

提升教學功力 · 散播學習樂趣

大考教學誌

TEACH

提趣

數學B

111年學測 趨勢分析 ↗ 與模擬試題



南一書局

本期刊物同載於南e網
歡迎教師下載



111年學測

趨勢分析

數學 B

文/ 梁勇能老師

1 前言

108 課綱首次的新式學測即將於明年首次登場，並將區分數學 A 和數學 B。其測驗的內容如下表所示。

測驗	測驗內容
數學 A	10 年級必修數學、11 年級必修數學 A 類
數學 B	10 年級必修數學、11 年級必修數學 B 類

除內容有所更動之外，在題型方面也有所增加。以往學科能力測驗數學考科的題型包含選擇題型（單選題、多選題）、選填題型，在新式學測中增加了混合題型，約占分 15%~20%。其中混合題型是指同時包含選擇題（或選填題）與非選擇題的題型，以題組方式評量，例如將多個步驟的問題分成數小題，各小題可能以不同題型評量，例如多選題（單選題、選填題）搭配非選擇題型，將試題內需要的資料或作答線索，在題組中以小題方式呈現，引導學生作答。因此除測驗學科知識、解題能力外，並同時評量閱讀表達及推理的能力。

此外，素養題型分量的增加也是新式學測強調的重點之一，尤其是數學 B 的教材就更著重於與生活情境的連結，學習者也以商學傾向的學生居多。因此可以預測數學 B 的素養試題將需要答題者從題目的情境陳述中，擷取作答所需訊息（如文字、符號、數據、圖表資料等），進行分析推論、圖表資訊判讀，來獲得作答線索。以往學測或是指考乙也經常出現情境圖或是圖表題，所以素養題型並非是創舉，只是比例上增加了。所以學生可以透過廣泛閱讀，多練習相關題目，同時加強手寫題，將解題過程書寫完整，以應混合題的試煉。

2 學測、試辦試題分析

(一) 各單元在 109 年、110 年試題分布所占的分數

冊別	單元	109 年 學測	109 年 參考試卷	110 年 學測	110 年 試辦考試
第一冊	實數與指對數	10	0	0	5
	直線與圓	10	5	0	5
	多項式函數	5	10	10	10
第二冊	數列與級數	0	0	10	5
	數據分析	5	5	5	5
	排列組合與機率	15	15	15	10
	三角比	15	5	10	10
第三冊	週期性數學模型	0	5	0	0
	按比例成長模型	5	5	15	15
	平面上的比例	10	10	15	5
第四冊	空間概念	15	15	10	15
	矩陣與資料表格	5	5	5	10
	條件機率與貝氏定理	0	15	0	10

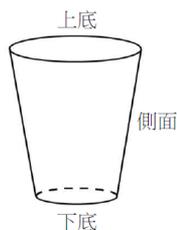
新式學測比起往年多了混合題與非選擇題的考題，代表可能出現計算題、證明題與作圖等題型，對於準備學測的同學來說較容易忽略此部分。

(二) 準備 108 課綱數學 B 新增的內容

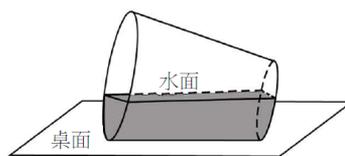
108 課綱新增加的章節值得特別注意，如第三冊三角函數中正弦函數的圖形、第四冊空間概念中經緯線的坐標轉換以及圓錐截痕等概念。今舉 110 年試辦考試的試題如下：

〈110 年 試辦考試 單選 7〉

假設某飲料杯封口後為圓錐台的形狀（即上底與下底皆為圓形且下底半徑略小於上底半徑，且過兩圓心的直線同時垂直上底圓與下底圓），如圖一。今將該飲料杯裝半滿的水，在封口後側置於平坦的水平桌面上，如圖二所示。當飲料杯靜止不動時，此時水面與飲料杯側面的截痕為何？（注意：不考慮與兩底面的截痕，只考慮飲料杯側面的截痕。）



圖一



圖二

- (1) 某橢圓的一部分 (2) 某拋物線的一部分 (3) 某雙曲線的一部分
 (4) 某兩條平行直線的一部分 (5) 某兩條相交直線的一部分

【答案】(2)

(三) 混合題與非選擇題的作答

新式學測在題型上新增了混合題型，混合題型是將多個步驟的問題分成數小題，各小題可能以不同題型評量，例如以選擇題或遠填題搭配非選擇題，將試題內需要的資料或作答線索，在題組中的小題呈現，引導作答。學生在非選擇題的部分需要將解題過程清楚且有邏輯的寫出，萬一沒有算出正確答案還可以獲得部分分數，對於有看過指考試題的學生來說不算陌生。今舉 109 年參考試卷的試題如下：

〈109 年 參考試卷 混合題 18-19〉

第 18 至 19 題為題組

某國際服飾品牌計畫在 A、B、C、D、E、F 六個城市設立門市。成立之初，準備在六個城市共設立 15 間分店，每個城市至少有兩家分店；為使各家分店之間能夠迅速調貨，要求在不同城市中，任意兩家分店之間必須設置一條快遞路線；同城市的分店之間則不須設置快遞路線。假設初期規劃 15 間分店的分布如下表：

城市	A	B	C	D	E	F
分店數	3	3	2	2	2	3

18. 試問 A 城市中每家分店需要幾條快遞路線？(單選題，3 分)

- (1) 6 (2) 9 (3) 12 (4) 24 (5) 36

19. 因業績良好，總公司打算展店，並計畫在六個城市共設立 21 間分店，每個城市至少有三家分店；試問最少需要幾條快遞路線？(非選擇題，12 分)

【答案】18. (3)；19. 180 條

(四) 基本觀念試題有一定的份量

仔細分析這些試題，我們發現其中有太多容易取分的題目，這可能是出題教授要大家不要緊張並且給那些真的有讀書不放棄的同學而設計的吧！所以筆者建議同學們的基本觀念應多加強，課本、復習講義的重點值得一看再看。今舉 110 年試辦考試的簡單試題如下：

〈110 年 試辦考試 單選 2〉

若 $m \times n$ 階矩陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ，則數對 (m, n) 為下列哪一個選項？

- (1) (4, 3) (2) (3, 4) (3) (4, 1) (4) (1, 4) (5) (3, 3)

【答案】(1)

