全國公私立高級中學

111 學年度學科能力測驗第四次聯合模擬考試

考試日期：111 年 12 月 6 ~ 7 日

數學 A 考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\dfrac{(18\text{-}1)}{(18\text{-}2)}$ ，而依題意計算出來的答案是$\dfrac{3}{8}$，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1 列的$\overset{3}{\square}$與第 18-2 列的$\overset{8}{\square}$劃記，如：

18-1	1	2	**3**	4	5	6	7	8	9	0	−	±
18-2	1	2	3	4	5	6	7	**8**	9	0	−	±

例：若答案格式是 $\dfrac{(19\text{-}1)(19\text{-}2)}{50}$ ，而答案是$\dfrac{-7}{50}$時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的$\overset{-}{\square}$與第 19-2 列的$\overset{7}{\square}$劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	**−**	±
19-2	1	2	3	4	5	6	**7**	8	9	0	−	±

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\dfrac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

數學A

111學模四

ES5C0314-0

第壹部分、選擇（填）題（占85分）

一、單選題（占25分）

說明：第1題至第5題，每題5分。

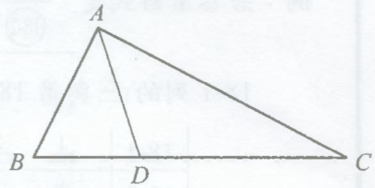
1. 若 x 為實數，且 $|x|+|x-5|<8$，則 x 的整數解有多少個？

(1) 6　(2) 7　(3) 8　(4) 9　(5) 10

2. 已知一直角三角形的兩股長分別為 $\dfrac{\log 8}{\log 9}$ 與 $\dfrac{\log 4}{\log 3}$，若此直角三角形的周長為 $\log_3 x$，則 x 之值為下列何者？

(1) 32　(2) 64　(3) 256　(4) 1024　(5) 4096

3. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A$ 的內角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D，且 $\overline{AB}=3$，$\overline{AC}=6$，$\overline{AD}=3$，則 $\cos(\angle BAC)$ 的值為何？



(1) $\dfrac{3}{5}$　(2) $\dfrac{3}{4}$　(3) $\dfrac{4}{5}$

(4) $\dfrac{1}{8}$　(5) $\dfrac{7}{8}$

4. 已知 A,B,C 三點不共線，P,Q 為直線 BC 上相異兩點，且 $\overrightarrow{AP}=a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AQ}=2b\overrightarrow{AB}+(7a-3b)\overrightarrow{AC}$，其中 a,b 為相異實數。若 $\triangle ABC$ 面積為48，則 $\triangle APQ$ 面積為多少？

(1) 24　(2) 36　(3) 48　(4) 60　(5) 72

5. 大華、中明、小強三人要輪流在週一到週六的晚上留在公司值班，一天一人，每人排兩天，若恰有一人要連排2個晚上，且其他兩人皆不可連排，則總共有多少種排法？

(1) 10

(2) 12

(3) 24

(4) 30

(5) 36

二、多選題（占30分）

說明：第6題至第11題，每題5分。

6. 下列哪些選項中的兩個圖形經過左右或上下平移後可完全重合？

(1) $y=2x^2+1$ 的圖形與 $y=2x^2+3x-1$ 的圖形

(2) $y=2x^3+1$ 的圖形與 $y=2x^3-12x^2+1$ 的圖形

(3) $y=\cos 2x$ 的圖形與 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x$ 的圖形

(4) $y=10^x$ 的圖形與 $y=3(10^x-2)$ 的圖形

(5) $y=\log_2 x$ 的圖形與 $y=\log_2(3x-12)$ 的圖形

7. $A=\begin{bmatrix} \sin 50^\circ & \cos 50^\circ \\ -\cos 50^\circ & \sin 50^\circ \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} \cos 80^\circ & \sin 80^\circ \\ \sin 80^\circ & -\cos 80^\circ \end{bmatrix}$ 為兩個二階方陣，試選出正確的選項。

(1) $A^{11}=A^2$

(2) $B^{13}=B^5$

(3) $AB=\begin{bmatrix} \cos 40^\circ & -\sin 40^\circ \\ \sin 40^\circ & \cos 40^\circ \end{bmatrix}$

(4) $(AB)^2=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(5) $B\begin{bmatrix} 1 \\ \tan 40^\circ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ \tan 40^\circ \end{bmatrix}$

