

110 年學科能力測驗第六次模擬考試

數學 B 考科

110-W6

命題範圍：第一～二冊、第三冊 B～第四冊 B

— 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響考生成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{(18-1)}{(18-2)}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在

答案卡上的第 18-1 列的 $\overset{3}{\square}$ 與第 18-2 列的 $\overset{8}{\square}$ 劃記，如：

18-1	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\blacksquare}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	-	±
18-2	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\blacksquare}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	-	±

例：若答案格式是 $\frac{(19-1)(19-2)}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 19-1 列

的 \square 與第 19-2 列的 $\overset{7}{\square}$ 劃記，如：

19-1	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	-	±
19-2	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\blacksquare}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	-	±

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

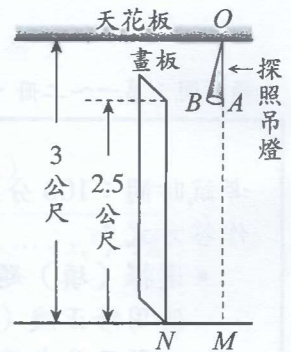
※ 試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

第壹部分、選擇(填)題(占85分)

一、單選題(占40分)

說明：第1題至第8題，每題5分。

1. 有一家美術館正在展覽各界老師的畫作，該美術館經理將一「探照吊燈」斜掛在離地面3公尺的天花板上，此吊燈的燈外有一個直圓錐形燈罩 OAB ，其中 OA 直線垂直地板於 M 。當通電後，吊燈之光源照在左側高度2.5公尺的之矩形展覽畫板上形成光影，其中 N 為畫板邊角處， $\overline{OM} \perp \overline{MN}$ ，且 $\angle AOB = 15^\circ$ ，如右圖所示。假設直圓錐形燈罩 AOB 的整個光影均勻投影在畫板上，則此光影的邊界為下列哪一種曲線或其部分圖形？

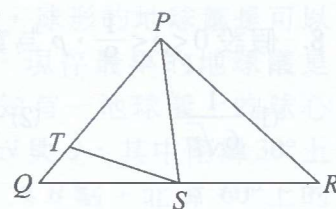


- (1) 圓
(2) 橢圓
(3) 雙曲線
(4) 兩相交直線
(5) 拋物線
2. 「鏷 (Einsteinium)」是以物理學家愛因斯坦命名的化學元素。在 1952 年，美國能源部首次從一顆氫彈的碎片中發現了此元素，然而對其研究卻相當少，因為鏷元素非常難獲得且具有高度放射性。美國能源部最近發現了該元素的一些基本化學性質，如：鏷-254 的半衰期約為 276 天。然而在研究過程中受到新冠肺炎封城的影響而暫停，在研究人員於封城結束後回到實驗室後，發現實驗樣本已經衰變。請問在經過 138 天後，其含量會變成原本的多少倍？
- (1) 25 % (2) 50 % (3) 71 % (4) 75 % (5) 83 %
3. 假設 2021 年中華奧運代表團在東京奧運比賽前，分別在舉重女子 59 公斤級、羽球女子單打、體操男子鞍馬、高爾夫男子個人等比賽項目，預估各種比賽項目獲獎的機率如下表所示：

比賽項目	舉重女子 59 公斤級	羽球女子 單打	體操男子 鞍馬	高爾夫 男子個人
預計獲得的獎項	金牌	金牌	銀牌	銅牌
獲獎的機率	$\frac{9}{10}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{7}{10}$

- 依據《國光體育獎章及獎助學金頒發辦法》規範，奧運屬於最高級別比賽，金牌的獎金為 2000 萬元，銀牌與銅牌依序為 700 萬元與 500 萬元。所以中華奧運代表團最有可能在上述四項比賽項目中，預計獲得該獎項的獎金期望值為下列哪一個選項？
- (1) 4645 萬元 (2) 4805 萬元 (3) 5025 萬元 (4) 5265 萬元 (5) 5485 萬元

4. 假設在坐標平面上有一個 $\triangle PQR$ ， S 為 \overline{QR} 之中點， T 在線段 \overline{PQ} 上，其中 $\overline{PT}=3\overline{TQ}$ ，如右圖所示。若向量 $\overline{PT}=(-6, 18)$ ， $\overline{PR}=(10, -2)$ ，且 $\overline{PS}=(a, b)$ ，則兩數乘積 $a \times b$ 之值為下列哪一個選項？



