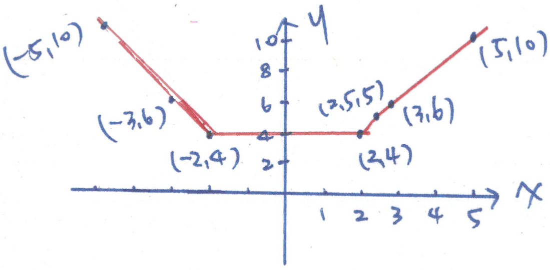
1. $f(x)=|x-2|+|x+2|$

x	-3	-2	2	3
y	6	4	4	6



$5<f(x)\le 10$

由圖可知 $\Rightarrow 2.5<x\le 5$ or $-5\le x<-2.5$

$\therefore x$ 的整數解為 $3, 4, 5, -3, -4, -5$

(4) #

2. $A+A^{-1}=\begin{bmatrix}8&0\\0&8\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\begin{bmatrix}5&-a\\-2&8-b\end{bmatrix}$

$\because A=\begin{bmatrix}3&a\\2&b\end{bmatrix}\quad\therefore A^{-1}=\frac{1}{\det A}\begin{bmatrix}b&-a\\-2&3\end{bmatrix}$

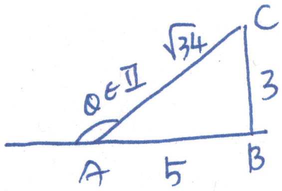
$\rightarrow \det A=3b-2a=1$

$b=5$

$\therefore a=7$

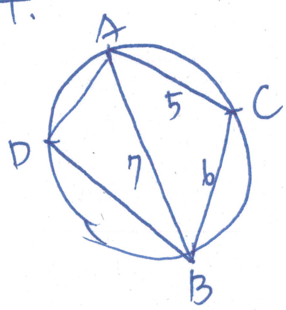
(5) #

3. $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\left(\frac{3}{\sqrt{34}}\right)\left(\frac{-5}{\sqrt{34}}\right)=\frac{-30}{34}=\frac{-15}{17}$



(4) #

4.



$\because \overset{\frown}{AD}<\overset{\frown}{BD}\Rightarrow \overline{AD}<\overline{BD}$

又 $\triangle ABD$ 周長 $=16\Rightarrow$ 設 $\overline{AD}=x$, $\overline{BD}=9-x$

ABCD 為圓內接四邊形 $\Rightarrow \angle C+\angle D=180^\circ$

$\therefore \cos D=-\cos C$

$\Rightarrow \frac{x^2+(9-x)^2-7^2}{2\cdot x\cdot(9-x)}=-\frac{5^2+6^2-7^2}{2\cdot5\cdot6}=\frac{-1}{5}$

$\Rightarrow 5(x^2+81-18x+x^2-49)=-2(9x-x^2)$

$\Rightarrow 8x^2-72x+160=0\Rightarrow x^2-9x+20=0$

$\Rightarrow x=4$ or 5 ($\overline{AD}<\overline{BD}$, 取 $x=4$)

(2) #

5. 先分正、負

① $a, c, d, e>0$ ② $b<0$

$c=2^{0.3}$, $e=2^{-0.3}$, $a=(0.3)^2=0.09<\frac{1}{2}=2^{-1}\quad\therefore c>e>a$

$d=\log_{\frac{1}{2}}0.3=\log_2\frac{1}{0.3}=\log_2\frac{10}{3}=\frac{\log\frac{10}{3}}{\log 2}\doteqdot 1.7>2^{0.5}=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}>2^{0.3}\Rightarrow d>c$

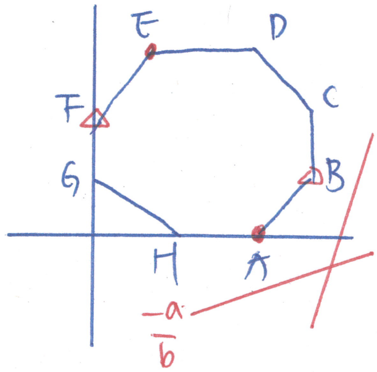
(3) #

6. $ax+by+10$ 最小值在A點 ⇒ 最大值在E點

右小 ⇒ $a<0$.

下小 ⇒ $b>0$

$m_{AH} < m = \frac{-a}{b} < m_{AB} \Rightarrow 0<\frac{-a}{b}<1$



求 $15-bx-ay \Rightarrow -b<0,\ -a>0$ ∴ 右小，上大.

