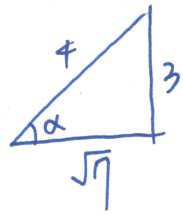
1.



$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\left(\frac{-3}{4}\right)\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right) < 0$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 1 - 2\left(\frac{9}{16}\right) < 0$

$\Rightarrow 2\alpha \in \text{III}$

(3) *

2. $(1), (1, 2^1), (1, 3, 3^1, 3^2), (1, 4, 4^2, \cdots, 4^7), \cdots$

第 k 個 ( ) 有 2^{k-1} 項 且為 $k^{\square}$ (底數是 k)

$1 + 2 + 4 + \cdots + 2^{k-1} = \frac{1(2^k - 1)}{2-1} \approx 1000$

$\therefore 2^k - 1 \approx 1000$, 取 $k = 10$, $2^{10} - 1 = 1023$

$\therefore$ 第 10 個 ( ) 有 512 個數, 且為 $10^{\square}$.

$a_{1023} = 10^{511}$, $a_{1022} = 10^{510}$, $\cdots$, $a_{1000} = 10^{488} \Rightarrow$ 489 位數

(4) *

3. 對稱原點 $\Leftrightarrow$ 奇函數 $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$

對稱 y 軸 $\Leftrightarrow$ 偶函數 $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$

$f_1(-x) = |(-x)^3| + (-x)^2 - 2 = |x^3| + x^2 - 2 = f_1(x) \Rightarrow$ 偶

$f_2(-x) = 2(-x) = -(2x) = -f_2(x) \Rightarrow$ 奇

$f_3(-x) = 0.2^{-x} = \frac{1}{0.2^x} \Rightarrow$ 非奇非偶

$f_4(-x) = \frac{1 - 10^{-x}}{1 + 10^{-x}} = \frac{1 - \frac{1}{10^x}}{1 + \frac{1}{10^x}} = \frac{10^x - 1}{10^x + 1} = -\frac{1 - 10^x}{1 + 10^x} = -f_4(x) \Rightarrow$ 奇.

$2 + 2 \times 1 = 4$

(2) *

4. ▨ 與 R 有關 ⇒ 正弦：$\frac{a}{\sin A}=2R$

先考慮 △ADG 及 △CDG，共用 $\overline{DG}$

∴ $\frac{\overline{DG}}{\sin 45^\circ}=2R_1$ $\quad \frac{\overline{DG}}{\sin 45^\circ}=2R_2 \quad \Rightarrow R_1=R_2$

(△ADG, ∠A=45°) (△CDG, ∠C=45°)

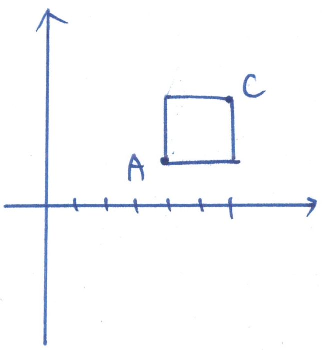
再考慮 △BEG，雖然沒有相同的邊長，但 ∠EBG=135°
(sin135° = sin45°)

∴ $\frac{\overline{EG}}{\sin 135^\circ}=2R_3$ $\quad$ ∵ $\overline{DG}<\overline{EG}$ $\quad \Rightarrow R_1=R_2<R_3$

(△BEG, ∠B=135°) $\quad$ ∴ $R_1<R_3$

(3)#

5.



