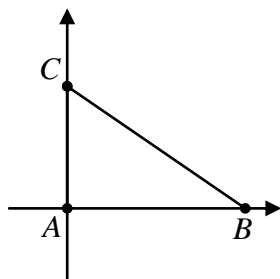
$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

【說明】

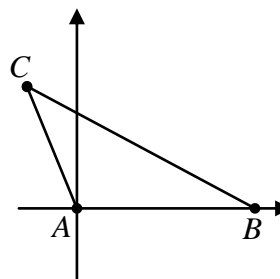
(1)銳角



(2)直角



(3)鈍角



4、三角形的判斷(設 a 是最大邊)

(1) $\angle A$ 是直角 $\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow$ 直角三角形

(2) $\angle A$ 是銳角 $\Leftrightarrow a^2 < b^2 + c^2 \Leftrightarrow$ 銳角三角形

(3) $\angle A$ 是鈍角 $\Leftrightarrow a^2 > b^2 + c^2 \Leftrightarrow$ 鈍角三角形

【說明】

例題 4：

已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，試求 \overline{BC} 長。

Sol：

例題 5：

在 $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = \sqrt{2}$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，求 \overline{BC} 長和 $\angle C$ 。

Sol：

例題 6：

三角形的邊長各為 $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{CA} = 7$ ，求最大內角 θ 。

Sol：

例題 7：

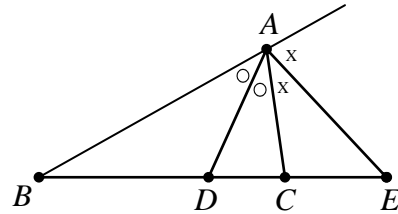
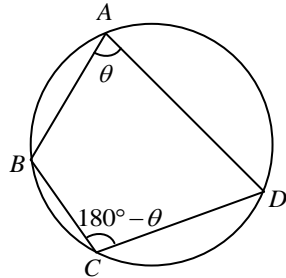
試判斷三角形三邊長為 4,5,7 的三角形為何種三角形（銳角、直角、鈍角）？

Sol：

5、幾個常用的性質：

(1)圓內接四邊形對角互補

(2)角平分線性質： $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DB}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{EB}}{\overline{EC}}$



例題 8：

圓內接四邊形 $ABCD$ ，已知 $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CD} = 3$ 且 $\angle BCD = 120^\circ$ ，試求 \overline{AB} 長。

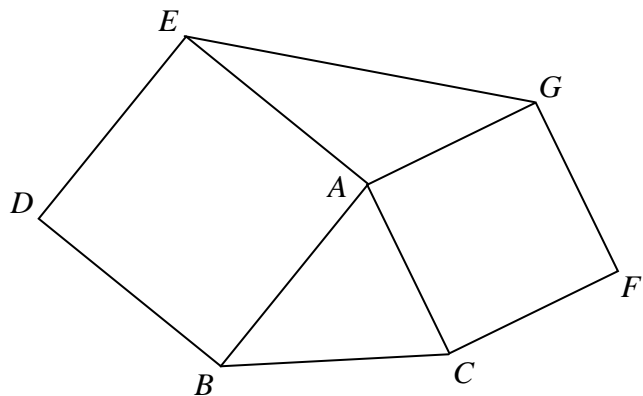
Sol：

例題 9：

如下圖，三角形 ABC 之三邊長 $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CA} = 7$ 。若四邊形 $ABDE$ 和四邊形 $ACFG$ 皆為正方形，試求：

(1) $\cos \angle BAC$ (2) \overline{EG} 長

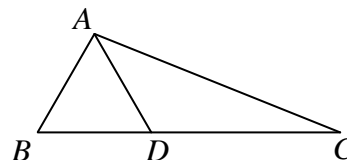
Sol：



例題 10：【題型】三角形切一半 $\Rightarrow \cos B$

如下圖，已知 $\overline{AB} = \overline{BD} = 3$ ， $\overline{AC} = 7$ ， $\overline{CD} = 5$ ，試求 \overline{AD} 長。

Sol：



例題 11：

$\triangle ABC$ 的三邊長為 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 14$ ， $\overline{CA} = 16$ ，求 $\angle A$ 的內角平分線長。