(五) 數據解讀能力還要再提升

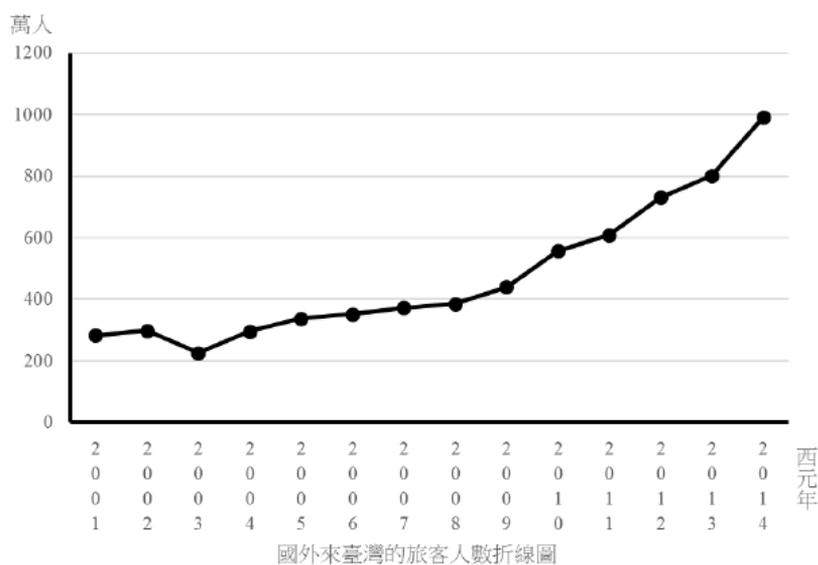
數據解讀能力是學測永不缺席的題型，同學們看到又臭又長的題目有時真的會失去耐性，看到後面往往忘記前面，更甚者還有陷阱在其中，同學們的確要打起精神應付這類型的題目。今舉 109 年參考試卷的相關試題如下：

〈109 年 參考試卷 多選 9〉

下表是觀光局統計 2001 年到 2014 年國外來臺灣的旅客人數（以萬人計），例如 2013 年來臺旅客達 802 萬人次，下圖為各年度與旅客人數的折線圖。這幾年來臺旅客數幾乎都是逐年增加，不過，其中某年的 3 月 14 日臺灣發現第一個 SARS（嚴重急性呼吸道症候群）病例，旅客數因而大量的減少，直到同年 7 月 5 日，臺灣從 SARS 感染區除名後，旅客才又逐年增加。

(註：某年成長率(%) = $\frac{\text{當年旅客人數} - \text{前1年旅客人數}}{\text{前1年旅客人數}} \times 100\%$)

年度	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
人數(萬人)	283	298	225	295	338	352	372
年度	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
人數(萬人)	385	440	557	609	731	802	991



根據上述資料，試選出正確選項。

- (1) 在臺灣發現的第一個 SARS 病例是 2003 年
- (2) 旅客國外來臺的人數比前一年增加最多的是 2012 年
- (3) 2001 年到 2014 年國外來臺的旅客人數的中位數小於 380 萬人
- (4) 2014 年國外來臺旅客人數的成長率超過 30%
- (5) 國外來臺旅客人數的成長率以 2014 年為最高

【答案】(1)(3)

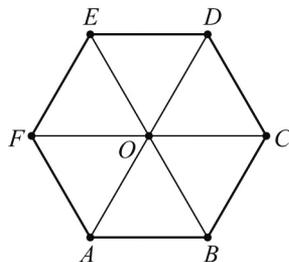
(六) 圖形解讀能力不可忽視

作圖是數學解題很重要的一部分，幾何與代數的結合往往會迸出漂亮的火花，而作圖常常讓我們對題目有更深的了解，進而幫助我們解題。甚至有些學測試題當中，並不是所有的題目都需要計算，概念清楚同學，有些題目當你畫出圖形時答案已然知曉。今舉 109 年學測的相關試題如下：

〈109 年 學測 單選 3〉

如圖所示， O 為正六邊形之中心。試問下列哪個向量的終點 P 落在 $\triangle ODE$ 內部（不含邊界）？

- (1) $\vec{OP} = \vec{OC} + \vec{OE}$ (2) $\vec{OP} = \frac{1}{4}\vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OE}$
(3) $\vec{OP} = -\frac{1}{4}\vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OE}$ (4) $\vec{OP} = \frac{1}{4}\vec{OC} - \frac{1}{2}\vec{OE}$
(5) $\vec{OP} = -\frac{1}{4}\vec{OC} - \frac{1}{2}\vec{OE}$



【答案】(2)

3 學測準備方向

高三上，復習講義上完後，建議學生在家復習時，將講義闔上，一個單元一個單元的默想其中的重點並用紙筆寫出來，目的就是要他們了解這個單元的重點在哪裡？自己是不是還遺漏了什麼重要觀念？如此，學生在做題目時對觀念的熟悉度將更為深刻！以下幾點提供給同學們參考：

1. 掌握各單元的重要觀念。例如：

- (1) 多項式函數中的奇函數、偶函數定義。
- (2) 單利與複利的定義。
- (3) 條件機率與獨立事件的關係？迴歸直線與相關係數的關係是什麼？
- (4) 扇形弧長與面積的計算，三角函數中正弦函數圖形的特性是否熟悉？
- (5) 二次曲線中的拋物線、橢圓、雙曲線的幾何概念如何？

2. 熟悉課程中出現過的圖形。例如：

- (1) 關於平面的圖形：直線、二次函數、指數、對數、圓等。請了解這些圖形的特徵，例如：對稱性、遞增或遞減、奇偶函數特性、圖形如何受方程式的影響，包括伸縮、平移、對稱等。
- (2) 關於空間的圖形：空間中直線、平面、正四面體、四角錐（金字塔型）等。其中正四面體是出題教授的最愛，它的高如何算？了解直圓錐與平面截痕的不同情況，例如：圓、橢圓、拋物線、雙曲線。理解地球（球面）經緯線的性質以及其與直角坐標系的轉換。

3. 多做應用問題。例如：

- (1) 指數與對數函數中的複利問題、地震問題、半衰期問題。
- (2) 三角函數中的測量問題。
- (3) 生活中的排列組合問題、機率問題。
- (4) 空間中的測量問題常常需要坐標化，並利用平面的法向量以解決交角問題。

4 結 語

以下的模擬試題是筆者依據大考中心的試題說明，以及歷屆試題的趨勢所命題，並且在比例上增加素養題型。但是考生對於新式學測也不需要過於驚恐，尤其是數學 B，和數學 A 比較，深度與廣度一定是比較容易的，預期和過往的指考乙差距不大，考生不妨也可多練習歷屆的指考乙試題。當然將考試內容準備充分，有了扎實的基礎，面對新式學測也能臨危不亂才是！