8. 已知 $f(x)=ax^3+9x^2+bx-4$ 圖形的對稱中心為 $(-3,20)$，試選出正確的選項。

(1) $(a,b)=(1,10)$

(2) $f(-10000)>0$

(3) $y=f(x)$ 的圖形在點 $(-2,f(-2))$ 附近，會近似於一直線 $y=-14x-24$

(4) $f(-1.99)\approx 3.86$（四捨五入至小數點以下第二位）

(5) 若 $g(x)=f(x)-20$，則 $g(x)=0$ 只有一個實根

9. U國在其南部邊境小島上部署 A 型，B 型，C 型三種反艦飛彈，其命中率分別為 0.5，0.6，0.7，且飛彈不會互相干擾。R國來犯的每一艘驅逐艦，如果被 2 枚或 2 枚以上的飛彈擊中必會沉沒。請問下列敘述何者正確？

(1) 針對R國某艘驅逐艦同時發射三型飛彈各 1 枚，則 3 枚飛彈都擊中的機率為 0.21

(2) 針對R國某艘驅逐艦同時發射三型飛彈各 1 枚，則此驅逐艦被擊中（不一定要沉沒）的機率為 0.94

(3) 針對R國某艘驅逐艦同時發射三型飛彈各 1 枚，則此驅逐艦被擊沉的機率為 0.44

(4) 針對R國某艘驅逐艦同時發射三型飛彈各 1 枚，已知此驅逐艦被擊沉的條件下，則它被 A 型與 C 型飛彈擊中的機率為 $\frac{7}{13}$

(5) 針對R國某艘驅逐艦以 A 型飛彈連續攻擊 n 發，可以使擊沉此驅逐艦的機率提高到 90% 以上，則 n 的最小值為 7

10. 已知函數 $f(x)=2\sin 2x-2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$，且 x 為任意實數，下列敘述何者正確？

(1) $f(-x)=-f(x)$

(2) 若 $0\le x\le\frac{\pi}{2}$，則 $-\sqrt{3}\le f(x)\le 2$

(3) $f(\frac{\pi}{9})>f(\frac{\pi}{8})$

(4) 直線 $x=\frac{-5\pi}{12}$ 是 $y=f(x)$ 圖形的對稱軸

(5) $y=f(x)$ 的圖形可由 $y=2\sin 2x$ 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 而得

11. 學測 15 級分制的計算方式為：前 1% 學生平均原始得分除以 15，作為各該科之級距。考生原始得分 0 分得 0 級分，高於 0 分但低於或等於 1 個級距是 1 級分，高於 1 個級距但低於或等於 2 個級距是 2 級分，以此類推到 14 級分；原始得分高於 14 個級距，則為滿級分 15 級分。

學測 60 級分制的計算方式為：前 1% 學生平均原始得分除以 60，作為各該科之級距。考生原始得分 0 分得 0 級分，高於 0 分但低於或等於 1 個級距是 1 級分，高於 1 個級距但低於或等於 2 個級距是 2 級分，以此類推到 59 級分；原始得分高於 59 個級距，則為滿級分 60 級分。

舉例來說明 15 級分制，假設該科分數最高之前 1% 學生平均原始得分為 96 分，則級距為 96/15＝6.40。考生如果考 0 分，為 0 級分；考生高於 0 分，但低於或等於 6.4 分（1 個級距），則為 1 級分；考生高於 6.4 分，但低於或等於 12.8 分（2 個級距），則為 2 級分，依此類推到 14 級分。原始得分高於 14 個級距（14×6.4＝89.6），則為滿級分 15 級分。

阿明與阿嬌班上有 35 位學生參加學測，下列針對學測英文成績的敘述，請判斷何者正確。

(1) 假設全國最高前 1% 平均原始得分為 90 分，阿明考 68 分，則以 60 級分制計算可得 46 級分
(2) 假設全國最高前 1% 平均原始得分為 90 分，且原始得分阿明比阿嬌多 11 分，則以 60 級分制計算阿明與阿嬌可能同級分
(3) 假設以 60 級分制計算，阿明全班級分之中位數為 40 級分，則以 15 級分制計算，全班級分之中位數為 10 級分
(4) 假設以 15 級分制計算，阿明全班級分之平均數為 8.5 級分，則以 60 級分制計算，全班級分之平均數為 34.5 級分
(5) 假設以 15 級分制計算，阿明全班級分之標準差為 S_1 級分，以 60 級分制計算，全班級分之標準差為 S_2 級分，則 $S_2 \geq 4S_1$