- (1) 8
(2) 9
(3) 10
(4) 11
(5) 12
5. 據報導某疫苗推動協會表示，因為流感疫苗在製作的過程相當嚴謹，且疫苗對於溫度的反應也相當穩定，即便是在攝氏 25 度的環境下放 1 個月，也都不會變質；因此該協會認為如果民眾對施打疫苗有疑慮，頂多可能是注射器材在製作過程中出現瑕疵所致；而在注射器的製作過程中，每 1000 萬支裡面會有 10 支瑕疵品，例如因針頭歪斜或活塞擋止器缺陷等情形實屬無法避免，所以做好品管流程才是重點。假設某批 1000 萬支的「注射器」中已知有 10 支為瑕疵品，其中 7 支瑕疵品為針頭歪斜、而 3 支瑕疵品為活塞擋止器缺陷。若今天任選 2 支注射器進行篩檢，而已知此 2 支皆為瑕疵品，則 1 例為針頭歪斜而 1 例為活塞擋止器缺陷之機率為何？
- (1) $\frac{1}{15}$ (2) $\frac{7}{15}$ (3) $\frac{7}{30}$ (4) $\frac{21}{50}$ (5) $\frac{21}{100}$

6. 假設不等式 $(x - \sqrt{17})(x + 6)^{1000}(x + 8)^{999} < 0$ ，則滿足此不等式的整數解有幾個？
- (1) 8 (2) 9 (3) 10 (4) 11 (5) 12

7. 已知地球表面的海水經由萬有引力，及地球公轉、自轉、氣象變化等現象，使得海面產生一種週期性的升降運動稱之為潮汐，因為其引力形成的潮位與時間的有規則改變就是一種週期函數，而潮位一般指的是以海平面為基準點「零」，比此位置還高的潮位訂為正，低於此位置的潮位訂為負。假設美國西海岸港口洛杉磯某天凌晨零時到當天晚上 24 小時內的潮位週期函數為：

$$y = k \sin\left(\frac{\pi}{18}(t - 1)\right)$$

其中潮位 y (公尺) 與時間 t (小時)， $0 \leq t \leq 24$ 。已知 $t = 10$ 時，潮位 $y = 10$ ，試求當 $t = 16$ 時之潮位 $y = ?$ (公尺)

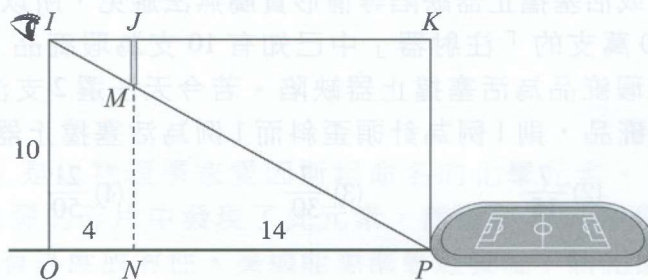
- (1) 5 (2) 8 (3) 10 (4) 12 (5) 16

8. 假設 $0 < p < \frac{1}{9}$, p 為實數, 則化簡 $\sqrt{9p + \frac{1+18p}{9p}} - \sqrt{9p + \frac{1-18p}{9p}}$ 會等於下列哪個選項?
- (1) $\frac{1}{6\sqrt{p}}$ (2) $\frac{2}{3\sqrt{p}}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{p}}$ (4) $2\sqrt{3p}$ (5) $6\sqrt{p}$

二、多選題 (占 25 分)

說明：第 9 題至第 13 題，每題 5 分。

9. 假設 Janet 要去看世界田徑錦標賽，於是買票 VIP 室進場觀賽。當她坐在距離防疫玻璃視窗 4 公尺 (\overline{ON}) 的位置，眺望視窗外的比賽時，發現整個田徑場地完全映入玻璃視窗的視野，已知 Janet 的眼睛 (I) 離地面 $\overline{IO} = 10$ 公尺，且玻璃視窗在地面的相對位置 (N) 與田徑場地的距離為 $\overline{NP} = 14$ 公尺，如圖所示。假設 $\triangle KIP$ 中， $\theta = \angle KIP$ ，試選出正確的選項。