∵ $a>1$，$\log_a x$ 是遞增 ⇒ $\log_a 4<\log_a 6$

∴ $\log_a 6-\log_a 4=2=$ 正方形邊長

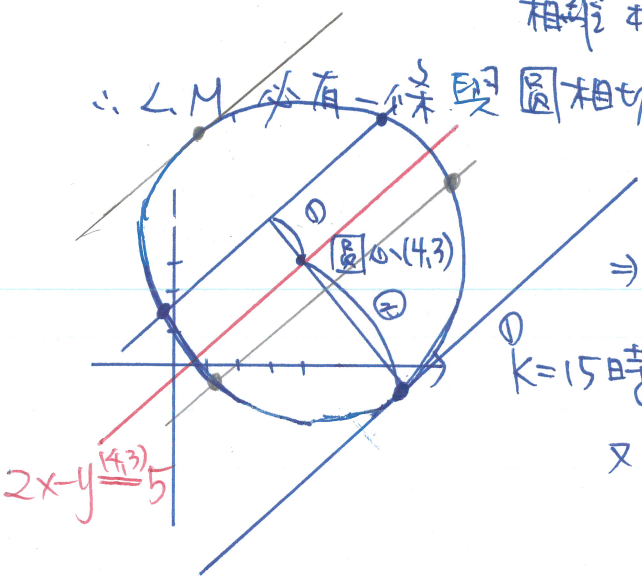
⇒ $\log_a \frac{6}{4}=2 \Rightarrow \frac{3}{2}=a^2 \Rightarrow a=\frac{\sqrt{6}}{2}$ $\quad$ (4)#

6.

∵ L、M 與圓交點形成正三角形 ⇒ 3個交點

圓與直線交點可能為 0, 1, 2
相離 相切 交2點

∴ L、M 必有一條與圓相切 ⇒ 有2種情形，如圖



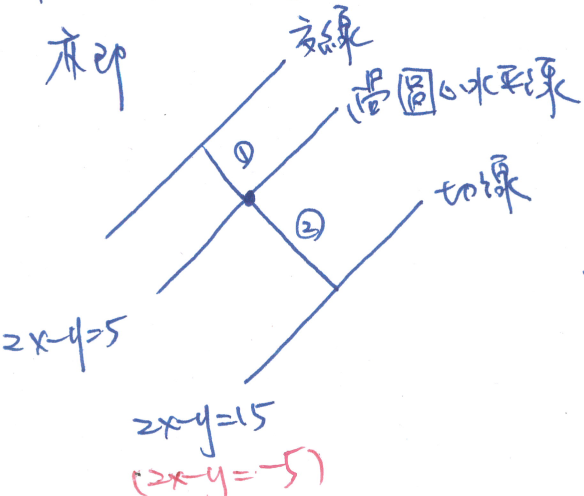
設 $2x-y=k$ 與圓相切

⇒ $d(O,L)=r \Rightarrow \frac{|8-3-k|}{\sqrt{5}}=\sqrt{20} \Rightarrow k=15$ or -5

① $k=15$ 時，過圓心之水平線 $2x-y=5$.

又圓心即正△之重心.

6、所以 圓心到交之點直線距離：到切線距離 = 1:2 中區104-1學

亦即 

平行線，係數相同

⇒ 看常數項即可

∴ 交線：$2x-y=0$

∴ $a=15$，$b=0$

② 當 $k=-5$ 時，同理可得交線 $2x-y=10$. ∴ $a=10$，$b=-5$

a 可能之總和 $=15+10=25$

(5)

7. 實係數多項式 ⇒ 虛根共軛

有根 $1+i\log_3 2$ ⇒ 另一根 $1-i\log_3 2$

(1) $1+i\log_2 3 = 1+i\left(\frac{1}{\log_3 2}\right)$

(2) $1+i\log_3 \frac{1}{2} = 1-i\log_3 2$ (o)

(3) $1+i\log_{\frac{1}{3}} 2 = 1-i\log_3 2$ (o)

(4) $1+i\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2} = 1+i\log_3 2$ (o)

(5) $1+i\log_{3^{\frac{1}{2}}} 2^{\frac{1}{2}} = 1+i\log_3 2$ (o)

(2)(3)(4)(5)

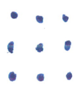
8. (1) $\sigma_x=0$ 表示 x 均相等 ⇒ 不論 y 值為何，x 均相同 ⇒ $r=0$

(或散佈圖在鉛直線上)

(2) $\sigma_x=0$，散佈圖在鉛直線

$\sigma_y=0$，散佈圖在水平線

$r=0$ 不一定在鉛直線或水平線上

 (此情也是 $r=0$，如左圖)

8. (3) $b = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ 迴歸線斜率.