111 學年度學科能力測驗模擬試題

數學 B 考科

教師用

作答注意事項

考試時間：100 分鐘

- 題型題數：
- 單選題共 6 題
 - 多選題共 6 題
 - 選填題共 5 題
 - 混合題共 1 題

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

◎註：此份試題本為模擬學科能力測驗之測驗形式，
作答方式仍以未來實際之測驗形式為準

南一書局

版權所有
請勿翻印

第壹部分：選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

- (3) 1. 甲購買的網購商品，需要到他家路上的三間 A 、 B 、 C 超商取貨，若將此路視為數線， A 超商視為原點， B 超商為 3， C 超商為 15，因到貨時間關係，甲共分 3 天到超商取貨回家，結果發現：前二天各自從家裡走到 A 或 B 超商再走回家所走的距離差，剛好等於從家裡走到超商 C 的距離，試問：甲家的坐標可能為何？

(1) 7 (2) 8 (3) 9 (4) 10 (5) 11

到 A 、 B 兩家超商取貨回家所走的距離差 $= 2|A - B| = 6$ ，
假設甲家的坐標為 x ，依題意可列出 $6 = |x - 15| \Rightarrow x = 21$ 或 9 ，
故選(3)。

- (1) 2. 某一種刮刮樂彩券，一定可刮中獎金。已知其獎金金額有 2200 元、1000 元、500 元及 200 元四種，且刮中獎金 2200 元、1000 元及 500 元，200 元的機率分別為 $\frac{1}{18}$ 、 $\frac{1}{9}$ 、 $\frac{1}{6}$ 及 p ，其中 p 為某一正數。若顧客需花費 500 元購買一張彩券，則購買一張彩券的期望值是多少？
(1) -50 元 (2) 0 元 (3) 200 元 (4) 450 元 (5) 500 元

$$\text{機率總和} = 1 \Rightarrow \frac{1}{18} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + p = 1 \Rightarrow p = \frac{2}{3}$$

$$E = 2200 \times \frac{1}{18} + 1000 \times \frac{1}{9} + 500 \times \frac{1}{6} + 200 \times \frac{2}{3} - 500 = 450 - 500 = -50，$$

故選(1)。

- (3) 3. 廣志打算買一輛機車，但是考慮要買一般機車（燃油車），還是電動機車。他決定用每月所花費用（油錢或電池月費或維修費）來作為判斷依據。已知新車的油耗（每公升汽油可跑的公里數 km/L）可分為五級（級別越低，價格越貴），如下表：

	1 級	2 級	3 級	4 級	5 級
油耗(km/L)標準	> 51.8	47.2~51.7	42.7~47.1	38.0~42.6	< 37.9
候選機車油耗	A 車(55)	B 車(50)	C 車(45)	D 車(40)	E 車(35)

電動機車月費 299 元，可騎 315 公里，超過之後，2.5 元/公里，若他每月的里程數約 350 公里，且每公升無鉛汽油 30 元，一般機車每月的保養費約 150 元，則他選擇哪一台一般機車每月的花費會少於電動機車，且買車的費用是最低的？

- (1) A 車 (2) B 車 (3) C 車 (4) D 車 (5) E 車

電動機車每月花費約 $299 + (350 - 315) \times 2.5 = 386.5$ ，

E 機車每月花費約 $350 \div 35 \times 30 + 150 = 450$ ，

D 機車每月花費約 $350 \div 40 \times 30 + 150 = 412$ ，

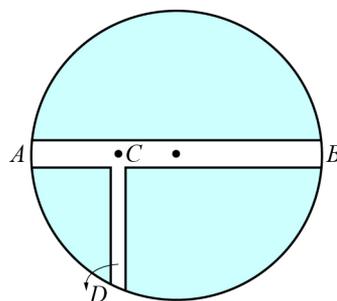
C 機車每月花費約 $350 \div 45 \times 30 + 150 = 383.33 < 386.5$ ，

故選(3) C 車。

- (5) 4. 我國羽球雙打選手「麟洋配」在最後一球，靠著對手在決勝點 (match point) 提出挑戰，最後結果判定球為界內球 (in)，因此獲得金牌，小南為了紀念最後一顆球「in」設計了一個圓形圖案，

球印剛好在圓心，且 T 字部位的 \overline{BC} 部分恰好為 \overline{CD} 的 ϕ 倍 (黃金

比例 ϕ 約 1.618)，且 $\overline{AC} = 4$ ，試求半徑為何？



- (1) 8 (2) $2\phi + 2$ (3) $4\phi + 2$ (4) $2\phi^2$ (5) $2\phi^2 + 2$

假設 $\overline{CD} = x$ ， $\overline{BC} = x\phi$ ，半徑 = $\frac{4+x\phi}{2}$

由畢氏定理， $(\frac{4+x\phi}{2})^2 = (\frac{4+x\phi}{2} - 4)^2 + x^2 \Rightarrow x^2 - 4x\phi = 0 \Rightarrow x(x - 4\phi) = 0 \Rightarrow x = 4\phi$

半徑 = $\frac{4+x\phi}{2} = \frac{4+4\phi^2}{2} = 2\phi^2 + 2$ ，故選(5)。

(2) 5. 坐標平面上給定 $A(-1, 0)$ 、 $B(1, 0)$ 兩點，另有一點 $P(a, b)$ 在直線 $3x + y = 1$ 上，已知

$a > 0$ 且向量 \overrightarrow{AP} 與向量 \overrightarrow{BP} 互相垂直。請問 $a + b$ 等於多少？

- (1) $-\frac{4}{5}$ (2) $-\frac{1}{5}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) 1 (5) $\frac{9}{5}$

$$\overrightarrow{AP} = (a+1, b), \overrightarrow{BP} = (a-1, b) \Rightarrow \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0 \Rightarrow (a-1)(a+1) + b^2 = 0$$

又 $3a + b = 1$,

$$\text{可得 } a^2 - 1 + (1-3a)^2 = 0 \Rightarrow 10a^2 - 6a = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{5} \text{ 或 } 0 \text{ (不合)}$$

$$b = -\frac{4}{5} \Rightarrow a + b = -\frac{1}{5}$$

故選(2)。

(4) 6. 坐標平面上，二次函數 $y = x^2 - 2x + 3$ 的圖形與直線 $y = mx + 2 + 3m$ 有位於同一象限內的兩個交點，試選出滿足條件的 m 值。