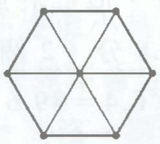
三、選填題（占 30 分）

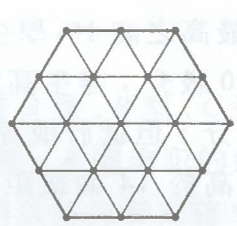
說明：第 12 題至 17 題，每題 5 分。

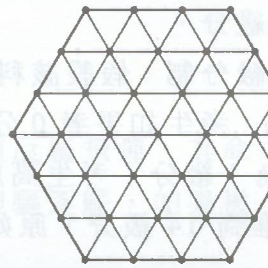
12. 設兩變量 x 與 y 的 n 筆數據為 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_n, y_n)$，且 x 與 y 的平均數分別為 $\mu_x=51$ 與 μ_y，標準差分別為 $\sigma_x=18$，$\sigma_y=10$。已知變量 $x=27$ 時，可由 y 對 x 的迴歸線預測 y 值為 49。若將 n 筆數據 (x_i, y_i) 標準化為新數據 (x_i', y_i')，$i=1,2,3,\cdots,n$，可得 y' 對 x' 的迴歸線為 $y'=-0.9x'$，求 $\mu_y=$ ＿(12-1)(12-2)＿。

13. 坐標平面上，已知直線 $L: y=2x-1$ 與圓 C 相切於點 $A(2,3)$，且 $B(-2,5)$ 在圓 C 上，則圓心坐標為 (13-1 , 13-2) 。

14. 用單位長的不鏽鋼條焊接如下圖的正六邊形，圖中的小黑點「•」為焊接點，

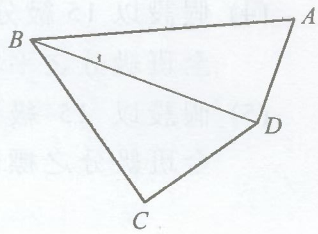

圖(1)


圖(2)

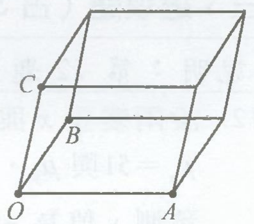

圖(3)

在圖(1)中，用了 12 根不鏽鋼條，7 個焊接點；
在圖(2)中，用了 42 根不鏽鋼條，19 個焊接點；
在圖(3)中，用了 90 根不鏽鋼條，37 個焊接點；
試問依此規則，圖(5)共需 14-1 14-2 14-3 根不鏽鋼條。

15. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\angle BCD=\angle BDA=90°$，$\overline{DA}=7$，$\overline{DB}=25$，$\overline{DC}=15$，則 $\overline{AC}=\sqrt{\text{15-1 15-2 15-3}}$ 。



16. 如右圖，空間坐標中一平行六面體，某一底面的其中三個頂點為 $O(0,0,0)$, $A(a_1,a_2,a_3)$, $B(b_1,b_2,b_3)$，另一面之一頂點為 $C(2,2,1)$，已知 $2\times\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}+2\times\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}+1\times\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}=72$，則 $\triangle OAB$ 面積的最小值為 16-1 16-2 。



17. 若 m 為實數，且滿足聯立不等式 $\begin{cases} 2x+3y\le 12 \\ mx-y\le m \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$ 的所有點所形成區域面積為 $\dfrac{23}{4}$ 平方單位。

則 $m=$ ＿17-1＿。

第貳部分、混合題或非選擇題(占 15 分)

說明：本部分共有1題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用2B鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

已知空間中有兩個平面 $E_1：2x-y+cz=1$，$E_2：x+y+dz=2$ 與一直線

$L_1：\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-2}{-2}$，試回答下列問題：

18. 若平面 $E_1：2x-y+cz=1$ 與直線 $L_1：\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-2}{-2}$ 不相交，則 c 之值可能為何？（單選題，3分）

(1) -2　(2) -1　(3) 0　(4) 1　(5) 2

19. 若平面 E_1 與平面 E_2 互相垂直，$A(0,1,2)$ 與 $B(-2,-7,2)$ 兩點與平面 E_2 等距離且此兩點在平面 E_2 的異側，試求 $(c,d)=$？（非選擇題，6分）

20. 已知直線 L 為平面 E_1 與平面 E_2 的交線，若 $P(2,1,3)$，$Q(3,-1,1)$ 兩點與直線 L 皆落在平面 E 上，則平面 E 與直線 L_1 的交點為何？（非選擇題，6分）

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a，公差為 d 的等差數列前 n 項的和為 $S=\dfrac{n[2a+(n-1)d]}{2}$。

   首項為 $a(a\neq 0)$，公比為 $r(r\neq 1)$ 的等比數列前 n 項的和為 $S=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$。

2. $\triangle ABC$ 的正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$（$R$ 爲 $\triangle ABC$ 外接圓半徑）。