$m=\frac{-b}{a}=\frac{1}{\frac{-a}{b}}$ ∴ $\frac{-b}{a}>1=m_{\overline{AB}}=m_{\overline{EF}}$

∴ 最大值 F，最小值 B

(5)#

7. $\log A=9.61 \Rightarrow A=10^{9.61}$

$\log B=4.82 \Rightarrow B=10^{4.82}$

(1) $A=10^{9.61}=10^{4.82}\times(10^{4.79})>2B$ (×)

(2)
(3) $AB=10^{9.61}\times 10^{4.82}=10^{14.43}$, $\log AB=14.43=14+0.43=14+\log 2\cdots$

∴ AB 是15位數且最高位數字=2

(4) $A+B=10^{9.61}+10^{4.82}\fallingdotseq 10^{9.61}$ ∴ $\log(A+B)\fallingdotseq 9.61=9+0.61=9+\log 4\cdots$

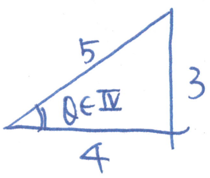
∴ A+B 是10位數

(5) $A+B^2=10^{9.61}+10^{9.64}=10^{9.61}(1+10^{0.03})\fallingdotseq 10^{9.61}\times 2$

∴ $\log(A+B^2)\fallingdotseq \log 10^{9.61}+\log 2\fallingdotseq 9.61+0.3010=9.911 \Rightarrow$ 10位數

(2)(3)(4)(5)#

8. $\tan\theta=\frac{-3}{4} \Rightarrow \theta\in$ II、IV、 又 y坐標 $=-4<0$ ∴ $\theta\in$ IV



(1) P點 $(r\cos\theta, r\sin\theta)$

(2) $y=r\sin\theta=-4 \Rightarrow r=\frac{-4}{-\frac{3}{5}}=\frac{20}{3}$

$x=r\cos\theta=\frac{20}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{16}{3}$

(3) $\sin\theta+\cos\theta=\frac{-3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$

(4) $\sin 2\theta=2\sin\theta\cdot\cos\theta=2(\frac{-3}{5})(\frac{4}{5})<0$

(5) $\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1=2(\frac{4}{5})^2-1=\frac{32}{25}-1>0$

(4)(5)#

9. $f(x)$ 是實係數 且 $f(1+i)=f(2-\sqrt{3})=0 \Rightarrow f(1-i)=0$

(1) 實係數 ⇒ 虛根共軛 $f(1-i)=0$ (o)

(2) 實係數 ⇒ √ 不一定共軛 (若要 √ 共軛，需為有理係數) (×)

(3) $f(\overline{2+i})=\overline{3i-1} \Rightarrow f(2-i)=-3i-1$ (×)

(4) $x f(x^2)=0 \Rightarrow x=0$ or $f(x^2)=0$

∵ $f(x)=0$ 有一實根 $2-\sqrt{3} \Rightarrow f(x^2)=0$ 有實根 $\pm\sqrt{2-\sqrt{3}}$ ⇒ 至少 $0, \pm\sqrt{2-\sqrt{3}}$ 三個實根 (o)

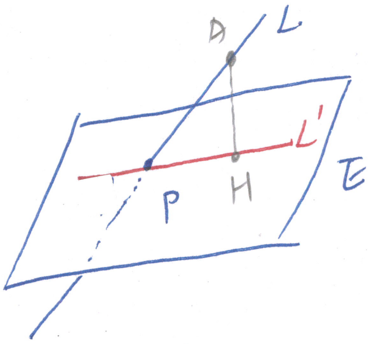
$(x^2=2-\sqrt{3} \Rightarrow x=\pm\sqrt{2-\sqrt{3}})$

(5) $f(x)=0$ 的解有 $1+i, 1-i, 2-\sqrt{3}$. ⇒ 剩下二根可能為二實根 or 二虛根.

又 $f(-1)\cdot f(0)<0 \Rightarrow (-1,0)$ 之間有奇數個實根 ⇒ 恰有一實根 (o)

(1)(4)(5) #

10、



設 P 為 L 與 E 之交點 ⇒ ∵ P 在 L 上

∴ 設 $P(1+3t, -5t, -2+t)$

又 P 在 E 上 ⇒ $(1+3t)-2(-5t)-(-2+t)=15$

⇒ $12t=12$, $t=1$ ∴ $P(4,-5,-1)$

$A(1,0,-2)$ 在 L 上. 設 H 為 A 在 E 上之投影點.