$\because b = r \quad \therefore \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 1 \Rightarrow \sigma_y = \sigma_x$

(4) 若 $a=0 \Rightarrow y = bx$，(μ_x, μ_y)需滿足 $\Rightarrow \mu_y = b \cdot \mu_x$ 即可 (×)

(5) $b = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \Rightarrow \sigma_y = \frac{b}{r} \cdot \sigma_x \Rightarrow \sigma_y = \left|\frac{b}{r}\right| \cdot \sigma_x$ (×) (1)(3)#

9.
$f(2) = a \times 1 + b \times 0 = a$

$f(8) = a \times 0 + b \times 0 = 0$

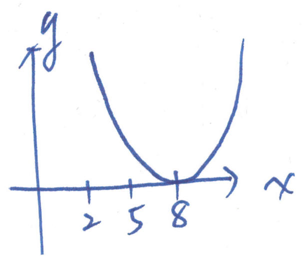
$f(5) = a \times 0 + b \times 1 = b$

(1) $f(x-3)$ 除以 $x-5$ 餘式 $f(5-3) = f(2) = a$ (○)

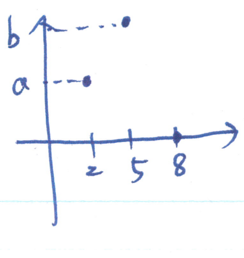
(2) $\because f(x)$ 有最大值 b，又 $f(x)$ 是拋物線 $\Rightarrow x=5$ 是對稱軸.

$\therefore f(2) = f(8) \Rightarrow a = 0$. (○)

(3) 若 $f(x)$ 沒有最大值：
① $f(x)$ 是拋物線 $\Rightarrow$ 有最小值. (×)
② $f(x)$ 是直線 $\Rightarrow a, b, 0$ 成等差 $\Rightarrow 2b = a+0$

(4)


如圖，與 x 軸負向沒交點.
但 $a>0$，$b>0$ (×)

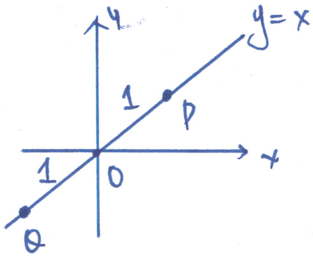
(5)


如圖，由拋物線對稱性知
$\Rightarrow$ 對稱軸落在 $x=2 \sim x=5$ 中間 (○)

(1)(2)(5)#

10、 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=|\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OQ}|\cos\theta=p_1q_1+p_2q_2$ （設 $\overrightarrow{OP}=(p_1,p_2)$, $\overrightarrow{OQ}=(q_1,q_2)$）

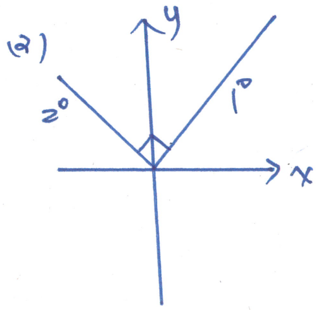
(1)



取 $\overline{OP}=\overline{OQ}=1$, $\theta=180^\circ$

(o)

(2)



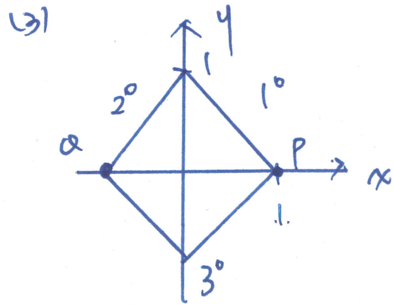
1° 先畫 $x\geq 0 \Rightarrow y=x$

2° 對稱y軸

∵ $\theta=90^\circ$

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=0$ (×)

(3)



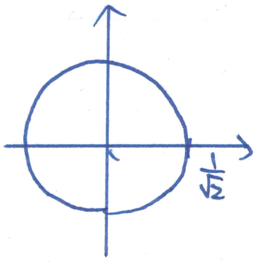
1° 先畫 $x\geq 0, y\geq 0 \Rightarrow x+y=1$

2° $|x|$：對稱y軸

3° $|y|$：對稱x軸

取 $P(1,0)$, $Q(-1,0)$ (o)

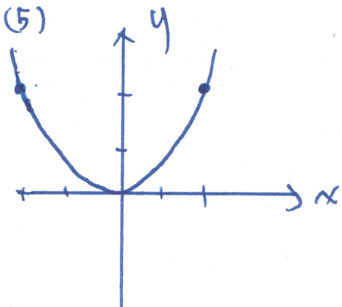
(4)



