1.

$|\sqrt{5}-\pi|+|2-\pi|+\sqrt{8-\sqrt{60}}=(\pi-\sqrt{5})+(\pi-2)+\sqrt{8-2\sqrt{15}}=(\pi-\sqrt{5})+(\pi-2)+\sqrt{5}-\sqrt{3}$

($8 = 5+3$, $15 = 5\times 3$)

$=2\pi-2-\sqrt{3}$

(4) #

2.

$P: y=2^x \xrightarrow[x\to y,\ y\to x]{對稱 y=x} x=2^y \xrightarrow[x\to -x]{對稱 y軸} -x=2^y \xrightarrow[x\to y,\ y\to x]{對稱 y=x} -y=2^x$

$\therefore y=-2^x$

(2) #

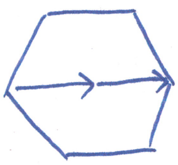
3. $n(S)=2^6$ ($\vec{u_1}$、$\vec{u_2}$、…、$\vec{u_6}$ 每次 2 個選擇)

$n(A)$: ① 想成三個方向 ↖、→、↘ ，各自合力為 0.

$(\vec{u_2},\vec{u_5})$ $(\vec{u_1},\vec{u_4})$, $(\vec{u_3},\vec{u_6})$

亦即 $\vec{u_1}=-\vec{u_4}$; $\vec{u_2}=-\vec{u_5}$; $\vec{u_3}=-\vec{u_6}$ $\Rightarrow$ 共 $2\times1\times2\times1\times2\times1=8$ 種.

② 若 $\vec{u_1}=\vec{u_4}$ ， Ex: $\vec{u_1}=\vec{u_4}=\rightarrow$



如此，為了合力為 0

$\Rightarrow \vec{u_2}=\vec{u_5}=\swarrow$ ， $\vec{u_3}=\vec{u_6}=\nwarrow$

此時，$\vec{u_1}+\vec{u_2}+\vec{u_3}+\vec{u_4}+\vec{u_5}+\vec{u_6}=\vec{0}$

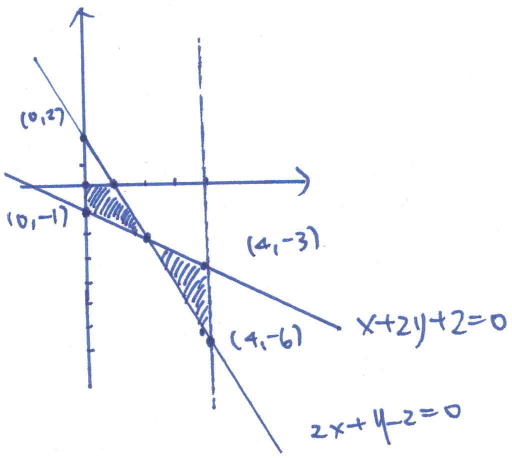
$\therefore$ 共 $2\times1\times1\times1\times1\times1=2$ 種

不
$\vec{u_1}=\rightarrow$
$\vec{u_1}=\leftarrow$

$\therefore n(A)=8+2=10$ $\qquad p=\frac{10}{64}$

(3) #

4.



$x-y$ 的最大值

可由平行線法 (x 越大、y 越小)

知 $4-(-6)=10$ 有最大值.

(5) #

5. r_{xy} 最小 $\Rightarrow$ 負相關，相關程度高 (負最多)

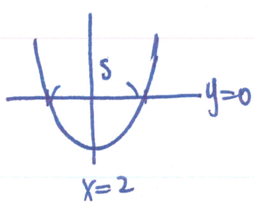
(2) #

6. $y=a(x-2)^2+b \Rightarrow a(x-2)^2+b=0$

$\therefore (x-2)^2=\frac{-b}{a}$

$x=2\pm\sqrt{\frac{-b}{a}}$

$\therefore S=2\sqrt{\frac{-b}{a}}$



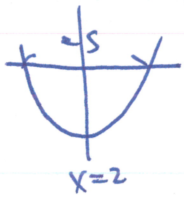
向下移 4. $\Rightarrow y+4=a(x-2)^2+b$

$\Rightarrow a(x-2)^2+b-4=0$

$\therefore (x-2)^2=\frac{4-b}{a}$

$x=2\pm\sqrt{\frac{4-b}{a}}$

$\therefore 2S=2\sqrt{\frac{4-b}{a}}$



6.