- (1) \overline{IP} 長度 = $2\sqrt{106}$ 公尺
 (2) $\overline{MN} = \frac{90}{7}$
 (3) \overline{JM} 高度若以科學記號 (3 位有效數字) 表示，可寫成 2.78×10^0 公尺
 (4) $\tan \theta = \frac{9}{5}$
 (5) $\sin(90^\circ - \theta) = \frac{9\sqrt{106}}{106}$
10. 假設向量 $\vec{M} = (m_1, m_2)$ ，向量 $\vec{N} = (n_1, n_2)$ ，且內積 $\vec{M} \cdot \vec{N} = 8$ 。關於矩陣的乘積，試選出正確的選項。
- (1) $m_1 m_2 + n_1 n_2 = 8$
 (2) $\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 & n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 8 \end{bmatrix}$
 (3) $\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 8 \end{bmatrix}$
 (4) $\begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ m_1 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \end{bmatrix}$
 (5) $\begin{bmatrix} m_1 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 & n_1 \\ n_2 & n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 8 \end{bmatrix}$

11. 地球儀是一種用來表示地球的球體模型，相較於平面的地圖，球形的地球儀是可以將地區、方位、角度、距離、面積等以較精確的方式顯示。現存最早的地球儀是 1492 年，德國人馬丁·倍海姆 (Martin Behaim) 製作的。已知有一地球儀上的球心為 O 及球半徑長度為 R ，且該地球儀上的北極與南極分別為 N 與 S ，其中南緯 30° 上的聖胡安 (阿根廷) 為 A 點，北緯 45° 上的亞奎丹 (法國) 為 B 點，北緯 60° 上的法斯格塔 (瑞典) 為 C 點。關於上述資訊，若北緯 60° 的緯線長 $L=20\pi$ 公分，試選出正確的選項。



- (1) 此地球儀的球半徑 $R=10\sqrt{3}$ 公分
 - (2) C 點所在緯線長為 A 點所在緯線長的 $\sqrt{3}$ 倍
 - (3) C 點所在緯線長為 B 點所在緯線長的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍
 - (4) A 點所在緯線長大於 B 點所在緯線長
 - (5) A 點所在緯線長為 $15\sqrt{3}\pi$ (公分)
12. 假設 $\langle s_n \rangle$ 為一等比數列，公比為 r ，首項為 s_1 。已知前 8 項的和為 $s_1+s_2+s_3+\dots+s_8=36$ ，前 4 個奇數項的和為 $s_1+s_3+s_5+s_7=48$ ，試選出正確的選項。

- (1) $s_1(1-r^8)=36(1-r)$
- (2) $\frac{s_1(1-r^8)}{(1-r^4)}=48$
- (3) 公比 r 為 $-\frac{1}{4}$
- (4) $s_1(1-(\frac{1}{4})^8)=44$
- (5) $s_1 \approx 42$

13. 已知美國糖尿病協會把成人的糖尿病「酮酸中毒」以嚴重程度分類，當血液 pH 值輕微下降到 7.25~7.30 之間時，患者身體會有所察覺，此為輕度中毒；當血液 pH 值下降到 7.00~7.25 之間時，患者可能存在輕度嗜睡的情況，此為中度中毒；而當血液 pH 值下降到 7.00 以下時，患者可能神志不清或昏迷，此為重度中毒；其中成人不患病的正常 pH 值在 7.35~7.45 之間；而科學上我們用血液中氫離子的濃度 $[H^+]$ (莫耳/升) 來定義該血液的酸鹼值 (pH 值)，其中的關係為 $pH=-\log[H^+]$ 。假設今有三人接受血液檢測，測得老蘇血液的 $[H^+]$ 濃度為 6×10^{-8} ，老王血液的 $[H^+]$ 濃度為 4×10^{-8} ，老林血液的 $[H^+]$ 濃度為 14×10^{-8} 。關於上述資訊，試選出正確的選項。(註： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$)

- (1) 老蘇血液的酸鹼值 pH 大於 7.2
- (2) 老王血液的氫離子濃度為「不患病」的正常 pH 值
- (3) 老林血液的酸鹼值為酮酸「中度中毒」
- (4) 老蘇血液的酸鹼值為酮酸「輕度中毒」
- (5) 以上接受血液檢測的三人當中有兩人為酮酸「重度中毒」

三、選填題 (占 20 分)

