

新竹區高級中等學校

110 學年度學科能力測驗聯合模擬考試

數學 A 考科

—作答注意事項—

考試範圍：第一～二冊、數 A 第三冊

考試時間：100 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定畫記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響考生成績並傷及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18-1

列的 $\frac{3}{\square}$ 與第 18-2 列的 $\frac{\square}{8}$ 畫記，如：

18-1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±	
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
18-2		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±	
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{19-1} \textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 19-1 列的 $\frac{\square}{\square}$ 與第

19-2 列的 $\frac{7}{\square}$ 畫記，如：

19-1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±	
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
19-2		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±	
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※ 試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及可能用到的數值。

祝考試順利



版權所有 · 翻印必究

第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

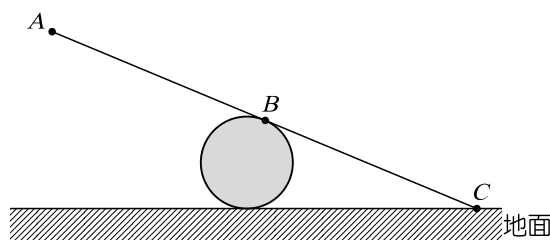
1. $\triangle ABC$ 滿足 $(\vec{AB} + \vec{AC})$ 與 $(\vec{AB} - \vec{AC})$ 垂直，則 $\triangle ABC$ 必為哪種三角形？
 - (1) 正三角形
 - (2) 等腰三角形
 - (3) 直角三角形
 - (4) 銳角三角形
 - (5) 鈍角三角形

2. 試比較下列各數的大小： $a = (-3)^3$ 、 $b = (0.9)^{0.9}$ 、 $c = \sqrt[110]{110}$ 、 $d = \log(\sin 90^\circ)$ 、 $e = \log(\sin 40^\circ)$ 。
 - (1) $a < e < d < b < c$
 - (2) $e < a < d < b < c$
 - (3) $a < d < e < c < b$
 - (4) $a < e < d < c < b$
 - (5) $a < e < b < d < c$

3. 試問以下哪個聯立不等式無解？
 - (1)
$$\begin{cases} 5x + y > 10 \\ x - y > 2 \\ -x + 3y > 2 \end{cases}$$
 - (2)
$$\begin{cases} 5x + y > 10 \\ x - y > 2 \\ -x + 3y < 2 \end{cases}$$
 - (3)
$$\begin{cases} 5x + y < 10 \\ x - y < 2 \\ -x + 3y > 2 \end{cases}$$
 - (4)
$$\begin{cases} 5x + y < 10 \\ x - y > 2 \\ -x + 3y > 2 \end{cases}$$
 - (5)
$$\begin{cases} 5x + y < 10 \\ x - y > 2 \\ -x + 3y < 2 \end{cases}$$

4. 已知三次函數 $f(x)$ 在 $x=0$ 的一次近似為 $y=x+5$ ，且對稱中心為 $(1, 8)$ ，則此函數的領導係數為何？
 - (1) -3
 - (2) -2
 - (3) -1
 - (4) 1
 - (5) 2

5. 將一木板放在圓筒上，右圖為剖面示意圖，其中圓的半徑為 30 公分， \overline{AC} 的長度為 300 公分， B 為 \overline{AC} 中點。假設當此木板朝一側傾斜，使得板面與地面接觸時，此時板面與地面的夾角為 θ ，則 $\tan \theta$ 的值為何？

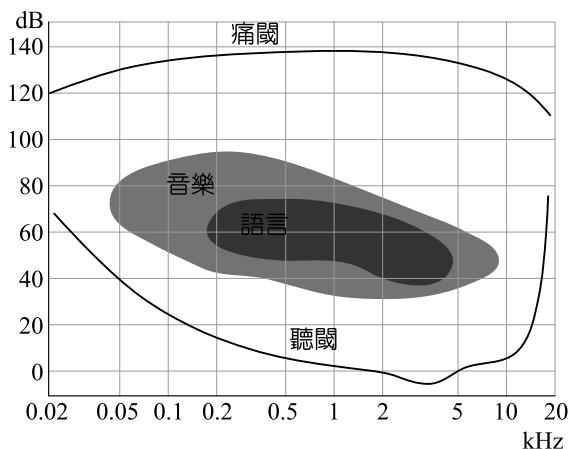


- (1) $\frac{3}{5}$
 (2) $\frac{4}{5}$
 (3) $\frac{3}{10}$
 (4) $\frac{5}{13}$
 (5) $\frac{5}{12}$
6. 已知 a 為整數，設多項式 $x^{13} + x + 90$ 除以 $x^2 - x + a$ 所得的商式為整係數多項式，且餘式為 0，則 a 之值為何？
- (1) -1
 (2) 2
 (3) -2
 (4) 3
 (5) -3