$2\sqrt{\frac{4-b}{a}}=2\left(2\sqrt{\frac{-b}{a}}\right) \Rightarrow \frac{4-b}{a}=4\left(\frac{-b}{a}\right) \Rightarrow 4-b=-4b \Rightarrow b=\frac{-4}{3}$

若再往下移 8 單位 $\Rightarrow y+8=a(x-2)^2+b$

$\Rightarrow a(x-2)^2+b-8=0$

$\Rightarrow (x-2)^2=\sqrt{\frac{8-b}{a}}$

$\Rightarrow x=2\pm\sqrt{\frac{8-b}{a}}$

$\Rightarrow kS=2\sqrt{\frac{8-b}{a}}=2\sqrt{\frac{\frac{28}{3}}{a}}=k\left(2\sqrt{\frac{\frac{+4}{3}}{a}}\right) \Rightarrow k=\sqrt{7}$ (1) #

(S 指 $2\sqrt{\frac{\frac{+4}{3}}{a}}$)

7. $f(2x)=3f(|x|) \Rightarrow f(x)=3f(|\frac{x}{2}|)$

(1) (2) $f(-x)=3f(|\frac{-x}{2}|)=3f(|\frac{x}{2}|)=f(x) \Rightarrow$ 偶函數.

(3) $f(0)=3f(|\frac{0}{2}|)=3f(0) \Rightarrow f(0)=0$

(4) (5) $f(0)=0$

$f(1)=1$ 　　顯然 (0,0), (1,1), (2,3) 不共線

$f(2)=3f(1)=3$ 　　$\therefore y=f(x)$ 不是常數也不是一次函數 　　(2)(3) #

8. (1) $f(x)$ 是 3 次多項式 $\Rightarrow$ 必有實根

(2) (3) $g(x)=2(x^3+1)+6(x^2+x)=2(x+1)(x^2-x+1)+6(x+1)x$

$=2(x+1)\left[(x^2-x+1)+3x\right]=2(x+1)(x^2+2x+1)=2(x+1)^3$

$\therefore g(x)=0$ 有三重根 $x=-1$.

(4) $f(1)=0$ 表 "$x-1$" 是 $f(x)$ 的因式.

(5) 若 $g(0)=2f(0)$, $g(1)=2f(1)$, $g(2)=2f(2)$, $g(3)=2f(3)$

即令 $h(x)=g(x)-2f(x)$, 至多為三次式, 但 $h(0)=h(1)=h(2)=h(3)=0$

$\therefore h(x)$ 是零多項式 $\Rightarrow h(4)=g(4)-2f(4)=0 \Rightarrow g(4)=2f(4)$ 　　(1)(2)(5) #

9. A: $x^2-x-2<0 \Rightarrow (x-2)(x+1)<0 \Rightarrow -1<x<2$

B: $\frac{x}{x-2}<1 \Rightarrow \frac{x}{x-2}-1<0 \Rightarrow \frac{x-(x-2)}{x-2}<0 \Rightarrow \frac{2}{x-2}<0 \Rightarrow x-2<0 \Rightarrow x<2$

(1) $A\cap B=-1<x<2$ (x) 　(2) $A\cup B=x<2=B$ (x) 　(3) $A\subset B$ (o)

(4) $A-B=\emptyset$ (x) 　(5) $0\in A$ 且 $0\in B \Rightarrow (0,0)\in A\times B$ (o) 　　(3)(5) #

10、 $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ 之解 (x_0,y_0) ⇒ $\begin{cases} a_1x_0+b_1y_0=c_1 \\ a_2x_0+b_2y_0=c_2 \end{cases}$

(1) $(a_1+b_1)x_0+b_1y_0=(a_1x_0+b_1y_0)+b_1x_0=c_1+b_1x_0\neq c_1$ (x)

(2) $a_1x_0+(a_1+b_1)y_0=(a_1x_0+b_1y_0)+a_1y_0=c_1+a_1y_0$ (o)

(3) $a_1x_0+b_1y_0=a_1x_0+b_1y_0$ (o)

(4) $a_1x_0+b_1y_0=c_1$ (o)

(5) $a_1x_0+b_1y_0=c_1\neq c_1+1$ (x)

(2)(3)(4) #

11、(1) $a_1=2$, $a_2=\frac{1}{1-2}=-1$, $a_3=\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$, $a_4=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=2$ ⇒ 3次1循環.