說明：第 14 至 17 題，每題 5 分。

14. 據報導雲林北港朝天宮 (A 點)，創建於清康熙 33 年，俗稱北港媽祖廟，主祀天上聖母；朝天宮的進香之行，除了看精彩的陣頭廟會表演，自然不能錯過的，是來到廟前熱鬧的北港老街 (B 點)，享受特產美食，呈現出臺灣頗具特色的廟口文化。另外，笨港在乾隆時期是臺灣重要港口，居民為祈求商運與航運，便建造了笨港水仙宮 (C 點)。已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=240$ 公尺， $\overline{BC}=400$ 公尺且 $\angle ABC=120^\circ$ (如圖所示)，關於上述資訊 ($\triangle ABC$ 中)，北港朝天宮 (A 點) 與笨港水仙宮 (C 點) 兩座廟宇的距離為 (14-1) (14-2) (14-3) 公尺。



15. 假設坐標平面上有一圓 $\Gamma: x^2 - 4tx + 4t^2 + y^2 = 25$ 與直線 $L: y = \frac{x}{3}$ 相切，且 $t < 0$ ，

則 t 值 =
$$\frac{-\text{(15-1)}\sqrt{\text{(15-2)}\text{(15-3)}}}{\text{(15-4)}} \quad \cdot \quad (t \text{ 值須有理化，化為最簡根式})$$

16. 已知羽球是一項隔著球網，使用長柄網狀球拍揮擊平口端紮有一圈羽毛的半球狀軟木的運動。1992 年起，羽球被列為奧運會的正式項目，且於 2006 年，國際羽總通過該局誰先拿下 21 分就算贏球的落地得分制。頂尖的羽球選手除了體能要求以外，更講究短時間的爆發力以及反應力，假設世界球后戴姿穎在某局與對手的比賽中以 16:16 打成平手，此時小明正在觀賞的網路直播突然收訊中斷，等到網路恢復訊號，該局已經比賽結束，結果戴姿穎以 21:19 獲勝。小明想要知道戴姿穎在此局收訊中斷期間「得失分」的排列情形，比方說：

「得」「失」「得」「得」「失」「失」「得」「得」就算是其中一種。
根據國際羽總通過的 21 分新制，戴姿穎在此局收訊中斷期間的得失分排列方式有 (16-1) (16-2) 種。

17. 已知坐標平面上有一多項式函數 $f(x)=2x^3+rx^2+x$, r 為實數, 且 $f(x)$ 的圖形過點 $A(2, 42)$ 。關於上述資訊, 若坐標平面上 A 點關於 $f(x)$ 圖形對稱中心的對稱點為 B , 則 B 點坐標為 $(\textcircled{17-1}, \textcircled{17-2}, \textcircled{17-3}, \textcircled{17-4}, \textcircled{17-5})$ 。

第貳部分、混合題或非選擇題 (占 15 分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-19 題為題組

據衛生福利部國民健康署資料，「肥胖」是代謝症候群診斷準則的危險因子之一，而針對女性肥胖的定義是「腰圍」超過 80 cm 或「BMI 值」超過 27 kg/m^2 ，其中定義身體質量指數 BMI 值 $= \frac{\text{體重 (kg)}}{(\text{身高 (m)})^2}$ 。一項澳洲雪梨大學 2004 年的研究，針對 7 名 40 歲到 70 歲左右的婦女，結果顯示 BMI 值與腰圍之間呈現高度相關的情形；下表 7 組數據為上述 7 名婦女同一天進行的觀察記錄，其中 X ：代表每位婦女「腰圍」（cm）， Y ：代表對照每位婦女的「BMI 值」（ kg/m^2 ）。

X (cm)	77	79	81	82	83	85	87
Y (kg/m^2)	25	27	27	27	30	31	29

18. 根據上述題文 X ：每位婦女「腰圍」的統計數據，試求第 60 百分位數 $P_{60}=?$ （單選題，5 分）
(1) 83 (cm) (2) 84 (cm) (3) 85 (cm) (4) 86 (cm) (5) 87 (cm)
19. 承 18，根據上述資訊：（非選擇題，10 分）
① 假設這 7 名婦女其 Y （腰圍）對 X （BMI 值）的迴歸直線方程式為 $y=ax+b$ ，則數對 (a, b) 為何？（6 分）
② 如果有另一名婦女的腰圍為 92 cm，那麼根據迴歸直線預測，試求該名婦女的 BMI 值為多少 (kg/m^2)？（4 分）