- (1) $-\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{3}$ (3) 0 (4) $\frac{1}{4}$ (5) $\frac{1}{3}$

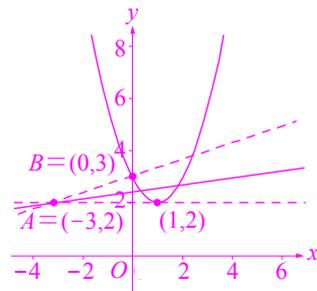
$$y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2,$$

$$y = m(x+3) + 2 \text{ 恆過定點 } (-3, 2),$$

滿足題意的斜率 m 範圍

$$0 < m < \frac{3-2}{0-(-3)} = \frac{1}{3},$$

故選(4)。



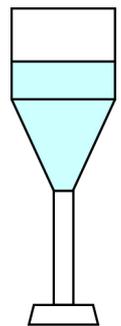
二、多選題 (占 30 分)

說明：第 7 題至第 12 題，每題 5 分。

(1)(2) 7. 如右圖，一個雞尾酒的高腳杯底部是圓錐，上部是圓柱。現在杯中已盛約七分滿的調酒。韓森慢慢品嚐，並不時調整酒杯角度，試問：過程中，他可以看到的酒面邊界為下列哪些曲線或曲線的部分圖形？

- (1) 拋物線 (2) 橢圓 (3) 圓 (4) 雙曲線 (5) 一直線

調整酒杯角度，可看到拋物線、圓、橢圓、雙曲線，
故選(1)(2)(3)(4)。



(1)(3) 8. 右表為 2020 年台灣汽車市場的各品牌銷售成績，根據右表請選出正確選項。

(4)(5)

- (1) 2020 年汽車銷量有 4 個品牌較 2019 年消退
 (2) 2020 年汽車銷量中 Toyota 的市占率超過 3 成
 (3) Tesla 在 2020 年的成長率超過 8 成
 (4) 2020 年和 2019 年的銷量第十名都是同一品牌
 (5) 2020 年有超過 6 成的品牌，其銷量不到全部品牌銷量的平均值

(1) ○：由表中可知，有四家 (Nissan、Honda、VW、Subaru) 的 2020 年掛牌數小於 2019 年掛牌數。

(2) ×：市佔率 $\frac{126485}{457444} \times 100\% \approx 27.7\% < 30\%$ 。

(3) ○：成長率 $\frac{5820 - 3147}{3147} \times 100\% \approx 84.5\% > 80\%$ 。

(4) ○：正確，都是 VW。

(5) ○：平均的品牌銷售量 $\frac{457444}{20} \approx 22872.2$ (台)，不到此數量的品牌有 14 家，有 $\frac{14}{20} = 70\%$ (7 成) 的品牌。

故選(1)(3)(4)(5)。

排名	品牌	2020 掛牌數	2019 掛牌數
1	Toyota	126485	123315
2	Mitsubishi(含中華)	49017	47579
3	Nissan	35177	35793
4	Honda	30425	33052
5	M.benz	29640	29249
6	Ford	28884	20791
7	Lexus	22678	22294
8	BMW	18310	16911
9	Mazda	16260	15369
10	VW	13216	15001
11	Hyundai	12384	11268
12	Suzuki	9765	8008
13	Volvo	7054	6476
14	Skoda	7041	5768
15	Tesla	5820	3147
16	Luxgen	4602	4128
17	Porsche	4354	3782
18	Kia	4133	4056
19	Subaru	3865	6202
20	Audi	3017	2464

(2020 年總掛牌數 457444)

(2)(3) 9. 某天阿宅收到社群媒體上的一封幸運信，信上說只要傳給 6 個人，幸運將降臨在他身上。但阿宅知道這是假消息，所以並沒有轉傳。但秉持科學探究精神，決定好好研究此問題，假設收到這封信的人，都照實傳給另外沒看過信的 6 個人，假設經過 n 次的轉傳後，看到此信的人數有 $f(n)$ 人，請選出正確選項。

(1) $f(n) = 6n$

(2) $f(n) = 6^n$

(3) 3 天後，看到的人數已超過 100 人

(4) 5 天後，看到的人已經超過 10000 人

(5) 假設收到這封信的人，只傳給另外沒看過信的 3 個人，經過 n 次的轉傳後，看到此信

的人有 $g(n)$ 人，則 $\frac{f(n)}{g(n)} = 2$

(1) × (2) ○： $f(n) = 6^n$ 。

(3) ○： $f(3) = 6^3 = 216 > 100$ 。

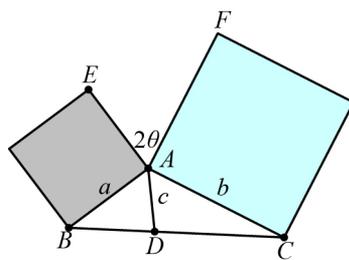
(4) ×： $f(5) = 6^5 = 7776 < 10000$ 。

(5) ×： $g(n) = 3^n$ ， $\frac{f(n)}{g(n)} = \frac{6^n}{3^n} = 2^n$ 。

故選(2)(3)。

- (2)(3)10. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = a$ ， $\overline{AC} = b$ ， \overline{AD} 是 $\angle A$ 的角平分線，
(5)

交 \overline{BC} 於 D 點，且 $\overline{AD} = c$ ，若以 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為邊長各作一個正方形， $\angle EAF = 2\theta$ ，試求 \overline{BC} 等於下列哪些選項？



- (1) $\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos 2\theta}$ (2) $a \cos B + b \cos C$ (3) $\frac{b \sin 2\theta}{\sin B}$
(4) $\frac{a \cos 2\theta}{\sin C}$ (5) $\cos \theta \left(\frac{c}{\sin B} + \frac{c}{\sin C} \right)$

$\angle BAC = 180^\circ - 2\theta$ ，

(1) \times ：由餘弦定理 $\overline{BC} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos(180^\circ - 2\theta)} = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos 2\theta}$ 。

(2) \circ ：作高 \overline{AH} ，則 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = a \cos B + b \cos C$ 。

(3) \circ ：由正弦定理 $\frac{\overline{BC}}{\sin(180^\circ - 2\theta)} = \frac{a}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \overline{BC} = \frac{b \sin 2\theta}{\sin B}$ 。