   $\triangle ABC$ 的餘弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$。

3. 一維數據 $X:x_1,x_2,\ldots,x_n$，

   算術平均數 $\mu_X=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$。

   標準差 $\sigma_X=\sqrt{\dfrac{1}{n}\left[(x_1-\mu_X)^2+(x_2-\mu_X)^2+\cdots+(x_n-\mu_X)^2\right]}=\sqrt{\dfrac{1}{n}\left[(x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_n{}^2)-n\mu_X{}^2\right]}$。

4. 二維數據 (X,Y)：$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\ldots,(x_n,y_n)$，

   相關係數 $r_{X,Y}=\dfrac{(x_1-\mu_X)(y_1-\mu_Y)+(x_2-\mu_X)(y_2-\mu_Y)+\cdots+(x_n-\mu_X)(y_n-\mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$。

   迴歸直線（最適合直線）方程式 $y-\mu_Y=r_{X,Y}\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x-\mu_X)$。

5. 參考數值：$\sqrt{2}\approx 1.414$，$\sqrt{3}\approx 1.732$，$\sqrt{5}\approx 2.236$，$\sqrt{6}\approx 2.449$，$\pi\approx 3.142$。

6. 對數值：$\log_{10}2\approx 0.3010$，$\log_{10}3\approx 0.4771$，$\log_{10}5\approx 0.6990$，$\log_{10}7\approx 0.8451$。

   $10^{0.3010}\approx 2$，$10^{0.4771}\approx 3$，$10^{0.6990}\approx 5$，$10^{0.8451}\approx 7$。

全國公私立高級中學111學年度學科能力測驗第四次聯合模擬考試

數學A考科解析

考試日期：111年12月6~7日

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12-1	12-2	13-1	13-2
3	2	4	4	5	1345	1245	134	1245	234	123	3	7	0	4
14-1	**14-2**	**14-3**	**15-1**	**15-2**	**15-3**	**16-1**	**16-2**	**17-1**	**18**	**19**	**20**			
2	4	0	4	4	2	1	2	2	4					

第壹部分、選擇（填）題

一、單選題

1. (Ⅰ) 若 $x>5\Rightarrow y=|x|+|x-5|=2x-5<8\Rightarrow x<\frac{13}{2}\Rightarrow x=6$。

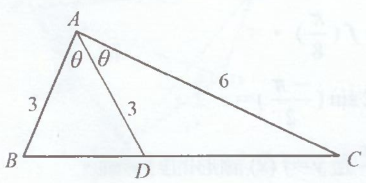
(Ⅱ) 若 $0\le x\le 5\Rightarrow y=|x|+|x-5|=x+5-x=5<8$ $\Rightarrow x=0,1,2,3,4,5$。

(Ⅲ) 若 $x<0\Rightarrow y=|x|+|x-5|=-2x+5<8\Rightarrow x>-\frac{3}{2}$ $\Rightarrow x=-1$。

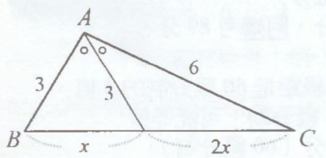
合計8個整數解，
故選(3)。

2. 令斜邊長為 T，
$T^2=(\frac{\log 8}{\log 9})^2+(\frac{\log 4}{\log 3})^2=(\log_9 8)^2+(\log_3 4)^2$
$=(\log_9 8)^2+(\log_9 16)^2=25(\log_9 2)^2$
故 $T=5\log_9 2$，則周長為
$3\log_9 2+4\log_9 2+5\log_9 2=12\log_9 2=6\log_3 2=\log_3 64$，
故選(2)。

3. <法一>
$\triangle ABC$ 面積 $=\triangle ABD$ 面積 $+\triangle ACD$ 面積，
$\Rightarrow \frac{1}{2}\times 3\times 6\times\sin 2\theta=\frac{1}{2}\times 3\times 3\times\sin\theta+\frac{1}{2}\times 3\times 6\times\sin\theta$
$\Rightarrow 2\sin 2\theta=3\sin\theta\Rightarrow \cos\theta=\frac{3}{4}$
$\Rightarrow \cos 2\theta=2\cos^2\theta-1=\frac{1}{8}$，



故選(4)。
<法二>
如圖，$\cos B=\frac{3^2+x^2-3^2}{2\cdot 3\cdot x}=\frac{3^2+(3x)^2-6^2}{2\cdot 3\cdot 3x}\Rightarrow x=\frac{3}{2}\sqrt{2}$，
所以 $\cos(\angle BAC)=\frac{3^2+6^2-(\frac{9}{2}\sqrt{2})^2}{2\cdot 3\cdot 6}=\frac{1}{8}$。