∵ H 在 $\overleftrightarrow{AH}$ 上、設 $H(1+s, -2s, -2-s)$

又 H 在 E 上 ⇒ $1+s-2(-2s)-(-2-s)=15$

⇒ $6s=12$, $s=2$ ∴ $H(3,-4,-4)$

L' 即為 $\overleftrightarrow{PH}$: $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$

將 (1)~(5) 選項代入 L' 檢查

(2)(4)(5) #

11、 標準差表示分散程度.

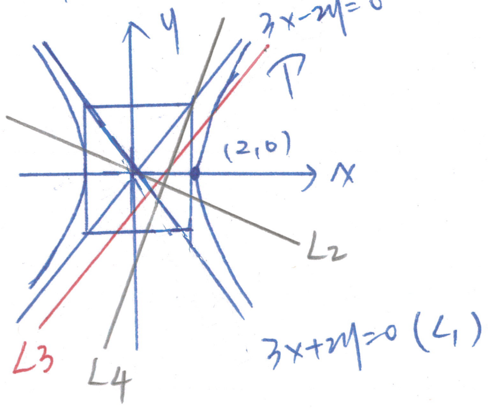
明顯可知 (2)(3)(5) 均不相同.

(1) $x, x, y \Rightarrow \mu_1=\dfrac{2x+y}{3}$ $\sigma_1=\sqrt{\dfrac{x^2+x^2+y^2}{3}-\left(\dfrac{2x+y}{3}\right)^2}$

(4) $x, x, x, x, y, y \Rightarrow \mu_4=\dfrac{4x+2y}{6}=\mu_1$, $\sigma_4=\sqrt{\dfrac{x^2+x^2+x^2+x^2+y^2+y^2}{6}-\left(\dfrac{2x+y}{3}\right)^2}=\sigma_1$

(1)(4) #

12、 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1 \Rightarrow$ 漸近線 $\frac{x}{2}\pm\frac{y}{3}=0 \Rightarrow 3x\pm 2y=0$



(1)~(4) 均可由圖判斷

L_1、L_4 無交點，L_2、L_3 有交點

(5) $\begin{cases} \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1 \\ 2x+y=2\sqrt{2} \Rightarrow y=2\sqrt{2}-2x \end{cases}$

$\therefore \frac{x^2}{4}-\frac{(2\sqrt{2}-2x)^2}{9}=1$

$\Rightarrow 7x^2-32\sqrt{2}x+68=0 \Rightarrow$ 有交點

$D=2048-1904>0$

(2)(3)(5)#

A、 $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{AD}$ 所圍成之六面體體積 $=60=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$

又 $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AD}$ 上之正射影為 $k\overrightarrow{AD} \Rightarrow \frac{(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AD}|}=|k\overrightarrow{AD}|$

$\therefore 60=k\cdot|\overrightarrow{AD}|^2 \Rightarrow k=\frac{20}{3}$ #

B、 $\log(x+y+2)=\log x+\log y+\log 2=\log(2xy) \Rightarrow x+y+2=2xy$

$\Rightarrow 2xy-x-y-2=0 \Rightarrow xy-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y-1=0 \Rightarrow (x-\frac{1}{2})(y-\frac{1}{2})=1+\frac{1}{4}$

$\Rightarrow (2x-1)(2y-1)=5 \quad \because x>y \Rightarrow \begin{cases} 2x-1=5 \\ 2y-1=1 \end{cases} \quad \therefore x=3,\ y=1$

(3,1) #

C、 $m\times2, t\times2, h\times1, c\times1, s\times1, a\times2, e\times1, i\times1$

至少兩個母音相鄰 = 全 − 母音均不相鄰 (先排其他，再插空)

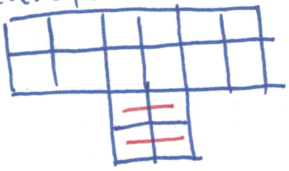
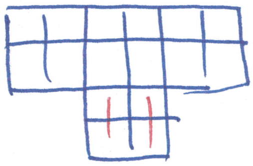
$=1-\frac{\frac{7!}{2!2!}\times C^8_4\cdot\frac{4!}{2!}}{\frac{11!}{2!2!2!}}=1-\frac{7!\,C^8_4\times4!}{11!}=\frac{26}{33}$ #