$a_{100}=a_1=2>0$

(2) $a_1=\frac{1}{2}$, $a_2=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)=\frac{3}{4}$, $a_3=\frac{1}{2}(\frac{3}{4}+1)=\frac{7}{8}$ ⇒ $a_n=1-\frac{1}{2^n}$, ∴ $a_{100}=1-\frac{1}{2^{100}}<0$

(3) $a_1=1$, $a_2=-(1+1)=-2$, $a_3=-(-2+1)=1$ ⇒ 2次1循環.

$a_{100}=a_2=-2<0$

(4) $a_1=1$, $a_2=1+(-1)^0=2$, $a_3=2+(-1)^1=1$ ⇒ 2次1循環

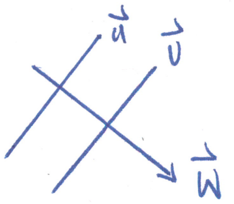
$a_{100}=a_2=2>0$

(5) $a_1=\frac{1}{2}$, $a_2=a_1+\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})$, $a_3=a_2+\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{2}+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})$

⇒ $a_{100}=1-\frac{1}{101}<0$

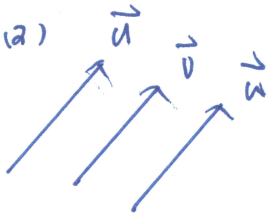
(1)(4) #

12、(1)



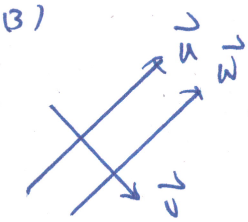
(o)

(2)



(o)

(3)



⇒ $\vec{u}\parallel\vec{w}$ (x)

(4) $\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}||\vec{v}|\cdot\cos\theta$

∵ $\vec{u}\parallel\vec{v}$ ⇒ $\theta=0^\circ$ or 180°

$\cos\theta=\pm1$

∴ $|\vec{u}\cdot\vec{v}|=|\vec{u}||\vec{v}|$ (o)

(5) $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$

⇒ $\vec{u}\perp\vec{v}$ (o)

(1)(2)(4)(5) #

A、設 $5P(B)=4\cdot P(C)=t \Rightarrow \begin{cases} P(B)=\frac{t}{5} \\ P(C)=\frac{t}{4} \end{cases}$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{1}{3} \Rightarrow P(A\cap B)=\frac{1}{3}P(B)=\frac{1}{3}\cdot\frac{t}{5}=\frac{t}{15}$$

$$P(A|C)=\frac{P(A\cap C)}{P(C)}=\frac{1}{4} \Rightarrow P(A\cap C)=\frac{1}{4}P(C)=\frac{1}{4}\cdot\frac{t}{4}=\frac{t}{16}$$

$$P(A|B\cup C)=\frac{P(A\cap(B\cup C))}{P(B\cup C)}=\frac{P((A\cap B)\cup(A\cap C))}{P(B\cup C)}$$

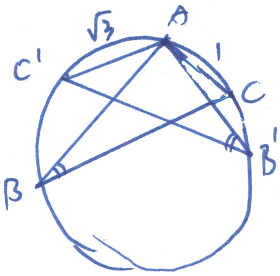
∵ B、C互斥 $=\frac{P(A\cap B)+P(A\cap C)}{P(B)+P(C)}=\frac{\frac{t}{15}+\frac{t}{16}}{\frac{t}{5}+\frac{t}{4}}=\frac{\frac{1}{15}+\frac{1}{16}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{4}}=\frac{16+15}{48+60}=\underline{\frac{31}{108}}$ #