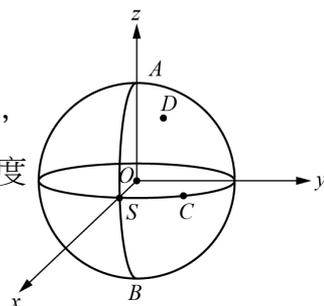
(4) \times ： $\overline{BC} = \frac{a \sin 2\theta}{\sin C}$ 。

(5) \circ ： $\triangle ABD$ 中， $\angle BAD = \frac{1}{2}(180^\circ - 2\theta) = 90^\circ - \theta$ ，由正弦定理 $\frac{\overline{BD}}{\sin(90^\circ - \theta)} = \frac{c}{\sin B} \Rightarrow \overline{BD} = \frac{c \cos \theta}{\sin B}$

$\triangle ACD$ 中，由正弦定理 $\frac{\overline{CD}}{\sin(90^\circ - \theta)} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \overline{CD} = \frac{c \cos \theta}{\sin C}$ ， $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = \cos \theta \left(\frac{c}{\sin B} + \frac{c}{\sin C} \right)$

故選(2)(3)(5)。

- (1)(5)11. 假設有一半徑 4 的地球球體模型，今將坐標空間的原點置於球心，赤道位於 xy 平面上， z 軸正向為球心往正北極方向，又本初子午線（弧 \widehat{ASB} ）是 0 度經線，位於 xz 平面上，且交 x 軸於點 $S(4, 0, 0)$ ，如右圖。已知赤道上一點 $C(2\sqrt{3}, 2, 0)$ 位於東經 30 度，且東經 30 度的經線上有一點 D 點，且 $\triangle OCD$ 為正三角形，請選出正確選項。



- (1) D 點在北緯 60 度的緯線上
(2) $D(2\sqrt{3}, 2, 2\sqrt{3})$
(3) 北緯 60 度的緯線長為 $4\sqrt{3}\pi$
(4) D 點在地球另一端的空間坐標為 $(-2\sqrt{3}, -2, -2\sqrt{3})$
(5) C, D 兩點在球面上的最短距離（即大圓上的弧長 \widehat{CD} ）為 $\frac{4\pi}{3}$

(1) \circ ：因為 $\angle COD = 60^\circ$ ，所以 D 點在北緯 60 度的緯線。

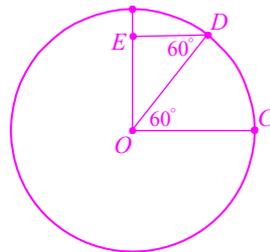
(2) \times ： $D(4 \cos 60^\circ \cos 30^\circ, 4 \cos 60^\circ \sin 30^\circ, 4 \sin 60^\circ) = (\sqrt{3}, 1, 2\sqrt{3})$ 。

(3) \times ：緯線半徑 $\overline{DE} = 4 \cos 60^\circ = 2$ ，緯線長 = 4π 。

(4) \times ： $D(\sqrt{3}, 1, 2\sqrt{3})$ 對於原點 O 的對稱點為 $(-\sqrt{3}, -1, -2\sqrt{3})$ 。

(5) \circ ： C, D 兩點在球面上的最短距離為 $\widehat{CD} = 4 \times \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$ 。

故選(1)(5)。



- (1)(2)12. 某間工廠 400 位員工，男性 240 人，女性 160 人，其中
(3) 有作疫苗預約的員工統計，如右表所示。若已知阿美和阿豪兩兄妹都是該廠員工，請選出正確選項。

疫苗	男性(人)	女性(人)
AZ	20	12
莫德納	65	50
BNT	55	36
其他	10	2

- (1) 根據上述的資料，該間工廠的疫苗覆蓋率
 $(\frac{\text{有打疫苗人數}}{\text{總人數}} \times 100\%)$ 預計將達 6 成以上
 (2) 疫苗登記的比率和性別無關
 (3) 若任意抽查 20 人調查，則阿美與阿豪兩人同時被抽中的機率小於 $\frac{1}{400}$
 (4) 若抽查的 20 人當中，全部都有作疫苗登記的機率為 p ，則抽查 20 人當中，全部都沒有作疫苗登記的機率為 $1-p$
 (5) 若抽出一人是有作疫苗登記的，則此人是登記莫德納的機率為 $\frac{13}{30}$

男性疫苗登記總計 150 人，女性 100 人。

(1) ○：疫苗覆蓋率 $\frac{150+100}{400} \times 100\% = 62.5\% > 60\%$ 。

(2) ○：男性登記的比率為 $\frac{150}{240} = \frac{5}{8}$ ，女性登記的比率為 $\frac{100}{160} = \frac{5}{8}$ ，故與性別無關。

(3) ○：兩人同時被抽中的機率 $\frac{C_2^2 C_{18}^{398}}{C_{20}^{400}} = \frac{18!380!}{400!} = \frac{20 \times 19}{400 \times 399} = \frac{19}{20 \times 399} = \frac{1}{20 \times 21} < \frac{1}{400}$ 。

(4) ×：抽出的 20 人中，可能一些都登記，一些沒登記，故都沒有作疫苗登記的機率不是 $1-p$ 。

(5) ×：登記莫德納的人數有 $65+50=115$ ， $P(\text{登記莫德納} | \text{有登記疫苗}) = \frac{65+50}{150+100} = \frac{23}{50}$ 。

故選(1)(2)(3)。

三、選填題 (占 25 分)

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 已知 $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=2 \end{cases}$ ，且 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ -2 & e \end{bmatrix}$ ，若方程式的解為 $(x_0, -16)$ ，則 $e+x_0 =$
 $\underline{\textcircled{13-1} \textcircled{13-2} \textcircled{13-3}}$ 。

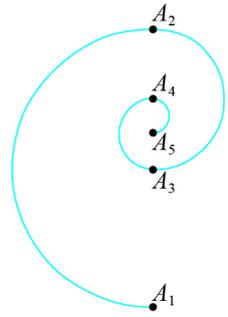
$$\begin{aligned} \begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} x_0 \\ -16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ -2 & e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ -2+2e \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x_0 = -9 \\ e = -7 \end{cases} \Rightarrow e+x_0 = -16 \end{aligned}$$