Sol：

類題 3：

在 $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = 6\sqrt{2}$ ， $\overline{AC} = 4\sqrt{3}$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，求 \overline{BC} 長。Ans： $6 \pm 2\sqrt{3}$

類題 4：

在 $\triangle ABC$ 中， $\sin A = \frac{3}{5}$ ， $\cos C = \frac{4}{5}$ ，求 $\cos A \cos C$ 。Ans： $\frac{22}{17}$

類題 5

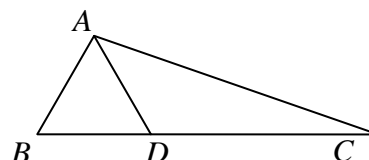
已知 $ABCD$ 為圓內接四邊形，且 $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{DA} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ，求對角線 \overline{AC} 的長度。Ans： 6

類題 6：

$\triangle ABC$ 三邊長為 $\overline{AB} = \overline{BC} = 30$ ， $\overline{CA} = 15$ ，求 $\angle A$ 的內角平分線長。Ans： $5\sqrt{10}$

類題 7：

如下圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC$ 的平分線 AD 交對邊 BC 於 D ；已知 $\overline{BD} = 3$ ， $\overline{DC} = 6$ ，且 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ，求 $\cos \angle BAD$ 的值。Ans： $\frac{3}{4}$



6、三角形面積公式：

若 a, b, c 分別表示 $\triangle ABC$ 三內角 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長， R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑， r 為 $\triangle ABC$ 內接圓半徑，則

$$(1) \text{兩邊一夾角：} \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$(2) \text{三邊長：} \triangle ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$(3) \text{外接圓半徑：} \triangle ABC = \frac{abc}{4R}$$

$$(4) \text{內切圓半徑：} \triangle ABC = rs$$

例題 12：

在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 4$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，試求 $\triangle ABC$ 的面積。

Sol：

例題 13：

設 $\triangle ABC$ 為一直角三角形，四邊形 $BCDE$ 是以 \overline{BC} 為一邊向外作出的正方形。

若 $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CA} = 4$ ， $\overline{AB} = 3$ ，試求：

(1) $\cos \angle ACD$ (2) $\triangle ACD$ 的面積

Sol：

例題 14：

$\triangle ABC$ 的三邊長分別為 18、20、34，試求：

(1) $\triangle ABC$ 的面積 (2) $\triangle ABC$ 的內切圓半徑 (3) $\triangle ABC$ 的外接圓半徑

Sol：

例題 15：

$\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ 且 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 4$ ，求 $\angle A$ 的內角平分線長。

Sol：

例題 16：

$\triangle ABC$ 中，若 $a \cos A - b \cos B + c \cos C = 0$ ，試判斷此三角形的形狀。

Sol：

類題 8：

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ 且最短邊為 2，求 $\triangle ABC$ 的面積。

$$\text{Ans : } \frac{3+\sqrt{3}}{2}$$

類題 9：

在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AC} = 5$ ， $\angle A = 120^\circ$ 且 \overline{AM} 為 \overline{BC} 邊之中線，求 \overline{AM} 。

$$\text{Ans : } \frac{\sqrt{19}}{2}$$

類題 10：

$\triangle ABC$ 的三邊長分別為 6、5、4，試求：

(1) $\triangle ABC$ 的面積

(2) $\triangle ABC$ 的內切圓半徑

(3) $\triangle ABC$ 的外接圓半徑

(4) \overline{BC} 邊之中線長

$$\text{Ans : (1) } \frac{15\sqrt{7}}{4} \quad (2) \frac{\sqrt{7}}{2} \quad (3) \frac{8\sqrt{7}}{7} \quad (4) \frac{\sqrt{46}}{2}$$

類題 11：

$\triangle ABC$ 中，若 $\cos B \sin C = \sin B \cos C$ ，試判斷此三角形的形狀。

Ans：等腰三角形

主題：和角、差角公式

1、和角、差角公式：

$$(1) \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$(2) \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$(3) \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$(4) \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$(5) \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$(6) \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

【說明】

例題 1 :