$\overline{OP}=\overline{OQ}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

∴ $|\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}|\leq\frac{1}{2}$ (×)

(5)



設 $P(p,\frac{1}{2}p^2)$, $Q(q,\frac{1}{2}q^2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=pq+\frac{1}{4}p^2q^2=-1$

$\Rightarrow (pq)^2+4pq+4=0$

$\Rightarrow (pq+2)^2=0 \Rightarrow pq=-2$

取 $P(2,2)$, $Q(-1,\frac{1}{2})$ (o)

(1)(3)(5)#

11.

(1) $a_n=n!$ 是遞增 ∴ $A_3=a_3=6$, $B_3=a_4=24 \Rightarrow d_3=-18$

(2) $\langle a_n\rangle$ 是公差>0 的等差 ⇒ a_n 是遞增 ∴ $A_n=a_n$, $B_n=a_{n+1} \Rightarrow d_n=a_n-a_{n+1}$

∴ $d_n=-$公差=定值 ∴ $\langle d_n\rangle$ 是等差 (o)

(3) $\langle a_n\rangle$ 是首項>0 且公比>1 之等比 ⇒ a_n 是遞增 ∴ $A_n=a_n$, $B_n=a_{n+1}$

設首項 a，公比 r ⇒ $d_n=a_n-a_{n+1}=ar^{n-1}-ar^n=ar^{n-1}\cdot(1-r)$

∴ $\langle d_n\rangle$ 是等比數列. (o)

(4) $\langle a_n\rangle$ 是遞增 ⇒ $A_n=a_n$, $B_n=a_{n+1} \Rightarrow d_n=a_n-a_{n+1}=-(\frac{1}{4})^n \Rightarrow \langle d_n\rangle$ 是等比.

(5) $a_1=2 \Rightarrow a_2=\frac{1}{1-2}=-1 \Rightarrow a_3=\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2} \Rightarrow a_4=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=2,\cdots$ 依此規律

∴ $A_n=2$, $B_n=-1$, $d_n=2-(-1)=3$ 是定值 ⇒ $\langle d_n\rangle$ 是等差

(2)(3)(4)(5)#

A、 $a^{\log_3 5}=9 \Rightarrow a^{\log_3 25}=a^{2\log_3 5}=(a^{\log_3 5})^2=9^2=\underline{81}$ #

B、 先挑3人，再分職務
（全－2人同時選上）

$n(A)=(C^{10}_3-C^2_2\cdot C^8_1)\times 3!=112\times 6$

$n(S)=C^{10}_3\times 3!=120\times 6$

$P=\frac{112}{120}=\frac{28}{30}=\frac{14}{15}$

C、 $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

$\Rightarrow 40=(a+b)^3-6(a+b)$

設 $a+b=x$

$\Rightarrow x^3-6x-40=0$，可能的根 $\pm1,\pm2,\pm4,\cdots$

（$x=4$代入 $\Rightarrow 64-24-40=0$）

$\therefore x^3-6x-40=(x-4)(\quad)=(x-4)\underbrace{(x^2+4x+10)}_{\text{無實數解}}$

$\therefore x=4 \Rightarrow \underline{a+b=4}$ #

D、標準差不受加減的影響

$\therefore -108,-106,-105,-104 \xrightarrow{+108} 0,2,3,4$ 也可以是 $0,1,2,4$

間隔1，連3數

$1,3,4,5$ $\qquad$ $1,2,3,5$

$\vdots$ $\qquad$ $\vdots$

$5,7,8,9$ $\qquad$ $5,6,7,9$

共 $\underline{12組}$ #

E、外心在 $\overline{AB}$ 之中垂線上

① A,B中點 $(-1,-1)$

② $m_{AB}=\frac{2}{-4}=\frac{-1}{2} \Rightarrow$ 中垂線 $m=2$

$\therefore$ 中垂線方程式：$y=2x+k$

$-1=-2+k \Rightarrow k=1$

又外心在 x 軸上 $(y=0)$ $\begin{cases} y=2x+1 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow$ 外心 $(\frac{-1}{2},0)$