14. 若 n 是一個正整數，且 $\log_2(1+1) + \log_2(1+\frac{1}{2}) + \log_2(1+\frac{1}{3}) + \dots + \log_2(1+\frac{1}{n})$ 為一個二位正整數，則滿足條件的 n 最小值為 $\underline{\textcircled{14-1} \textcircled{14-2} \textcircled{14-3} \textcircled{14-4}}$ 。

$$\log_2(1+1) + \log_2(1+\frac{1}{2}) + \log_2(1+\frac{1}{3}) + \dots + \log_2(1+\frac{1}{n}) = \log_2(2 \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{n+1}{n}) = \log_2(n+1)$$

$$\log_2(n+1) = 10 \Rightarrow n = 2^{10} - 1 = 1023$$

15. 新禧利用半圓形圖案，作出了類似漩渦圖案，每次的直徑都是上一個直徑的一半，若最大的直徑 $\overline{A_1A_2} = 8$ ， $\overline{A_2A_3} = 4$ ，則畫到第 15 個半圓後，周長的總和恰好超過 24。



設畫到第 n 個半圓，依題意即求等比級數和 $S_n > 24$ ，

$$\frac{4\pi [1 - (\frac{1}{2})^n]}{1 - \frac{1}{2}} > 24 \Rightarrow 1 - (\frac{1}{2})^n > \frac{3}{\pi} \Rightarrow 1 - \frac{3}{\pi} > (\frac{1}{2})^n \Rightarrow 2^n > \frac{\pi}{(\pi - 3)} \approx 22.2$$

可得 $n = 5$ 。

另解：逐項加總 $4\pi + 2\pi + \pi + \frac{1}{2}\pi + \frac{1}{4}\pi + \dots > 24$ ，

每項都有 π ， $24 \div \pi \approx 7.64$ ，

$$4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 7.75 > 7.64，\text{ 可得 } n = 5。$$

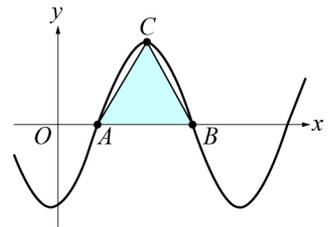
16. 函數 $f(x) = 2\sin(wx - \frac{\pi}{2})$ 的圖形如右圖所示，與 x 軸交於 A 、 B 兩點，且 C 是最高點，若 $\triangle ABC$ 為正三角形，

則正數 $w = \frac{\sqrt{16-1} \pi}{16-2}$ 。

$$f(x) = 2\sin(wx - \frac{\pi}{2})，$$

則 C 點的 y 坐標為 2，正 $\triangle ABC$ 的高為 2，又底邊長 $\overline{AB} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ ，

$$\text{可知圖形的半周期為 } \overline{AB} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{w} \Rightarrow w = \frac{\sqrt{3}\pi}{4}$$



17. 小湯和小金進行奧運射箭一對一淘汰賽，每回合每人射三箭，總分最多者可獲得 2 分，若平手，則每人均獲得一分。比賽基本上進行四回合，若是第三局勝負已定，則第四局就不用比賽，若比完四局仍平手，則進行第五局加賽。若小湯最後在第四局贏得勝利，則最終的各局比分情形會有 17-1 17-2 種。

(1) 前三局平手 3 : 3，第四局 2 : 0 \Rightarrow 最終比分 5 : 3

(1, 2, 0) 排列 $3! = 6$ (種)，

(1, 1, 1) 1 種。

(2) 前三局 4 : 2，第四局 2 : 0 或 1 : 1

(1, 1, 2) 排列 $\frac{3!}{2!} = 3 \Rightarrow 3 \times 2 = 6$ (種)

(0, 2, 2) 排列 $\frac{3!}{2!} = 3 \Rightarrow 3 \times 2 = 6$ (種)

共有 19 種。

第貳部分：混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

一般貸款還款方式有二種：

「本息平均攤還法」其計算方式為採每月複利計息一次，將貸款期間內全部的貸款本金與利息平均分攤於每一期中償付，使得每月繳納相同的金額。

「本金平均攤還法」是將本金平均在貸款期間償還，每期償還的本金均相同，而每月應付利息金額 = 本金餘額 × 月利率，因累積未攤還之本金逐漸減少而減少，因此，每期所攤還的本利和會越來越少。（參考數值 $1.005^6 = 1.0303$ ， $1.06^6 = 1.4185$ ）

18. 吳美潛向銀行貸款 3 萬元，年利率是 6%，每月複利一次，從次月開始還款，貸款期限是 6 個月。若她選擇「本息平均攤還法」，假設每月繳納的金額是 x ，則下列哪一個算式正確？

- (1) $x(1+6\%)^6 = 30000$ (單選題，3 分)
(2) $x(1+0.5\%)^6 = 30000$
(3) $3x = 30000(1+0.5\%)^6$
(4) $x + x(1+0.5\%)^1 + \dots + x(1+0.5\%)^5 = 30000(1+0.5\%)^6$
(5) $x(1+0.5\%)^1 + \dots + x(1+0.5\%)^6 = 30000(1+0.5\%)^6$

$\{[30000 \times (1+0.5\%) - x] \times (1+0.5\%) - x\} \times (1+0.5\%) - x \times (1+0.5\%) \dots - x = 0$ 展開化簡
 $\Rightarrow x + x(1+0.5\%)^1 + \dots + x(1+0.5\%)^5 = 30000(1+0.5\%)^6$

可視為 30000 元 6 個月後累計的本利和以及每月存進的本金 x ，各自的本利和加總起來，當兩者相等時，表示貸款還清。
故選(4)。

19. 若她選擇「本金平均攤還法」，繳納的利息總金額是多少？(單選題，4 分)

- (1) 450 (2) 525 (3) 575 (4) 625 (5) 645

本金分 6 次攤還，故每次繳納的本金為 $30000 \div 6 = 5000$ ，

第一個月的利息 $30000 \times 0.005 = 150$ ，

第二個月的利息 $25000 \times 0.005 = 125$ ，

⋮

第六個月的利息 $5000 \times 0.005 = 25$ ，

總利息 $(150 + 125 + 100 + 75 + 50 + 25) = 525$ 。

故選(2)。

20. 根據吳美潛的貸款條件，則她應該選擇哪一種還款方式對她比較有利？差額是多少元？(取至整數位)(8 分)

【本息攤還】

$$x + x(1+0.5\%)^1 + \dots + x(1+0.5\%)^5 = 30000(1+0.5\%)^6，$$

$$\frac{x(1.005^6 - 1)}{1.005 - 1} = 30000 \times 1.005^6 \Rightarrow \frac{x(1.0303 - 1)}{0.005} = 30000 \times 1.0303$$

$$\Rightarrow x = 5100.49 \approx 5100$$

總金額為 $5100 \times 6 = 30600$ 。

【本金攤還】

總金額 $30000 + 525 = 30525$ 。

兩者差額 $30600 - 30525 = 75$ ，

選擇本金攤還較為有利，差額 75 元。

111 年 學科能力測驗模擬試題 數學 B

答案與解析

答案

第壹部分：選擇(填)題

1.	3	2.	1	3.	3	4.	5	5.	2	6.	4	7.	1234	8.	1345	9.	23	10.	235
11.	15	12.	123	13.	-16	14.	1023	15.	5	16.	$\frac{\sqrt{3}\pi}{4}$	17.	19						