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S_n = \frac{n(2a+(n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\bar{X} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差 $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}((x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2)} = \sqrt{\frac{1}{n}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - \bar{X}^2}$

4. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

相關係數 $r_{x,y} = \frac{(x_1 - \bar{X})(y_1 - \bar{Y}) + (x_2 - \bar{X})(y_2 - \bar{Y}) + \dots + (x_n - \bar{X})(y_n - \bar{Y})}{n\sigma_x\sigma_y}$

迴歸直線 (最適合直線) 方程式 $y - \bar{Y} = r_{x,y} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{X})$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

6. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

78	82	83	82	81	79	77	X (cm)
59	61	60	57	57	57	55	Y (kg/m ²)



第壹部分、選擇(填)題

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
(5)	(3)	(1)	(4)	(2)	(4)	(1)	(5)	(1)(5)	(4)(5)	(3)(4)	(1)(3)	(1)(2)	5	6
14-3	15-1	15-2	15-3	15-4	16-1	16-2	17-1	17-2	17-3	17-4	17-5			
0	5	1	0	2	3	5	-	4	-	3	6			

第貳部分、混合題或非選擇題

18. (1) 19. ① $(\frac{1}{2}, -13)$ ② $33 \text{ (kg/m}^3\text{)}$

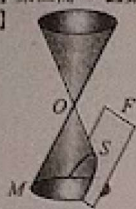
第參部分、選擇(填)題

一、單選題

1. (5)

【出處】第四冊 B 圓錐曲線

【解析】



因為斜掛在天花板之「探照吊燈」所照射到畫板平面的光影邊界，其輪廓為畫板平面 F 斜切直圓錐的截痕，如圖所示且平面 F 平行直圓錐燈罩 AOB 形成的某條母線 OM ，所以截出的截痕不會是封閉的曲線，即截痕不會是圓或橢圓加上平面 F 只跟其中一個錐面相交，故截痕不會是雙曲線或兩相交直線。所以 F 平行燈罩 AOB 形成的母線 OM ，其截痕是拋物線，其中 S 點為拋物線的頂點(如圖)。
故選(5)

2. (3)

【出處】第三冊 B 按比例成長模型

【解析】 $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} - (\frac{1}{2})^{\frac{1}{4}} = (2^{-1})^{\frac{1}{2}} - 2^{-\frac{1}{4}} = 2^{-\frac{1}{4}} - 2^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707 \dots$
 $\approx 0.71 = 71\%$
故選(3)

【難易度】☆☆☆

3. (1)

【出處】第二冊 排列組合與機率

【解析】 $E = 2000 \times \frac{9}{10} + 2000 \times \frac{19}{20} + 700 \times \frac{17}{20} + 500 \times \frac{7}{10}$
 $= 1800 + 1900 + 595 + 350 = 4645 \text{ (萬元)}$
故選(1)

【難易度】☆☆☆

4. (4)

【出處】第三冊 B 平面向量

【解析】因為 S 為 QR 之中點

$$\vec{PS} = \frac{1}{2}\vec{PQ} + \frac{1}{2}\vec{PR} = \frac{1}{2}(\frac{4}{3}\vec{PT}) + \frac{1}{2}\vec{PR} = \frac{2}{3}\vec{PT} + \frac{1}{2}\vec{PR}$$

$$= \frac{2}{3}(-6, 18) + \frac{1}{2}(10, -2) = (1, 11)$$

所以 $(a, b) = (1, 11) \Rightarrow ab = 11$
故選(4)

【難易度】☆☆☆

5. (2)

【出處】第四冊 B 機率

【解析】 $\frac{C_1^1 \times C_1^1}{C_2^2} = \frac{7 \times 3}{10 \times 9} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$

故選(2)

【難易度】☆☆☆

6. (4)

【出處】第一冊 多項式函數

【解析】因為 $(x - \sqrt{17})(x + 6)^{100}(x + 8)^{100} < 0$

又 $(x + 6)^{100} \geq 0$ ，可省略刪去，但 $x \neq -6$

所以原不等式與 $(x - \sqrt{17})(x + 8) < 0$ 且 $x \neq -6$ 的解相同

即不等式的解為： $-8 < x < \sqrt{17}$ 且 $x \neq -6$

可推得其整數解為 $x = -7, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ ，共有 11 個

故選(4)