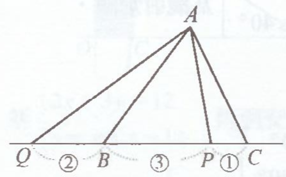
故選(4)。

4. <法一>
因為 B,C,P,Q 四點共線，
得 $\begin{cases}a+b=1\\2b+(7a-3b)=1\end{cases}\Rightarrow a=\frac{1}{4}$，$b=\frac{3}{4}$，
設 $\overrightarrow{AB}=(x_1,y_1)$，$\overrightarrow{AC}=(x_2,y_2)$，
則 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}x_1 & y_1\\x_2 & y_2\end{vmatrix}\right|=48$，
又 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AQ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+(-\frac{1}{2})\overrightarrow{AC}$，

$$\triangle APQ=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\frac{1}{4}x_1+\frac{3}{4}x_2 & \frac{1}{4}y_1+\frac{3}{4}y_2\\ \frac{3}{2}x_1+(-\frac{1}{2})x_2 & \frac{3}{2}y_1+(-\frac{1}{2})y_2\end{vmatrix}\right|$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{5}{4}\left|\begin{vmatrix}x_1 & y_1\\x_2 & y_2\end{vmatrix}\right|=48\times\frac{5}{4}=60。$$

故選(4)。
<法二>
因為 B,C,P,Q 四點共線，
得 $\begin{cases}a+b=1\\2b+(7a-3b)=1\end{cases}\Rightarrow a=\frac{1}{4}$，$b=\frac{3}{4}$，
$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AQ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
$\Rightarrow 2\overrightarrow{AQ}=3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\Rightarrow \overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AQ}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，
如圖，可得 $\overline{QB}:\overline{BP}:\overline{PC}=2:3:1$，



故 $\triangle PAQ=\frac{5}{4}\triangle ABC=60$，
故選(4)。

5. 三人中選一人（大華）連排

一	二	三	四	五	六	
大	大	中	小	中	小	（中，小互換）⇒2種
	大	大				2種
		大	大			4種
			大	大		2種
				大	大	2種

$\Rightarrow C^3_1\times 12=36$，
故選(5)。

二、多選題

6. (1) ○：$y=2x^2+3x-1=2(x+\frac{3}{4})^2-\frac{17}{8}$ 圖形可由 $y=2x^2+1$ 圖形往左平移 $\frac{3}{4}$，往下平移 $\frac{25}{8}$ 得之。

(2) ×：$y=2x^3-12x^2+1=2(x-2)^3-24(x-2)-31$
圖形在對稱中心的一次近似直線斜率與 $y=2x^3+1$ 在對稱中心的一次近似直線斜率不同，
故無法由平移得之。

(3) ○：$y=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x=\cos(2x-\frac{\pi}{3})=\cos 2(x-\frac{\pi}{6})$
圖形可由 $y=\cos 2x$ 圖形往右平移 $\frac{\pi}{6}$ 得之。

(4) ○：$y=3(10^x-2)=10^{x+\log 3}-6$ 圖形可由 $y=10^x$ 圖形往左平移 log 3，往下平移 6 得之。

(5) ○：$y=\log_2(3x-12)=\log_2 3(x-4)=\log_2(x-4)+\log_2 3$ 圖形可由 $y=\log_2 x$ 圖形往右平移 4，往上平移 $\log_2 3$ 得之。

故選(1)(3)(4)(5)。

7. (1) ○：$A=\begin{bmatrix}\sin 50° & \cos 50° \\ -\cos 50° & \sin 50°\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}\cos(-40°) & -\sin(-40°) \\ \sin(-40°) & \cos(-40°)\end{bmatrix}$ 為旋轉矩陣，

故 $A^{11}-A^2=\begin{bmatrix}\cos(-440°) & -\sin(-440°) \\ \sin(-440°) & \cos(-440°)\end{bmatrix}$

$-\begin{bmatrix}\cos(-80°) & -\sin(-80°) \\ \sin(-80°) & \cos(-80°)\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}0 & 0 \\ 0 & 0\end{bmatrix}$，$A^{11}=A^2$。

(2) ○：$B=\begin{bmatrix}\cos 80° & \sin 80° \\ \sin 80° & -\cos 80°\end{bmatrix}$ 為鏡射矩陣，

故 $B^2=\begin{bmatrix}1 & 0 \\ 0 & 1\end{bmatrix}$，

即 $B^{13}-B^5=B-B=\begin{bmatrix}0 & 0 \\ 0 & 0\end{bmatrix}$，$B^{13}=B^5$。

(3) ×：$AB=\begin{bmatrix}\cos(-40°+80°) & \sin(-40°+80°) \\ \sin(-40°+80°) & -\cos(-40°+80°)\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}\cos 40° & \sin 40° \\ \sin 40° & -\cos 40°\end{bmatrix}$。