第貳部分：混合題或非選擇題

18.	4	19.	2	20.	本金攤還，75 元														
-----	---	-----	---	-----	-----------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

解析

第壹部分：選擇(填)題

1. **答案** 3

解析 到 A 、 B 兩家超商取貨回家所走的距離差 $= 2|A - B| = 6$ ，
 假設甲家的坐標為 x ，
 依題意可列出 $6 = |x - 15| \Rightarrow x = 21$ 或 9 ，
 故選(3)。

2. **答案** 1

解析 機率總和 $= 1 \Rightarrow \frac{1}{18} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + p = 1 \Rightarrow p = \frac{2}{3}$

$$E = 2200 \times \frac{1}{18} + 1000 \times \frac{1}{9} + 500 \times \frac{1}{6}$$

$$+ 200 \times \frac{2}{3} - 500$$

$$= 450 - 500 = -50$$
，
 故選(1)。

3. **答案** 3

解析 電動機車每月花費約 $299 + (350 - 315) \times 2.5 = 386.5$ ，
 E 機車每月花費約 $350 \div 35 \times 30 + 150 = 450$ ，
 D 機車每月花費約

$350 \div 40 \times 30 + 150 = 412$ ，
 C 機車每月花費約 $350 \div 45 \times 30 + 150 = 383.33 < 386.5$ ，
 故選(3) C 車。

4. **答案** 5

解析 假設 $\overline{CD} = x$ ， $\overline{BC} = x\phi$ ，半徑 $= \frac{4+x\phi}{2}$

由畢氏定理，

$$\left(\frac{4+x\phi}{2}\right)^2 = \left(\frac{4+x\phi}{2} - 4\right)^2 + x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x\phi = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 4\phi) = 0$$

$$\Rightarrow x = 4\phi$$

$$\text{半徑} = \frac{4+x\phi}{2} = \frac{4+4\phi^2}{2} = 2\phi^2 + 2$$
，故選(5)。

5. **答案** 2

解析 $\overrightarrow{AP} = (a+1, b)$ ， $\overrightarrow{BP} = (a-1, b)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$$

$$\Rightarrow (a-1)(a+1) + b^2 = 0$$

$$\text{又 } 3a + b = 1$$
，

$$\text{可得 } a^2 - 1 + (1-3a)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 10a^2 - 6a = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{5} \text{ 或 } 0 \text{ (不合)}$$

$$b = -\frac{4}{5} \Rightarrow a + b = -\frac{1}{5}$$

故選(2)。

6. **答案** 4

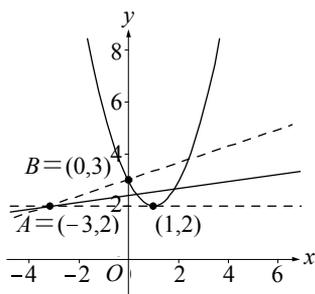
解析 $y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$,

$$y = m(x+3) + 2 \text{ 恆過定點 } (-3, 2)$$

滿足題意的斜率 m 範圍

$$0 < m < \frac{3-2}{0-(-3)} = \frac{1}{3}$$

故選(4)。



7. **答案** 1234

解析 調整酒杯角度，
可看到拋物線、圓、橢圓、雙曲線，
故選(1)(2)(3)(4)。

8. **答案** 1345

解析 (1) ○：由表中可知，有四家 (Nissan、Honda、VW、Subaru) 的 2020 年掛牌數小於 2019 年掛牌數。

(2) ×：市佔率
 $\frac{126485}{457444} \times 100\% \approx 27.7\% < 30\%$ 。

(3) ○：成長率
 $\frac{5820-3147}{3147} \times 100\% \approx 84.5\% > 80\%$

(4) ○：正確，都是 VW。

(5) ○：平均的品牌銷售量
 $\frac{457444}{20} \approx 22872.2$ (台)，
不到此數量的品牌有 14 家，
有 $\frac{14}{20} = 70\%$ (7 成) 的品牌。

故選(1)(3)(4)(5)。

9. **答案** 23

解析 (1) × (2) ○： $f(n) = 6^n$ 。

(3) ○： $f(3) = 6^3 = 216 > 100$

(4) ×： $f(5) = 6^5 = 7776 < 10000$

(5) ×： $g(n) = 3^n$ ， $\frac{f(n)}{g(n)} = \frac{6^n}{3^n} = 2^n$

故選(2)(3)。

10. **答案** 235

解析 $\angle BAC = 180^\circ - 2\theta$ ，

(1) ×：由餘弦定理

$$\begin{aligned} \overline{BC} &= \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos(180^\circ - 2\theta)} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos 2\theta} \end{aligned}$$

(2) ○：作高 \overline{AH} ，

$$\text{則 } \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = a \cos B + b \cos C$$

(3) ○：由正弦定理

$$\begin{aligned} \frac{\overline{BC}}{\sin(180^\circ - 2\theta)} &= \frac{a}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} \\ \Rightarrow \overline{BC} &= \frac{b \sin 2\theta}{\sin B} \end{aligned}$$

(4) ×： $\overline{BC} = \frac{a \sin 2\theta}{\sin C}$ 。

(5) ○：△ABD 中，

$$\angle BAD = \frac{1}{2}(180^\circ - 2\theta) = 90^\circ - \theta$$

由正弦定理

$$\frac{\overline{BD}}{\sin(90^\circ - \theta)} = \frac{c}{\sin B} \Rightarrow \overline{BD} = \frac{c \cos \theta}{\sin B}$$

△ACD 中，由正弦定理

$$\frac{\overline{CD}}{\sin(90^\circ - \theta)} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \overline{CD} = \frac{c \cos \theta}{\sin C}$$

$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD}$$

$$= \cos \theta \left(\frac{c}{\sin B} + \frac{c}{\sin C} \right)$$

故選(2)(3)(5)。

11. **答案** 15

解析 (1) ○：因為 $\angle COD = 60^\circ$ ，
所以 D 點在北緯 60 度的緯線。

(2) ×：

$$\begin{aligned} D(4 \cos 60^\circ \cos 30^\circ, 4 \cos 60^\circ \sin 30^\circ, 4 \sin 60^\circ) \\ = (\sqrt{3}, 1, 2\sqrt{3}) \end{aligned}$$