【難易度】☆☆☆

7. (1)

【出處】第三冊 B 週期性數學模型

【解析】①已知 $t = 10$ 時

$$\text{潮位 } y = k \sin\left(\frac{\pi}{18}(10 - 1)\right) = k \sin\frac{\pi}{2} = 10 \text{ (公尺)} \Rightarrow k = 10$$

②所求 $t = 16$ 時

$$\text{潮位 } y = k \sin\left(\frac{\pi}{18}(16 - 1)\right) = 10 \sin\frac{5\pi}{6} = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ (公尺)}$$

故選(1)

【難易度】☆☆☆

8. (5)

【出處】第一冊 數與式

【解析】 $\because \sqrt{9p + \frac{1+18p}{9p}} - \sqrt{9p + \frac{1-18p}{9p}}$
 $= \sqrt{9p + \frac{1}{9p} + 2} - \sqrt{9p + \frac{1}{9p} - 2}$
 $= \sqrt{(3\sqrt{p})^2 + \frac{1}{(3\sqrt{p})^2} + 2(3\sqrt{p}) \cdot \frac{1}{(3\sqrt{p})}}$
 $= \sqrt{(3\sqrt{p})^2 + \frac{1}{(3\sqrt{p})^2} - 2(3\sqrt{p}) \cdot \frac{1}{(3\sqrt{p})}}$
 $= \sqrt{(3\sqrt{p} + \frac{1}{3\sqrt{p}})^2} - \sqrt{(3\sqrt{p} - \frac{1}{3\sqrt{p}})^2}$
 $= |3\sqrt{p} + \frac{1}{3\sqrt{p}}| - |3\sqrt{p} - \frac{1}{3\sqrt{p}}|$
 $= (3\sqrt{p} + \frac{1}{3\sqrt{p}}) + (3\sqrt{p} - \frac{1}{3\sqrt{p}}) = 6\sqrt{p}$
(已知 $0 < p < \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{1}{3\sqrt{p}} > 3\sqrt{p}$ ，
所以 $\sqrt{(3\sqrt{p} - \frac{1}{3\sqrt{p}})^2} = -(3\sqrt{p} - \frac{1}{3\sqrt{p}})$)
故選(5)

【難易度】☆☆☆

二、多選題

9. (1)(5)

【出處】第二冊 三角比；第四冊 B 空間概念

【解析】(1) \circ TP 長度 $= \sqrt{10^2 + 18^2} = \sqrt{424} = 2\sqrt{106}$ 公尺

(2) \times 根據 $\frac{14}{18} = \frac{MN}{10} \Rightarrow MN = \frac{70}{9}$ 公尺

(3) \times 根據 $MN = \frac{70}{9}$

$$\Rightarrow JM = 10 - \frac{70}{9} = \frac{20}{9} \approx 2.22 \times 10^0 \text{ (科學記號) 公尺}$$

(4) \times 因為 $\theta = \angle KIP = \angle IPO$ ，則 $\tan \theta = \tan \angle IPO = \frac{IO}{PO} = \frac{5}{9}$

(5) \circ 因為 $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta = \frac{PO}{IP} = \frac{18}{2\sqrt{106}} = \frac{9}{\sqrt{106}} = \frac{9\sqrt{106}}{106}$
故選(1)(5)

【難易度】☆☆☆

10. (4)(5)

【出處】第三冊 B 平面向量；第四冊 B 矩陣

【解析】(1) \times 內積 $\vec{M} \cdot \vec{N} = m_1n_1 + m_2n_2$

$$(2) \times \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 & n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1n_1 & m_1n_2 \\ m_2n_1 & m_2n_2 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 8 & 8 \end{bmatrix}$$

$$(3) \times \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1n_1 & m_2n_1 \\ m_1n_2 & m_2n_2 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 8 & 8 \end{bmatrix}$$

$$(4) \circ \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1n_1 + m_2n_2 \\ m_1n_1 + m_2n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$(5) \circ \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 & n_2 \\ n_2 & n_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1n_1 + m_2n_2 & m_1n_2 + m_2n_1 \\ m_2n_1 + m_1n_2 & m_2n_2 + m_1n_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$$

故選(4)(5)

【難易度】☆☆☆

11. (3)(4)