(4) ○：$AB=\begin{bmatrix}\cos 40° & \sin 40° \\ \sin 40° & -\cos 40°\end{bmatrix}$ 為鏡射矩陣，

$(AB)^2=\begin{bmatrix}1 & 0 \\ 0 & 1\end{bmatrix}$。

(5) ○：$B=\begin{bmatrix}\cos 80° & \sin 80° \\ \sin 80° & -\cos 80°\end{bmatrix}$

為以 L：$y=\tan 40°\times x$ 為對稱軸的鏡射矩陣，
又 $(1, \tan 40°)$ 為 L：$y=\tan 40°\times x$ 上的點，
故 $(1, \tan 40°)$ 變換後還是 $(1, \tan 40°)$。

故選(1)(2)(4)(5)。

8. (1) ○：對稱中心 x 坐標 $-\frac{9}{3a}=-3\Rightarrow a=1$，
$f(x)=x^3+9x^2+bx-4$，
又 $f(-3)=-27+81-3b-4\Rightarrow b=10$，
所以 $(a, b)=(1, 10)$。

(2) ×：$f(x)=x^3+9x^2+10x-4$，
$f(-10000)<0$。

(3) ○：因為 $f(x)=(x+2)^3+3(x+2)^2-14(x+2)+4$，
所以 $(-2, f(-2))$ 附近，
圖形近似直線 $y=-14x-24$。

(4) ○：$f(-1.99)=(0.01)^3+3(0.01)^2-14(0.01)+4$
$\approx -0.14+4=3.86$。
（四捨五入至小數點以下第二位）

(5) ×：$g(x)=f(x)-20=[(x+3)^3-17(x+3)+20]-20$
$=(x+3)^3-17(x+3)$
$=(x+3)[(x+3)^2-17]=0$，
所以有三個相異實根 $-3, -3\pm\sqrt{17}$。

故選(1)(3)(4)。

9. (1) ○：$0.5\times0.6\times0.7=0.21$。

(2) ○：$1-$(3 枚都沒擊中)$=1-0.5\times0.4\times0.3=0.94$。

(3) ×：

A	B	C	機率
中	中	中	$0.5\times0.6\times0.7=0.21$
中	中	不中	$0.5\times0.6\times0.3=0.09$
中	不中	中	$0.5\times0.4\times0.7=0.14$
不中	中	中	$0.5\times0.6\times0.7=0.21$

⇒ 逐艦被擊沉的機率為 0.65。

(4) ○：$\frac{0.21+0.14}{0.65}=\frac{7}{13}$。

(5) ○：$1-$(n 枚都沒擊中)$-$(n 枚只中 1 枚)>0.9
$\Rightarrow 1-(0.5)^n-C^n_1\times(0.5)^1\times(0.5)^{n-1}>0.9$
$\Rightarrow 1-(\frac{1}{2})^n\times(n+1)>0.9\Rightarrow(\frac{1}{2})^n\times(n+1)<0.1$
⇒ 將 n 從 1, 2, … 一一帶入，可得 n 的最小值為 7。

故選(1)(2)(4)(5)。

10. $f(x)=2\sin 2x-2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

$=2\sin 2x-2(\sin 2x\cdot\cos\frac{\pi}{3}-\cos 2x\cdot\sin\frac{\pi}{3})$

$=2\sin 2x-2(\sin 2x\cdot\frac{1}{2}-\cos 2x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2})=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$

$=2(\sin 2x\cdot\frac{1}{2}+\cos 2x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2})=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$

(1) ×：$f(-x)=2\sin(-2x+\frac{\pi}{3})\neq -f(x)$。

(2) ○：因為 $0\le x\le\frac{\pi}{2}$，所以 $\frac{\pi}{3}\le 2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{4\pi}{3}$
$\Rightarrow\frac{-\sqrt{3}}{2}\le\sin(2x+\frac{\pi}{3})\le 1\Rightarrow-\sqrt{3}\le f(x)\le 2$。

(3) ○：$f(\frac{\pi}{9})=2\sin\frac{5\pi}{9}=2\sin\frac{20\pi}{36}$，
$f(\frac{\pi}{8})=2\sin\frac{7\pi}{12}=2\sin\frac{21\pi}{36}$，
所以 $f(\frac{\pi}{9})>f(\frac{\pi}{8})$。

(4) ○：$f(\frac{-5\pi}{12})=2\sin(\frac{-\pi}{2})=-2$，
直線 $x=\frac{-5\pi}{12}$ 是 $y=f(x)$ 圖形的對稱軸。