求 $\sin 75^\circ \cos 15^\circ + \cos 75^\circ \sin 15^\circ$ 的值。

Sol :

例題 2 :

已知 α, β 均為銳角，且 $\sin \alpha = \frac{13}{14}$ 、 $\sin \beta = \frac{11}{14}$ ，試求：

(1) $\sin(\alpha + \beta)$ (2) $\cos(\alpha + \beta)$ (3) $\alpha + \beta$

Sol :

例題 3 :

已知 $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ ， $\tan \beta = -2$ 且 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ， $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ ，求 $\alpha + \beta$ 。

Sol :

例題 4：

已知四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB}=16$ ， $\overline{BC}=25$ ， $\overline{CD}=15$ ， $\angle ABC$ 及 $\angle BCD$ 皆為

銳角，而 $\sin \angle ABC = \frac{24}{25}$ ， $\sin \angle BCD = \frac{4}{5}$ ，試求：

(1) \overline{BD} (2) \overline{AD}

Sol：

例題 5：

已知 $\triangle ABC$ 的三內角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊分別為 a 、 b 、 c ，且 $\cos B = \frac{-4}{5}$ 、

$\cos C = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ，求 $\sin A$ 的值。

Sol：

例題 6：

試求下列各值：

(1) $\tan 21^\circ + \tan 24^\circ + \tan 21^\circ \tan 24^\circ$ (2) $\tan 37^\circ + \tan 23^\circ + \sqrt{3} \tan 37^\circ \tan 23^\circ$

Sol：

例題 7 :

已知 $\tan \alpha, \tan \beta$ 為方程式 $2x^2 - 3x - 2 = 0$ 的兩根，試求：

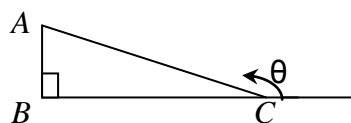
(1) $\tan(\alpha + \beta)$ (2) $\sin^2(\alpha + \beta) + 4\sin(\alpha + \beta)\cos(\alpha + \beta) - 2\cos^2(\alpha + \beta)$

Sol :

例題 8 :

如圖， θ 為一個有向角， $\overline{AB} = 2, \overline{BC} = 5$ ，求 $\sin 2\theta$ 之值。

Sol :



類題 1 :

求 $\sin 24^\circ \cos 21^\circ + \cos 24^\circ \sin 21^\circ$ 的值。

Ans : $\frac{\sqrt{2}}{2}$

類題 2 :

已知 $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ， $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ 且 $\cos \alpha = \frac{-12}{13}$ ， $\sin \beta = \frac{3}{5}$ ，試求：

(1) $\cos(\alpha - \beta)$ (2) $\sin(\alpha - \beta)$ (3) $\alpha - \beta$ 的象限

Ans : (1) $\frac{33}{65}$ (2) $\frac{56}{65}$ (3) 第一象限

類題 3 :

已知 $\triangle ABC$ 的三內角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊分別為 a 、 b 、 c ，且 $\sin A = \frac{5}{13}$ 、

$\cos B = \frac{-4}{5}$ ，求 $a:b:c$ 的值。

Ans : 25:39:16

類題 4 :

設 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ ，試求 $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta)$ 的值。

Ans : 2

類題 5 :

已知 $\tan \alpha, \tan \beta$ 為方程式 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 的兩根，試求：

(1) $\tan(\alpha + \beta)$ (2) $\sin^2(\alpha + \beta) + 2\sin(\alpha + \beta)\cos(\alpha + \beta) - 2\cos^2(\alpha + \beta)$

Ans : (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{-26}{29}$

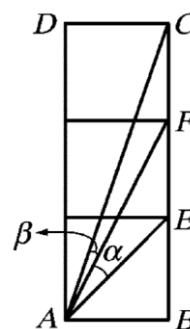
類題 6 :

如下圖， $ABCD$ 為一長方形， $\overline{BE} = \overline{EF} = \overline{FC} = \overline{AB}$ ，且 $\angle EAF = \alpha$ ， $\angle FAC = \beta$ ，