E、設 $C(0,c)$，外心 $O(\frac{1}{2},0)$

∵ O是外心，∴ $\overline{OC}=\overline{OA}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{4}+c^2}=\sqrt{\frac{9}{4}+4} \Rightarrow c^2=6 \Rightarrow c=\sqrt{6}$ (∵ $c>0$) #

F、∵ 同一書櫃僅能放1種書，不同種書，1種1種放入

∴ case1：百科 1櫃、漫畫 1櫃 ： 百科 $C^3_1\times1$ × 漫畫 $C^2_1\times1=6$

case2：百科 2櫃、漫畫 1櫃 ： $C^3_2\times(2^4-2)\times C^1_1\times1=42$ （不全在同一櫃）

case3：百科 1櫃、漫畫 2櫃 ： $C^3_1\times1 \times C^2_2\times(2^5-2)=90$

+)

138 #

G. 總共有20票，∵不記名 ∴僅需知道有幾票

設景點 1 有 x_1 票

2 x_2

3 x_3

4 x_4

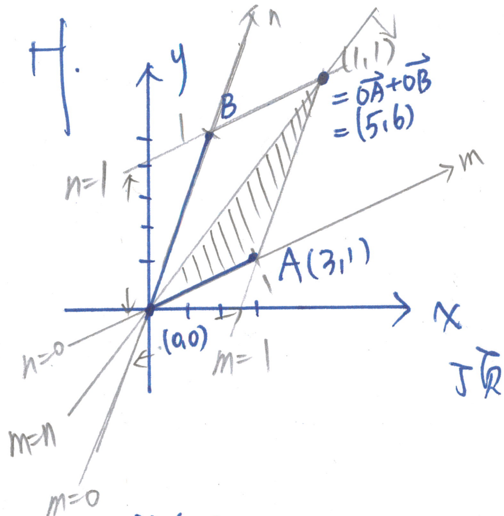
廢票 x_5

$\Rightarrow x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=20$

$\Rightarrow H^5_{20}=C^{24}_{20}=10626$

10626 #

H.



$\vec{OC}=m\vec{OA}+n\vec{OB}$

$\begin{cases} 0\le m\le1 & (m=0,\ m=1\text{ 之間}) \\ 0\le n\le1 & (n=0,\ n=1\text{ 之間}) \\ m-n\ge0 & (m-n=0\text{ 的右側}) \end{cases}$

頂點法

(x,y)	(0,0)	(3,1)	(5,6)
x-4y	0	-1	-19

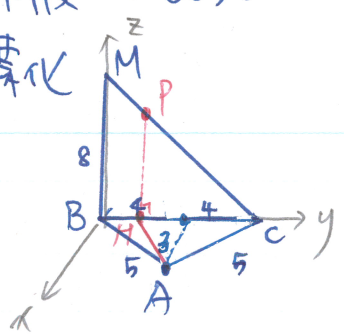
min

θ

最小值：-19 #

I、求角度 ⇒ cosθ

坐標化



$A(3,4,0)$

$C(0,8,0)$

$M(0,0,8)$

$\vec{CM}=(0,-8,8)\,//\,(0,-1,1)$

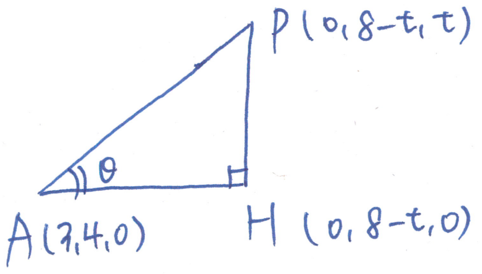
∵ P在直線 $\overline{CM}$ 上

設 $P(0,8-t,t)$

$H(0,8-t,0)$

$\theta=\angle PAH$

I、



$$\tan\theta = \frac{t}{\sqrt{3^2+(t-4)^2}} = \frac{t}{\sqrt{t^2-8t+25}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{8}{t}+\frac{25}{t^2}}} = \frac{1}{\sqrt{25\left(\frac{1}{t^2}-\frac{8}{25}\cdot\frac{1}{t}\right)+1}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{25\left(\frac{1}{t}-\frac{4}{25}\right)^2+1-\frac{16}{25}}} \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{25}}} = \frac{5}{3} \#$$