(5) ×：$f(x)=2\sin 2(x+\frac{\pi}{6})$，
所以 $y=2\sin 2x$ 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 可得 $y=f(x)$ 的圖形。

故選(2)(3)(4)。

11. (1) ○：級距$=90/60=1.5$，$68/1.5=45\ldots0.5$，
故得 $45+1=46$ 級分。

(2) ○：如果阿明考 100 分，阿嬌考 89 分，
兩人都是 60 級分。

(3) ○：因為 15 級分制的級距是 60 級分制的 4 倍，
所以 10 級分（15 級分制）可能等於
37, 38, 39, 40 級分（60 級分制），
故中位數 40 級分（60 級分制）回推可得
10 級分（15 級分制）。

(4) ×：除了 0 級分之外，每個 15 級分制的級分都可能換算到 60 級分制的 4 個級分，沒有原始分數並不能確定會換算成那一個級分，所以無法確定全班級分平均數是 34.5 級分。

(5) ×：假設阿明班上 15 級分制只有 1, 2, 3 級分三種分數，且換成 60 級分制為 4, 5, 9 級分，如此可算出 $S_2<4S_1$。

故選(1)(2)(3)。

三、選填題

12. ＜法一＞

由 $y'=-0.9x'$ 可知相關係數 $r=r'=m'=-0.9$，
又 y 對 x 的迴歸線通過 $(51,\mu_y)$ 和 $(27,49)$，

由斜率 $m=\dfrac{49-\mu_y}{27-51}=-0.9\cdot\dfrac{10}{18}$，解得 $\mu_y=37$。

＜法二＞

因為標準化，將 $x'=\dfrac{x-51}{18}$，$y'=\dfrac{y-\mu_y}{10}$ 代入 $y'=-0.9x'$

$\Rightarrow \dfrac{y-\mu_y}{10}=-\dfrac{9}{10}(\dfrac{x-51}{18})$，

$\Rightarrow$ 得 y 對 x 的迴歸線為 $y-\mu_y=-\dfrac{1}{2}(x-51)$，

將 $(27,49)$ 代入迴歸線可求出 $\mu_y=37$。

13. 設圓心 M，則直線 AM：$y-3=-\dfrac{1}{2}(x-2)\Rightarrow x+2y-8=0$。

設 $M(8-2t,t)$，因為 $\overline{AM}^2=\overline{BM}^2=r^2$，
所以 $(8-2t-2)^2+(t-3)^2=(8-2t+2)^2+(t-5)^2$
$\Rightarrow 5t^2-30t+45=5t^2-50t+125\Rightarrow t=4\Rightarrow M(0,4)$。

14. 設圖 n 共需 a_n 根不鏽鋼條，則

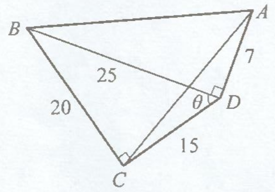
$$\begin{aligned}
a_1&=\ 2\times6\\
a_2&=a_1+\ 5\times6\\
a_3&=a_2+\ 8\times6\\
a_4&=a_3+11\times6\\
+)\ a_5&=a_4+14\times6
\end{aligned}$$

所以 $a_5=2\times6+5\times6+8\times6+11\times6+14\times6=240$。

15. 由圖知 $\sin\theta=\dfrac{4}{5}$，

則 $\cos(\angle ADC)=\cos(90^\circ+\theta)=-\sin\theta=\dfrac{-4}{5}$，

由餘弦定理知，
$\overline{AC}^2=15^2+7^2-2\times15\times7\times\cos(\angle ADC)=442$，
所以 $\overline{AC}=\sqrt{442}$。



16. 已知 $2\times\begin{vmatrix}a_2&a_3\\b_2&b_3\end{vmatrix}+2\times\begin{vmatrix}a_3&a_1\\b_3&b_1\end{vmatrix}+1\times\begin{vmatrix}a_1&a_2\\b_1&b_2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\2&2&1\end{vmatrix}=72$，

代表由 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}$ 形成的平行六面體體積為 72，

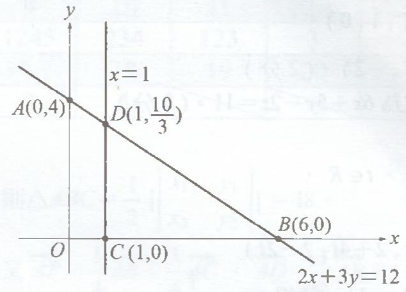
即 $|(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OC}|=72$，故當 $|\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}|$ 為底面積時，