試求：

(1) $\tan \alpha$ (2) $\tan \beta$

Ans : (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{7}$



主題：倍角公式

1、倍角公式：

$$(1) \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta \quad (\text{二次方} \Leftrightarrow \text{二倍角})$$

$$(2) \cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$(3) \sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta \quad (\text{三次方} \Leftrightarrow \text{三倍角})$$

$$(4) \cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$$

【說明】

2、半角公式：

$$(1) \sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{2}} \quad (\pm \text{取決於 } \frac{\theta}{2}) \quad (\text{根號} \Leftrightarrow \text{半角})$$

$$(2) \cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{2}} \quad (\pm \text{取決於 } \frac{\theta}{2})$$

$$(3) \tan \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}} = \frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta} = \frac{1 - \cos\theta}{\sin\theta}$$

【說明】

※ n 次方 \Leftrightarrow n 倍角

例題 1 :

已知 $\cos \theta = \frac{4}{5}$, 且 $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$, 試求 :

(1) $\sin 2\theta$ (2) $\cos 2\theta$ (3) $\sin \frac{\theta}{2}$ (4) $\cos \frac{\theta}{2}$ (5) $\cos 3\theta$ (6) $\sin 4\theta$

Sol :

例題 2 :

設 $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$ 且 $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, 求 :

(1) $\sin 2x$ (2) $\sin x$ (3) $\cos x$ (4) $\sin \frac{x}{2}$ (5) $\sin^4 x + \cos^4 x$

Sol :

例題 3 :

求 $\cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$ 的值。

Sol :

例題 4 :

求以 $x - \cos 130^\circ$ 除 $4x^3 - 3x$ 之餘式。

Sol :

類題 1 :

設 $\sin x = \frac{-7}{25}$ ，且 $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ ，求：

(1) $\sin 2x$ (2) $\cos 2x$

Ans : (1) $\frac{336}{625}$ (2) $\frac{527}{625}$

類題 2 :

設 $0 < x < 45^\circ$ 且 $\tan x$ 、 $\cot x$ 為方程式 $12x^2 - 25x + 12 = 0$ 之兩根，求：

(1) $\sin 2x$ (2) $\cos 2x$ (3) $\sin x$ (4) $\cos x$ (5) $\cos \frac{x}{2}$ (6) $\sin 3x$

Ans : (1) $\frac{24}{25}$ (2) $\frac{7}{25}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{4}{5}$ (5) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ (6) $\frac{117}{125}$

類題 3 :

求 $\cos^2 \theta + \cos^2(120^\circ + \theta) + \cos^2(120^\circ - \theta)$ 的值。

Ans : $\frac{3}{2}$

類題 4 :

求以 $x + \cos 15^\circ$ 除 $4x^3 - 3x + 7$ 之餘式。

Ans : $7 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

3、以切表弦：

$$(1) \sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

$$(2) \cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

$$(3) \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

【說明】

例題 5：

已知 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ， $\sin 2\theta + \cos 2\theta$ 的值。

Sol：

例題 6：

設 α, β 為 $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$ ， $0 \leq x \leq 2\pi$ 的兩根，求 $\tan \frac{\alpha}{2} + \tan \frac{\beta}{2}$ 的值。

Sol：

類題 5：

設 $\sin x = 3 \cos x$ ，求：

(1) $\tan x$ (2) $\cos 2x$ (3) $\sin 2x$

Ans：(1) $\frac{1}{3}$ (2) $-\frac{4}{5}$ (3) $\frac{3}{5}$

4、根式化簡：

(1) $\sqrt{1+\cos\theta} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\sqrt{1-\cos\theta} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\sqrt{1+\sin\theta} = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $\sqrt{1-\sin\theta} = \underline{\hspace{2cm}}$

【說明】

例題 7：

設 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ，則 $\sqrt{1+\sin\alpha} - \sqrt{1-\sin\alpha}$ 可化簡為下列哪一個

- (1) $2\sin\frac{\alpha}{2}$ (2) $2\cos\frac{\alpha}{2}$ (3) $-2\cos\frac{\alpha}{2}$ (4) $-2\sin\frac{\alpha}{2}$ (5) 0