二、多選題（占 20 分）

說明：第 7 題至第 10 題，每題 5 分。

7. 右圖顯示出一般人的聽力範圍，橫軸是聲波頻率，縱軸是聲強級。圖中最下方的曲線是聽閾，聽閾以上的聲音才能夠聽到。最上方的曲線是痛閾，這樣響的聲音是人無法忍受的。在痛閾以下，還有很大的一段讓人感到非常不舒服的範圍。兩條曲線之間的範圍，稱為聽覺面積。請針對文字敘述並從圖表判斷，下列哪些選項正確？



- (1) 由圖可知，一般人講話的聲音約為 40dB 到 70dB 左右
 (2) 對一般人而言，頻率介於 500Hz 到 5000Hz 的聲音，只要分貝數超過 140dB 都是無法忍受的
 (3) 只要聲音的分貝固定為 40dB，那麼頻率介於 20Hz 到 500Hz 的聲音都聽得到
 (4) 若聲音的頻率為 10000Hz，則分貝介於 20dB 到 120dB 都會讓人感覺不舒服
 (5) 由圖可知，考慮在 1000Hz 以下的聽覺面積，0Hz 到 500Hz 的聽覺面積占了一半以上

8. 丟擲一顆公正的六面骰子兩次，假設第一次點數為 x ，第二次點數為 y ，則以下哪些選項的敘述正確？

- (1) $x \geq y$ 的機率為 $\frac{1}{2}$
- (2) $x \cdot y$ 為偶數的機率為 $\frac{1}{2}$
- (3) $\frac{x+y}{2} > \sqrt{xy}$ 的機率為 $\frac{5}{6}$
- (4) $x+y$ 的期望值為 7
- (5) $x \cdot y$ 的期望值為 $\frac{49}{4}$

9. 下表為交通部中央氣象局統計新竹地區每月雨量總和資料(時間：2018 年 1 月至 2021 年 6 月，單位：毫米)，試問下列關於新竹地區的敘述哪些正確：

	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月	年雨量
2021	4.5	51.5	100	62.5	123.8	200.5	/	/	/	/	/	/	542.8
2020	36	55	105	72.5	353.2	46	0.7	219.5	80.5	5	7.5	44.5	1025.4
2019	25.5	67.9	279.7	217	515	482.7	48.5	211.4	92	11.5	6.9	140.2	2098.3
2018	266.7	83.5	53.5	61.7	59	71.2	67.2	264.4	134.5	40.8	31	30.5	1164

- (1) 八月是颱風旺季，雨量是一年各月中的最大值
- (2) 五月是臺灣的梅雨季，當月每日的平均雨量高於全年每日平均雨量
- (3) 2020 年 6 月到 2021 年 5 月，臺灣面臨乾旱，新竹這一年累積雨量未達 800 毫米
- (4) 八月颱風屬極端氣候，該月的雨量標準差是一年各月中的最大值
- (5) 考慮 2019 年與 2020 年各月的雨量，其相關係數值為正

10. 疫情影響，學校教職員分流上班(部分教職員居家辦公，部分到校辦公)，教務處有 6 位教職員(1 位主任、2 位組長、3 位職員)，居家辦公申請規定如下：

- (一) 每人當週最多 3 天，其中最多連續 2 天。(例如：星期一、星期二、星期五居家辦公)
- (二) 教務處最多每天 3 人申請。

考慮一週五個工作天，試問下列選項哪些正確？

- (1) 若不考慮其他夥伴，教務主任申請 2 天居家辦公的方式有 10 種
- (2) 若不考慮其他夥伴，教務主任申請 3 天居家辦公的方式有 6 種
- (3) 僅考慮 2 位組長，兩人協議五天各一位居家辦公，則兩人協議後可安排居家辦公的方法有 14 種
- (4) 僅考慮 2 位組長，兩人協議每人各申請 2 天居家辦公，且兩人不同時居家辦公，則兩人協議後可安排居家辦公的方法有 30 種
- (5) 若學校希望教務主任及 2 位組長，3 人每天至少有 2 人到校辦公，則 3 人的居家辦公安排方式共 895 種