對應到的最大高為 $|\overrightarrow{OC}|=3$，

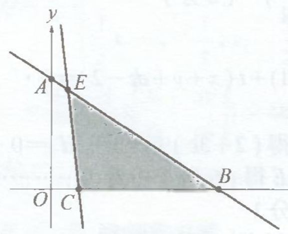
則 $|\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}|$ 有底面積最小值 24，

故 $\triangle OAB$ 面積的最小值為 $\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}|=12$。

17. 如圖，$mx-y=m\Rightarrow y=mx-m=m(x-1)$，直線必過 $(1,0)$。
若 m 不存在（即 $x=1$ 時），
下圖 $\triangle BCD$ 面積為 $\dfrac{25}{3}$，梯形 $OCDA$ 面積為 $\dfrac{11}{3}$。

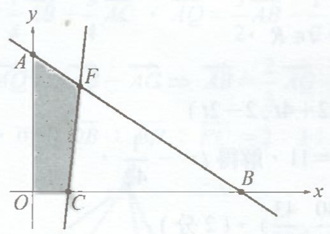


(Ⅰ) 若 $m<0$，塗色區域面積 $>\dfrac{25}{3}>\dfrac{23}{4}$，不合題意。



(Ⅱ) $m=0$，不符題意。

(Ⅲ) 若 $m>0$，塗色區域面積 $>\dfrac{11}{3}$，符合題意。



解 $\begin{cases}2x+3y=12\\y=m(x-1)\end{cases}$，得到交點 F 的 y 坐標為 $\dfrac{10m}{3m+2}$，

$\triangle BCF$ 面積 $=\dfrac{1}{2}\times6\times4-\dfrac{23}{4}=\dfrac{25}{4}=\dfrac{1}{2}\times5\times\dfrac{10m}{3m+2}$

$\Rightarrow m=2$。

第貳部分、混合題或非選擇題

18. 平面 E_1：$2x-y+cz=1$ 與直線 L_1：$\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-2}{-2}$

不相交，即 E_1 的法向量 $\overrightarrow{n_1}$ 與直線 L_1 的方向向量 $\overrightarrow{l_1}$ 垂直，
故 $(2,-1,c)\cdot(3,4,-2)=0$，則 $c=1$。
故選(4)。

19. 因為平面 E_1 與平面 E_2 互相垂直，
故 $(2,-1,c)\cdot(1,1,d)=0\Rightarrow cd=-1$，(3分)
又 $A(0,1,2)$ 與 $B(-2,-7,2)$ 兩點與平面 E_2 等距離
且此兩點在平面 E_2 的異側，
即 $\overline{AB}$ 中點 $M(-1,-3,2)$ 落在平面 E_2 上，
$M(-1,-3,2)$ 代入 E_2：$x+y+dz=2$ 得 $d=3$ 且 $c=\dfrac{-1}{3}$，

故 $(c,d)=(\dfrac{-1}{3},3)$。(3分)

20. <法一>

直線 L：$\begin{cases}2x-y+cz=1\\x+y+dz=2\end{cases}$ 在平面 E 上，

故直線 L 的任一點皆在平面 E 上，

又直線 L 必過 $R(1,1,0)$，

則 $\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{PR}=(6,5,-2)$，(2 分)

故平面 E 的方程式為 $6x+5y-2z=11$。(2 分)

又 L_1：$\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\\z=2-2t\end{cases}$，$t\in R$，

L_1 上一點 $C(1+3t,2+4t,2-2t)$

代入 E：$6x+5y-2z=11$，解得 $t=-\dfrac{1}{42}$，

故交點坐標為 $(\dfrac{13}{14},\dfrac{40}{21},\dfrac{43}{21})$。(2 分)

<法二>

令平面 E：$(2x-y+cz-1)+t(x+y+dz-2)=0$，

因為 $P,Q\in E$，

所以 $P(2,1,3)$ 代入 E 得 $(2+3c)+t(1+3d)=0$……①，

$Q(3,-1,1)$ 代入 E 得 $(6+c)+td=0$……………②，

①$-3\times$② $\Rightarrow t=16$，(2 分)

所以 E：$18x+15y+(c+16d)z-33=0$，

又由②可知 $6+c+16d=0\Rightarrow c+16d=-6$，

故 E：$6x+5y-2z=11$。(2 分)

又 L_1：$\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\\z=2-2t\end{cases}$，$t\in R$，

L_1 上一點 $C(1+3t,2+4t,2-2t)$

代入 E：$6x+5y-2z=11$，解得 $t=-\dfrac{1}{42}$，

故交點坐標為 $(\dfrac{13}{14},\dfrac{40}{21},\dfrac{43}{21})$。(2 分)