Sol：

類題 6：

若 $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ，則 $\sqrt{1+\cos\alpha} - \sqrt{1-\cos\alpha}$ 可化簡為下列哪一個

- (1) $\sqrt{2}(\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2})$ (2) $\sqrt{2}(\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2})$ (3) $-\sqrt{2}(\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2})$
(4) $-\sqrt{2}(\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2})$ (5) 以上皆非。

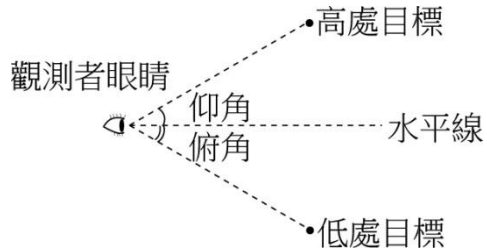
Ans：3

主題：三角測量

1、仰角與俯角：

(1)仰角：由低處仰望高處時，視線與_____的夾角。

(2)俯角：由高處俯視低處時，視線與_____的夾角。



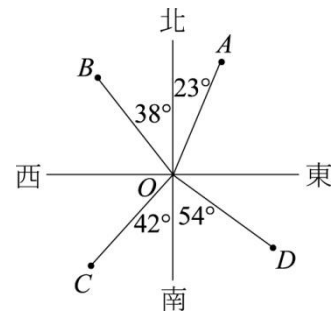
2、方位：

(1) A 點坐標：北 23° 東 或 東 67° 北

(2) B 點坐標：北 38° 西

(3) C 點坐標：南 54° 東

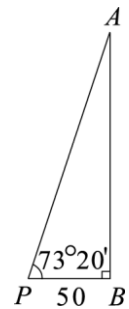
(4) D 點坐標：南 42° 西



例題 1：

如下圖，有一高塔 \overline{AB} ，從距離塔底 50 公尺處 P 點，測得塔頂 A 之仰角為 $73^\circ 20'$ ，求此塔高度。

Sol：



例題 2：

山上有一塔，塔高 100 公尺，從塔頂俯視地面上一點 A 得俯角 60° ；從塔底俯視地面上同一點 A 得俯角 45° ，試求山高。

Sol：

例題 3：

某人於山麓測得山頂之仰角為 45° ，由此山麓沿 15° 斜坡上行 100 公尺，再測山頂之仰角為 60° ，求山高。 $(\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4})$

Sol：

例題 4：

一小島四周 7 浬內佈滿水雷，有一船向正東方行駛，初見小島在北 60° 東，行駛 5 浬後發現小島在北 45° 東，若航向不變，試問此船是否會有危險？

Sol：

例題 5：

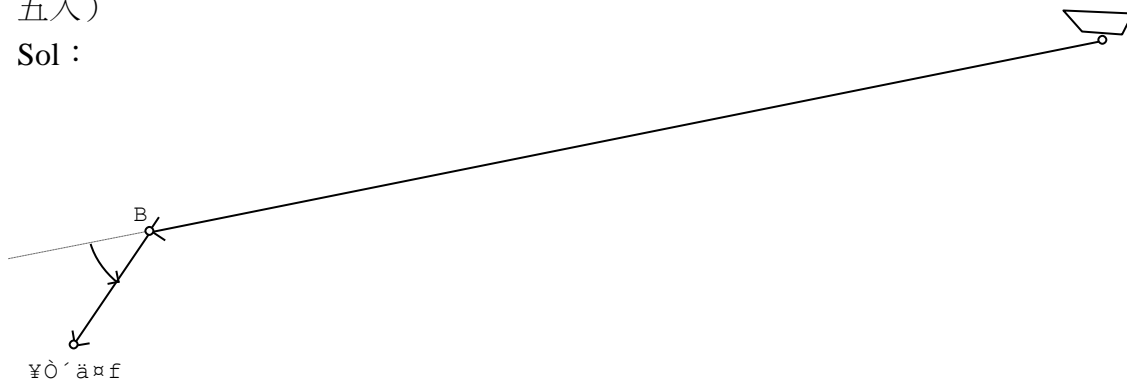
一船往正東航行，在其左側發現二燈塔 A 、 B 。 A 在北 30° 西， B 在北 30° 東，該船行駛 900 公尺後，再測二燈塔 A 、 B ， A 在北 60° 西， B 在正北，試求 A 、 B 兩燈塔的距離。