三、選填題 (占 35 分)

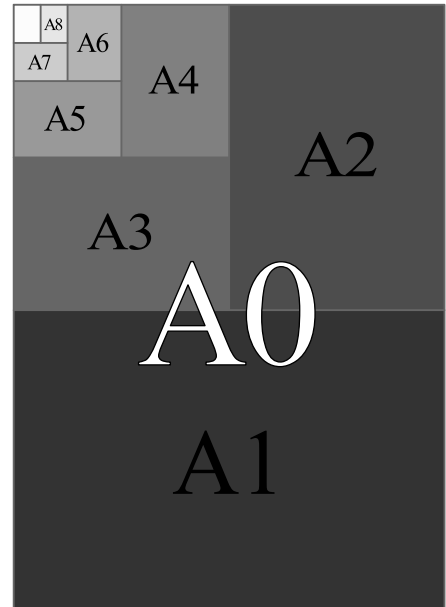
說明：第 11 題至第 17 題，每題 5 分。

11. 已知二次函數 $f(x) = x^2 + ax + b$ 滿足 $f(x+3) = f(1-x)$ ，則 $a =$ ⑪-1 ⑪-2。

12. 如右圖所示。根據 ISO 216 的定義，A 系列紙張有以下的特性：

- (1) A0 的面積為一平方公尺。
- (2) 每一號紙張 $A(n)$ 都是前一號紙張 $A(n-1)$ 對折一半時的大小。
- (3) 所有的紙張皆相似。

根據以上定義，A1 紙張的長邊長度應為 ⑫-1 ⑫-2 ⑫-3 公分。(四捨五入至小數點後第一位，可參考末頁參考數值)



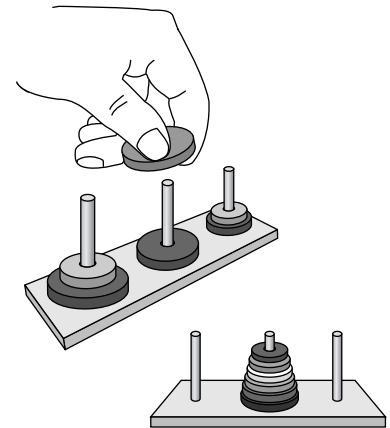
13. Thue-Morse 序列是一個由兩個符號組成的序列，通常以 0 和 1 表示。它的前幾項如下：
 $a_1 = 0$ 、 $a_2 = 01$ 、 $a_3 = 0110$ 、 $a_4 = 01101001$ 、 $a_5 = 0110100110010110$ ，數列的規則為將前一項的 0 用 01 取代，1 用 10 取代而得到下一項。按照這個規則， a_{100} 這一項的最後五個數字為

⑬-1 ⑬-2 ⑬-3 ⑬-4 ⑬-5。

14. 市面上販賣的三角板通常有兩種規格：一種是 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ，一種是 $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ 。如果將兩種不同規格，且斜邊長都是 10 的三角板拼接在一起形成一個四邊形，則此四邊形對角線長的乘積為 $25\sqrt{2} +$ ⑭-1 ⑭-2 $\sqrt{\text{⑭-3}}$ 。(化為最簡根式)

15. 令 θ 為第一象限角， $f(\theta) = 2 \cos \theta + 3 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)$ ，則 $f(\theta)$ 的最大值為 $\sqrt{\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}}$ 。
(化為最簡根式)

16. 右圖為一個河內塔遊戲的示意圖：上面有三個圓杆，六個不同大小的穿孔圓片，遊戲的目標是要將這六個圓片從某個杆子，移到另一個杆子上。一次移動一圓片，並且過程中大的圓片不能覆蓋在小的圓片上。若杆子上的六個圓片皆滿足小的圓片在大的圓片上面，則我們稱之為「合理的狀態」(如右下圖)。請問有 $\textcircled{16-1} \textcircled{16-2} \textcircled{16-3}$ 種「合理的狀態」。