【出處】第四冊 B 空間概念

【解析】(1)× 由該地球儀的球半徑為 R ，
可以導出北緯 60° 的緯線長
 $L = 2\pi(R \cdot \cos 60^\circ)$

$$= 2\pi\left(\frac{1}{2} \cdot R\right) = \pi R = 20\pi$$

$$\Rightarrow R = 20$$

(2)× 所求相當於北緯 60° 緯線長
為南緯 30° 緯線長的倍數

$$= \frac{2\pi(R \cdot \cos 60^\circ)}{2\pi(R \cdot \cos 30^\circ)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ 倍}$$

(3)○ 所求相當於北緯 60° 緯線長為北緯 45° 緯線長的倍數

$$= \frac{2\pi(R \cdot \cos 60^\circ)}{2\pi(R \cdot \cos 45^\circ)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ 倍}$$

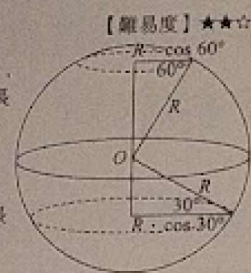
(4)○ 因為南緯 30° 緯線長 $= 2\pi(R \cdot \cos 30^\circ) = \sqrt{3}\pi R$

北緯 45° 緯線長 $= 2\pi(R \cdot \cos 45^\circ) = \sqrt{2}\pi R$

所以 A 點所在緯線長 ($\sqrt{3}\pi R$) 大於 B 點所在緯線長 ($\sqrt{2}\pi R$)

(5)× 承(4)， A 點所在緯線長為 $\sqrt{3}\pi R = 20\sqrt{3}\pi$

故選(3)(4)



【難易度】★★☆

12. (1)(3)

【出處】第二冊 數列與級數

【解析】假設公比為 r ，根據級數和公式，可以導出：

$$\frac{s_1(1-r^4)}{1-r} = 36 \dots \text{①}$$

$$\frac{s_1(1-r^2)}{1-r^2} = 48 \dots \text{②}$$

(1)○ 由①： $\frac{s_1(1-r^4)}{1-r} = 36 \Rightarrow s_1(1-r^4) = 36(1-r)$

(2)× 由②： $\frac{s_1(1-r^2)}{1-r^2} = 48$

(3)○ 由②： $1+r = \frac{3}{4} \Rightarrow r = -\frac{1}{4}$

(4)× 所以 $s_1(1 - (-\frac{1}{4})^4) = 36(1 - (-\frac{1}{4}))$

$$\Rightarrow s_1(1 - (\frac{1}{4})^4) = 45$$

(5)× 又 $1 - (\frac{1}{4})^4 = \frac{4^4 - 1}{4^4} = 1$ (非常接近 1)，故 $s_1 = 45$

故選(1)(3)

【難易度】★★☆

13. (1)(2)

【出處】第三冊 B 按比例成長模型

【解析】(1)○ 老蘇血液的酸鹼值 $\text{pH} = -\log(6 \times 10^{-4})$

$$= -\log 6 - \log[10^{-4}]$$

$$= -(\log 2 + \log 3) + 8$$

$$\approx 7.2219 > 7.2$$

(2)○ 老王血液的酸鹼值 $\text{pH} = -\log(4 \times 10^{-4})$

$$= -\log 4 - \log[10^{-4}]$$

$$= -2 \log 2 + 8 \approx 7.3980$$

剛好在 7.35~7.45 之間，為不患病的正常值

(3)× 老林血液的酸鹼值 $\text{pH} = -\log(14 \times 10^{-4})$

$$= -\log 14 - \log[10^{-4}]$$

$$= -(\log 2 + \log 7) + 8 \approx 6.8539$$

剛好在 7.00 以下，為「酮酸重度中毒」

(4)× 承(1)，老蘇血液的酸鹼值剛好在 7.00~7.25 之間，為「酮酸中度中毒」

(5)× 承(3)，只有老林一人為「酮酸重度中毒」

故選(1)(2)

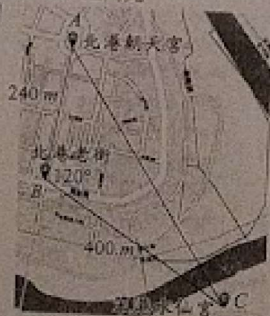
【難易度】★★★

三、選填題

14. 560

【出處】第二冊 三角比

【解析】



【難易度】★★☆

$$\triangle ABC \text{ 中，因為 } \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \cos \angle ABC$$

$$= 240^2 + 400^2 - 2 \times 240 \times 400 \times \cos 120^\circ$$

$$= 240^2 + 400^2 + 240 \times 400$$

$$= 3136 \times 10^1$$

$$\text{所以 } \overline{AC} = \sqrt{3136 \times 10} = 56 \times 10 = 560 \text{ (公尺)}$$