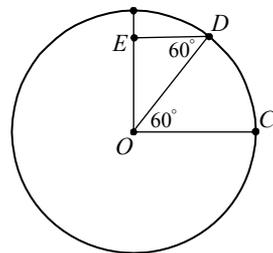
(3) ×：緯線半徑 $\overline{DE} = 4 \cos 60^\circ = 2$ ，
緯線長 = 4π 。

(4) ×： $D(\sqrt{3}, 1, 2\sqrt{3})$ 對於原點 O 的
對稱點為 $(-\sqrt{3}, -1, -2\sqrt{3})$ 。

(5) ○： C, D 兩點在球面上的最短距離為

$$\widehat{CD} = 4 \times \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

故選(1)(5)。



12. **答案** 123

解析 男性疫苗登記總計 150 人，女性 100 人。

(1)○：疫苗覆蓋率

$$\frac{150+100}{400} \times 100\% = 62.5\% > 60\%。$$

(2)○：男性登記的比率為 $\frac{150}{240} = \frac{5}{8}$ ，

女性登記的比率為 $\frac{100}{160} = \frac{5}{8}$ ，

故與性別無關。

(3)○：兩人同時被抽中的機率

$$\begin{aligned} \frac{C_2^2 C_{18}^{398}}{C_{20}^{400}} &= \frac{18!380!}{400!} = \frac{20 \times 19}{400 \times 399} \\ &= \frac{19}{20 \times 399} = \frac{1}{20 \times 21} < \frac{1}{400}。 \end{aligned}$$

(4)×：抽出的 20 人中，可能一些都登記，一些沒登記，故都沒有作疫苗登記的機率不是 $1-p$ 。

(5)×：登記莫德納的人數有 $65+50=115$ ， $P(\text{登記莫德納有疫苗登記}) = \frac{65+50}{150+100} = \frac{23}{50}$ 。

故選(1)(2)(3)。

13. **答案** -16

解析
$$\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x_0 \\ -16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ -2 & e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ -2+2e \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = -9 \\ e = -7 \end{cases} \Rightarrow e + x_0 = -16$$

14. **答案** 1023

解析
$$\begin{aligned} \log_2(1+1) + \log_2\left(1+\frac{1}{2}\right) + \log_2\left(1+\frac{1}{3}\right) + \dots \\ + \log_2\left(1+\frac{1}{n}\right) \\ = \log_2\left(2 \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{n+1}{n}\right) \\ = \log_2(n+1) \\ \log_2(n+1) = 10 \Rightarrow n = 2^{10} - 1 = 1023 \end{aligned}$$

15. **答案** 5

解析 設畫到第 n 個半圓，依題意即求等比級數和 $S_n > 24$ ，

$$\frac{4\pi\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{2}} > 24$$

$$\Rightarrow 1-\left(\frac{1}{2}\right)^n > \frac{3}{\pi}$$

$$\Rightarrow 1-\frac{3}{\pi} > \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\Rightarrow 2^n > \frac{\pi}{(\pi-3)} \approx 22.2$$

可得 $n=5$ 。

另解：

$$\text{逐項加總 } 4\pi + 2\pi + \pi + \frac{1}{2}\pi + \frac{1}{4}\pi + \dots > 24，$$

每項都有 π ，

$$24 \div \pi \approx 7.64，$$

$$4+2+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4} = 7.75 > 7.64，$$

可得 $n=5$ 。

16. **答案** $\frac{\sqrt{3}\pi}{4}$

解析 $f(x) = 2\sin\left(wx - \frac{\pi}{2}\right)$ ，

則 C 點的 y 坐標為 2，正 $\triangle ABC$ 的高為 2，

又底邊長 $\overline{AB} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ ，

可知圖形的半周期為

$$\overline{AB} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{w} \Rightarrow w = \frac{\sqrt{3}\pi}{4}$$

17. **答案** 19

解析 (1) 前三局平手 3:3，第四局 2:0
 \Rightarrow 最終比分 5:3

(1, 2, 0) 排列 $3! = 6$ (種)，

(1, 1, 1) 1 種

(2) 前三局 4:2，第四局 2:0 或 1:1

(1, 1, 2) 排列 $\frac{3!}{2!} = 3 \Rightarrow 3 \times 2 = 6$ (種)

(0, 2, 2) 排列 $\frac{3!}{2!} = 3 \Rightarrow 3 \times 2 = 6$ (種)

共有 19 種

第貳部分：混合題或非選擇題

18. **答案** 4

解析
$$\begin{aligned} \{ \{ [30000 \times (1+0.5\%) - x] \times (1+0.5\%) - x \} \\ \times (1+0.5\%) - x \} \times (1+0.5\%) \dots - x = 0 \end{aligned}$$

 展開化簡

$$\Rightarrow x + x(1+0.5\%)^1 + \dots + x(1+0.5\%)^5 = 30000(1+0.5\%)^6$$

可視為 30000 元 6 個月後累計的本利和以及每月存進的本金 x ，各自的本利和加總起來，

當兩者相等時，表示貸款還清。
故選(4)。

19. **答案** 2

解析 本金分 6 次攤還，
故每次繳納的本金為 $30000 \div 6 = 5000$ ，
第一個月的利息 $30000 \times 0.005 = 150$ ，
第二個月的利息 $25000 \times 0.005 = 125$ ，
⋮
第六個月的利息 $5000 \times 0.005 = 25$ ，
總利息
 $(150 + 125 + 100 + 75 + 50 + 25) = 525$ 。
故選(2)。

20. **答案** 本金攤還，75 元

解析 【本息攤還】
 $x + x(1 + 0.5\%)^1 + \cdots + x(1 + 0.5\%)^5$
 $= 30000(1 + 0.5\%)^6$ ，
 $\frac{x(1.005^6 - 1)}{1.005 - 1} = 30000 \times 1.005^6$
 $\Rightarrow \frac{x(1.0303 - 1)}{0.005} = 30000 \times 1.0303$
 $\Rightarrow x = 5100.49 \approx 5100$
總金額為 $5100 \times 6 = 30600$ 。
【本金攤還】
總金額 $30000 + 525 = 30525$ 。
兩者差額 $30600 - 30525 = 75$ ，
選擇本金攤還較為有利，差額 75 元。