Sol：

例題 6：

如下圖所示，有一船位於甲港口的東方 27 公里北方 8 公里 A 處，直朝位於港口的東方 2 公里北方 3 公里 B 處的航標駛去，到達航標後即修正航向以便直線駛入港口。試問船在航標處的航向修正應該向左轉多少度？（整數以下，四捨五入）

Sol：



例題 7：

一塔高為 100 公尺，在塔的東 30° 北 A 處，東 60° 北 B 處，測量出塔的仰角分別為 60° 、 45° ，則 A, B 的距離為何？

Sol：

例題 8：

一直線上之三點 A 、 B 、 C 測得一山頂之仰角各為 30° 、 45° 、 60° ，已知 A 、 B 、 C 與山腳不共線且 $\overline{AB} = 300$ 公尺， $\overline{BC} = 200$ 公尺，求山高。

Sol：

例題 9：

自地面上 A 、 B 、 C 三點，分別測得一山頂之仰角皆為 30° ，已知 $\overline{BC} = 240$ 公尺， $\angle BAC = 60^\circ$ ，試求此山之高度。

Sol：

類題 1：

於地面觀測直立於山上之塔，塔頂與塔底之仰角各為 45° 與 30° ，在水平地面上，向塔走近 100 公尺，再測得塔頂之仰角為 60° ，求山高。

Ans： $50(\sqrt{3}+1)$

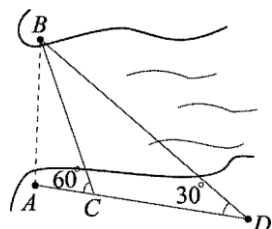
類題 2：

海上有一船 C ，從岸上兩個瞭望臺 A 、 B ，測得 $\angle ABC = 105^\circ$ 、 $\angle BAC = 45^\circ$ ，若 A 、 B 之距離為 100 公尺，求船 C 與瞭望臺 A 之距離 \overline{AC} 。

Ans： $50(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

類題 3：

如右圖， A 、 B 兩點分別位於一河口的兩岸邊。某人在通往 A 點的筆直公路上，距離 A 點 50 公尺的 C 點與距離 A 點 200 公尺的 D 點，分別測得 $\angle ACB = 60^\circ$ 、 $\angle ADB = 30^\circ$ ，求 A 與 B 的距離。



Ans： $50\sqrt{7}$

類題 4：

氣象局測出在 20 小時期間，颱風中心的位置由恆春東南方 400 公里直線移動到恆春南 15° 西的 200 公里處，試求颱風移動的平均速度。(整數以下，四捨五入)

Ans：17 km/hr

類題 5：

某人隔河測一山高，在 A 點觀測山時，山的方位為東偏北 60° ，山頂的仰角為 45° ，某人自 A 點向東行 600 公尺到達 B 點，山的方位變成在西偏北 60° ，求山高。

Ans：600

類題 6：

從高 20 公尺的建築物 A 的屋頂，測量另一建築物 B 之地基的俯角是 30° ，而其屋頂的仰角是 15° ，試求建築物 B 的高度。

Ans： $40(\sqrt{3}-1)$

類題 7：

某人在 O 點測量到遠處有一物作等速直線運動。開始時，該物位置在 P 點，一分鐘後其位置在 Q 點，且 $\angle POQ = 90^\circ$ ，再過一分鐘後，該物位置在 R 點，且 $\angle QOR = 30^\circ$ ，請以最簡分數表示 $\tan^2(\angle OPQ)$ 。

Ans： $\frac{3}{4}$

類題 8：

有一架滑翔機在空中飛行，地面上 A 、 B 兩個觀測站同時觀測此架滑翔機。此時滑翔機正在 A 處東方的上空，且在 B 處之北 30° 東的上空，而在 A 、 B 的仰角分別為 60° 與 30° ，若 A 、 B 兩觀測站相距 700 公尺，那麼滑翔機的高度是多少？

Ans： $100\sqrt{21}$