15. $\frac{-5\sqrt{10}}{2}$

【難易度】★★☆

【出處】第一冊 直線與圓

【解析】因為①： $x^2 - 4x + 4 + y^2 = 25 \Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = 5^2$

其圓心 $O(2, 0)$ ，半徑 $r=5$

②且 L 與直線 $L: x-3y=0$ 相切

$$\text{故 } d(O, L) = \frac{|2-0|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}} = \frac{|2|}{\sqrt{10}} = 5$$

$$\text{所以 } t = \pm \frac{5\sqrt{10}}{2} \text{ (取負)} \Rightarrow t = \frac{-5\sqrt{10}}{2}$$

16. 35

【難易度】★★☆

【出處】第二冊 排列組合與機率

【解析】因為「得」「得」「得」「得」「失」「失」「失」「得」

(第 21 分不動)

所以這前面 7 球 (4「得」3「失」) 的排列個數為： $\frac{7!}{4!3!} = 35$

17. (-4, -36)

【難易度】★★★

【出處】第一冊 多項式函數

【解析】①因為 $f(x) = 2x^2 + rx + x$ 的圖形過點 $A(2, 42)$

$$\text{所以 } f(2) = 16 + 4r + 2 = 42 \Rightarrow r = 6$$

②即 $f(x) = 2x^2 + 6x + x$

$$\text{且 } f(x) \text{ 圖形的對稱中心之 } x \text{ 坐標} = -\frac{6}{2 \times 2} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{故 } f(x) = 2(x+\frac{3}{2})^2 - 5(x+\frac{3}{2}) + 3$$

可推得 $f(x)$ 圖形的對稱中心 $(-\frac{3}{2}, 3)$

③假設 $A(2, 42)$ 關於 $(-\frac{3}{2}, 3)$ 之對稱點為 $B(e, f)$

$$\text{因此 } \frac{2+e}{2} = -\frac{3}{2} \Rightarrow e = -4, \frac{42+f}{2} = 3 \Rightarrow f = -36$$

\Rightarrow 即 $B(-4, -36)$

第貳部分·混合題或非選擇題

18-19 題為題組

18.(1)

【難易度】★★☆

【出處】第二冊 數據分析

【解析】假設將此每位婦女「腰圍」(cm) 由小到大排序分別是：

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq x_5 \leq x_6 \leq x_7$$

$$\text{又因為 } 7 \times \frac{60}{100} = 4.2 \text{ 不是整數，所以 } P_{90} = x_{4.2}$$

$$\text{所求 } P_{90} = x_{4.2} = x_4 = 83$$

故選(1)

19. (1) $(\frac{1}{2}, -13)$ (2) 33 (kg/m³)

【難易度】★★☆

【出處】第二冊 數據分析

【解析】因為兩變量的平均數 $\mu_x = 82, \mu_y = 28$

X	Y	$x - \mu_x$	$y - \mu_y$	$(x - \mu_x)^2$	$(y - \mu_y)^2$	$(x - \mu_x)(y - \mu_y)$
77	25	-5	-3	25	9	15
79	27	-3	-1	9	1	3
81	27	-1	-1	1	1	1
82	27	0	-1	0	1	0
83	30	1	2	1	4	2
85	31	3	3	9	9	9
87	29	5	1	25	1	5
總和				$S_{xx} = 70$	$S_{yy} = 26$	$S_{xy} = 35$

①因為 Y 對 X 的迴歸直線方程式的斜率為 $\frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{35}{70} = \frac{1}{2}$

$$\text{所以迴歸直線方程式為： } y - 28 = \frac{1}{2}(x - 82) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 13$$

$$\Rightarrow \text{數對 } (a, b) = (\frac{1}{2}, -13) \text{ (6分)}$$

②利用 $x_0 = 92$ cm (腰圍)，代入迴歸直線方程式：

$$y = \frac{1}{2} \times 92 - 13 = 33 \text{ (kg/m}^3\text{)} \text{ (4分)}$$