17. 已知 $\vec{OP} = (2 \sin \alpha + \cos \beta, \sin \alpha + 3 \cos \beta) = (2, 1) \sin \alpha + (1, 3) \cos \beta$ ，其中 $-\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{6}$ ， $\frac{\pi}{4} \leq \beta \leq \frac{3\pi}{4}$ ，試求 \vec{OP} 的一切 P 點所形成的圖形面積為 $\textcircled{17-1} \sqrt{\textcircled{17-2}}$ 。(化為最簡根式)

第貳部分、混合題或非選擇題 (占 15 分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

第 18 至 19 題為題組

評估病毒傳播模式有以下兩個重要指標，簡述定義如下：

(一)世代間隔 (Serial interval, 以 S 表示)：

從第一波感染到第二波感染出現的時間。

(二)基礎再生數 (Basic Reproduction Number, 以 R_0 表示)：

一個個案在整個患病的病程中平均可以傳給幾個人的指標。

若 $R_0 > 1$ 則感染個數呈指數性成長，每經過 1 次世代間隔 (S) 後，新感染人數將變為 R_0 倍。

18. 若病毒 A 的世代間隔 (S) = 5 天，基礎再生數 (R_0) = 4，請問經過 30 天後新感染人數將變為多少倍？(單選題，5 分)

- (1) 20 倍
- (2) 625 倍
- (3) 1,024 倍
- (4) 1,296 倍
- (5) 4,096 倍

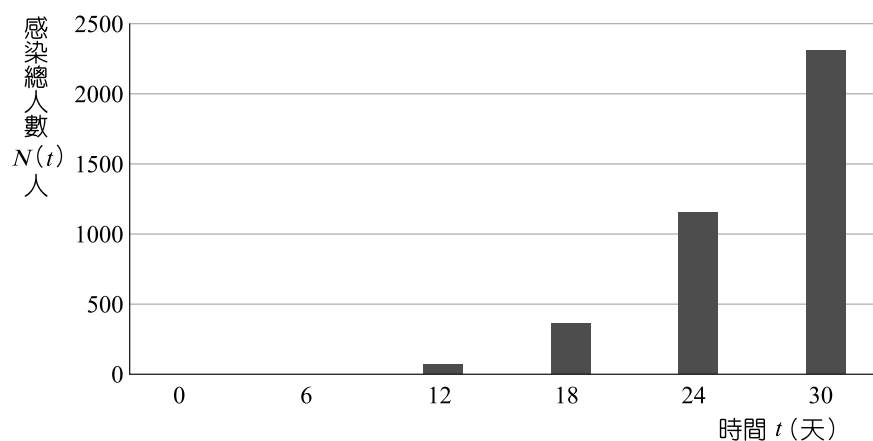
R_0 能決定疫情指數成長的程度，但不是常數，在疫情爆發時，適當的介入可以使 R_0 下降，例如隔離治療、環境消毒、個人防護具等。而 R_t 值則是加上時間考量，進一步觀察隨著時間變化的 R_0 值，推估加上時間考量的基礎再生數 (R_t) 另有下面的指數評估公式：

$$\log_2 \frac{N(t)}{N(0)} = (R_t - 1) \cdot \frac{t}{S},$$

其中 S ：世代間隔、 $N(t)$ ：在 t 時間點下的罹病個案總數

時間 t 天	0	6	12	18	24	30
總感染數 $N(t)$ 人	2	16	96	384	1,152	2,304

B 病毒在某地感染總人數長條圖



19. 病毒 B 的世代間隔 (S) = 6 天，某地發現 B 病毒後，地方政府隨即進行了三級警戒，感染人數如上圖及上表。根據傳染病學，若 R_t 呈現遞減趨勢，代表三級警戒有效果。試計算第 6 天、第 12 天及第 18 天的 R_t 值(四捨五入到小數點後第二位)，並說明前 18 天三級警戒是否有效果。(非選擇題，10 分)

(參考：新冠肺炎之傳播分析—林先和秘書長)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$,

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]}$
 $= \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$

5. 和角公式： $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$

6. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線(最適合直線)方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

7. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt[3]{2} \approx 1.260$ ， $\sqrt[4]{2} \approx 1.189$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ，
 $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\sqrt{7} \approx 2.646$ ， $\pi \approx 3.142$

8. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$