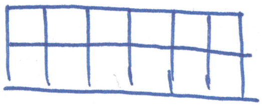
$\left(\frac{7!\,C^8_4\times4!}{11!}=\frac{8\times7\times6\times5}{11\times10\times9\times8}=\frac{7}{33}\right)$

D、 $10\times1+9\times3+8\times5+\cdots+1\times19$

$=\sum_{k=1}^{10}(-k+11)(2k-1)=\sum_{k=1}^{10}(-2k^2+23k-11)=(-2)\frac{10\times11\times21}{6}+23\frac{10\times11}{2}-11\times10=385$ #

E、case1:

 or 

⇒ $2\times$  ⇒

6田:1種

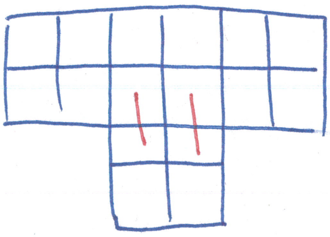
4田+2日:7種

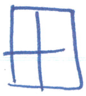
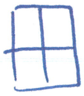
2田+4日:4種

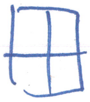
6日:1種

∴ $2\times 13=26$種

case2:



⇒ 僅剩下  + 

∴  2種 ⇒ $2^2=4$種　共 30種 #

F. 設數學成績 x 分,

考慮 $x-56$: $-6, -4, -3, -2, 0, 1, 4, 5, a-56, b-56$.

∵ $x-56$ 的平均$=0$ ⇒ $(-6)+(-4)+(-3)+(-2)+0+1+4+5+(a-56)+(b-56)=0$

⇒ $(a-56)+(b-56)=5$ …①

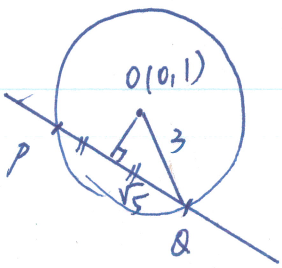
$x-56$ 的標準差$=4$ ⇒ $\sqrt{\dfrac{(-6)^2+(-4)^2+(-3)^2+(-2)^2+0^2+1^2+4^2+5^2+(a-56)^2+(b-56)^2}{10}}=4$

⇒ $(a-56)^2+(b-56)^2=53$ …②

由①,②知: $(-2)^2+7^2=53$ ∴ $a-56,\ b-56=-2$ or 7

∴ $|a-b|=9$

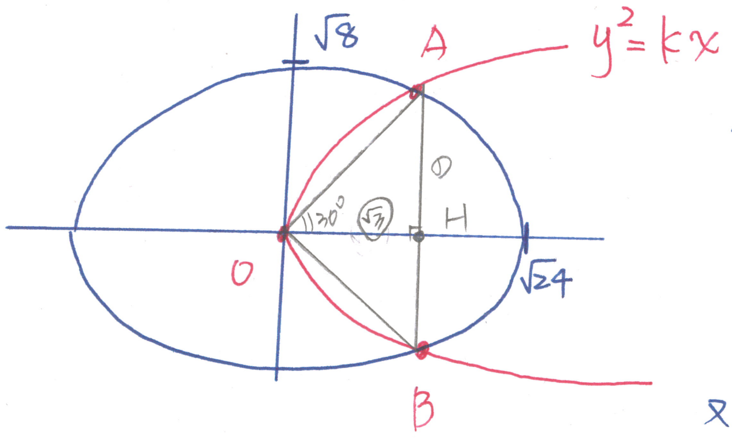
G、 $x^2+y^2-2y=8$ ⇒ $x^2+(y-1)^2=9$



由右圖知 ⇒ $d(O, L)=\sqrt{3^2-(\sqrt{5})^2}=2$

$\dfrac{|m\cdot 0+1+3|}{\sqrt{m^2+1^2}}=2$ ⇒ $\sqrt{m^2+1}=2$ ⇒ $m^2=3$

H、



設 $A(\sqrt{3}t, t)$

$\therefore$ A在 Γ_1 上

$\Rightarrow \dfrac{3t^2}{24}+\dfrac{t^2}{8}=1 \Rightarrow t^2=4 \Rightarrow t=2$

$\therefore A(2\sqrt{3}, 2)$

又 A在 Γ_2 上.

$\Rightarrow 2^2=k\cdot(2\sqrt{3}) \Rightarrow k=\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\underline{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}}$ #