B、G是△ABC之重心 $\Rightarrow \overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AG}|=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{9}|\overrightarrow{AB}|^2+\frac{2}{9}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\frac{1}{9}|\overrightarrow{AC}|^2}$$

$$=\frac{1}{3}\sqrt{2+2\cdot\sqrt{2}\cdot 2\cdot\cos 135^\circ+2^2}=\frac{1}{3}\sqrt{2-4+4}=\underline{\frac{\sqrt{2}}{3}}$$ #

C、



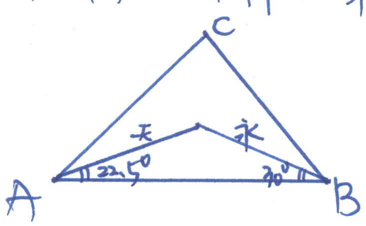
$\frac{\sqrt{3}}{\sin B'}=2R$，$\frac{1}{\sin B}=2R$

∵ $B+B'=90^\circ \Rightarrow B'=90^\circ-B$ ∴ $\sin B'=\cos B$

∴ $\sin B=\frac{1}{2R}$，$\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2R}$ 又 $\sin^2 B+\cos^2 B=1$ ∴ $2R=1$

∴ $\sin B=\frac{1}{2}$，$\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle B=\underline{30^\circ}$ #

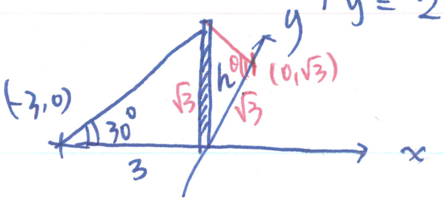
D、內心 ⇒ 角平分線交點



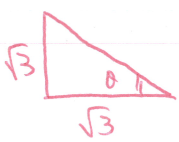
$$\frac{永}{天}=\frac{\sin 22.5^\circ}{\sin 30^\circ}=\frac{\sqrt{\frac{1-\cos 45^\circ}{2}}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{2\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}=\underline{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$$ #

E、第3分鐘 $\begin{cases} x=-1+2\cdot\cos 180^\circ=-3 \\ y=2\sin 180^\circ=0 \end{cases}$ $(-3,0)$

第5分鐘 $\begin{cases} x=-1+2\cos 300^\circ=0 \\ y=2\sin 300^\circ=\sqrt{3} \end{cases}$ $(0,\sqrt{3})$

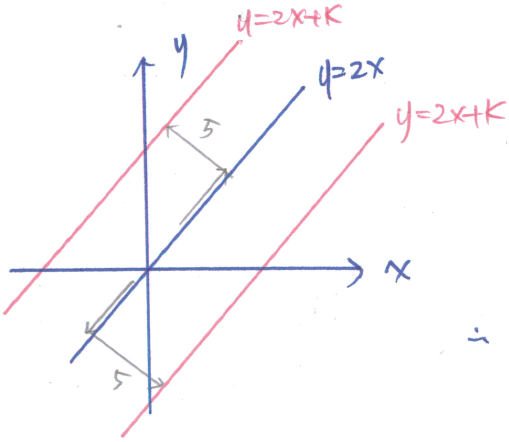


$\tan 30^\circ=\frac{h}{3} \Rightarrow h=3\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$



$\Rightarrow \tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\underline{1}$ #

F.

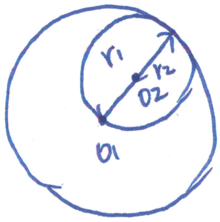


亦即 $y=2x$ 和 $y=2x+k$ 距離 $=5$

$(2x-y=0)$ $(2x-y+k=0)$

$$\therefore \frac{|k-0|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=5 \Rightarrow |k|=\underline{5\sqrt{5}}\ \#$$

G.



可由圖知 $\frac{r_2}{r_1}=\frac{1}{2}$，$\frac{r_{k+1}}{r_k}=\frac{1}{2}$

$\therefore r_{10}=1 \Rightarrow r_9=2 \Rightarrow r_8=2^2 \Rightarrow \cdots \Rightarrow r_1=2^9$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} r_k=\frac{1\cdot(2^{10}-1)}{2-1}=\underline{1023}\ \#$$

H.

甲走(A→B) 乙走(A→B) 甲走(B→C) 乙走(B→C)

$4 \times 3 \times 5 \times 5 = \underline{300}\ \#$