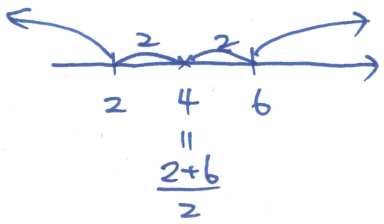
1. $x \le 2$ or $x \ge 6$



$\Rightarrow |x-4| > 2$

$\Rightarrow \left|\frac{3}{4}x-3\right| > \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \left|\frac{-3}{4}x+3\right| > \frac{3}{2}$

$a=\frac{-3}{4}$, $b=\frac{3}{2}$

$a+b=\frac{3}{4}$

(4) *

2. 令 $x = 1.05^{100}$

取 log $\Rightarrow \log x = \log 1.05^{100} = 100 \cdot \log 1.05 = 100 \times 0.0212 = 2.12$

$= \underset{\text{不}}{2} + \underset{\uparrow}{0.12} \approx 132$

3位數 $\log 1.32$

(3) *

3. 可化為有限小數 $\Rightarrow$ 分母只有2 or 5兩個質因數.

分母 $24 = 3 \times 2^3$ $\Rightarrow$ 分子需為3的倍數

數字和 $= 3+1+5+a+2+1 = 12+a$ 是3的倍數

$\Rightarrow a = 0, 3, 6, 9$ 共4個

(2) *

4. 迴歸線必過平均點 $(\mu_x, \mu_y) = \left(11, \frac{43+k}{5}\right)$

代入 $\Rightarrow \frac{43+k}{5} = \frac{4}{5} \times 11 + \frac{6}{5} = 10 \Rightarrow k = 7$

(1) *

5. 令 $x = 7^{\frac{2}{3}} \Rightarrow \log x = \frac{2}{3}\log 7 = \frac{2}{3} \times 0.845 = 0.5634$

$\log 3 = 0.4771$

$\log x = 0.5634$

$\log 4 = 0.6020$

$\therefore x$ 靠近 4 $\Rightarrow$ 選 3.7

(4) *

6、設甲往右走 x 步，乙往左走 y 步

若要停在同一格 $\Rightarrow x+y=5$

$5=2+3$ (2項) $\rightarrow 2!$

$=1+1+3$ (3項) $\rightarrow \frac{3!}{2!}$

$=1+2+2$ (3項) $\rightarrow \frac{3!}{2!}$

$=1+1+1+2$ (4項) $\rightarrow \frac{4!}{3!}$

$=1+1+1+1+1$ (5項) $\rightarrow 1$

13種方法

無解 *

7、 $f(x)=(2x-3)Q(x)+r$ ⋯ (*)

(1) (*) $f(x)=(2x-3)Q(x)+r$ (O)

$=\underbrace{(x-\frac{3}{2})}_{\text{除式}}\cdot\underbrace{2Q(x)}_{\text{商}}+\underbrace{r}_{\text{餘}}$

(2) (*) $f(x)=(2x-3)Q(x)+r$ (O)

$=\underbrace{(2x-3)\cdot 5}_{\text{除式}}\cdot\underbrace{\frac{Q(x)}{5}}_{\text{商}}+\underbrace{r}_{\text{餘}}$

(3) $xf(x)=x[(2x-3)Q(x)+r]$

$=x(2x-3)Q(x)+rx$

$=\underline{(2x-3)}\,\underline{xQ(x)}+\underline{rx}$

$=(2x-3)xQ(x)+(2x-3)\cdot\frac{r}{2}+\frac{3}{2}r$

$=\underline{(2x-3)}\left[xQ(x)+\frac{r}{2}\right]+\frac{3}{2}r$

rx 不是真正餘式 (∵除式是一次式) (X)

$$2x-3\overline{)\,rx\;\;\frac{r}{2}}$$
$$\underline{rx-\frac{3}{2}r}$$
$$\frac{3}{2}r$$

↑ 真正餘式

(4) $f(\frac{x}{2})=(2\cdot\frac{x}{2}-3)Q(\frac{x}{2})+r=\underbrace{(x-3)}_{\text{除式}}\underbrace{Q(\frac{x}{2})}_{\text{商}}+\underbrace{r}_{\text{餘}}$ (O)

(5) $f(3x)=(2\cdot 3x-3)Q(3x)+r$

$=\underbrace{(2x-1)}_{\text{除式}}\cdot\underbrace{3Q(3x)}_{\text{商}}+\underbrace{r}_{\text{餘}}$ (O)

(3) *

8.

乙 = 甲 + 4 $\Rightarrow \sigma_2 = \sigma_1$

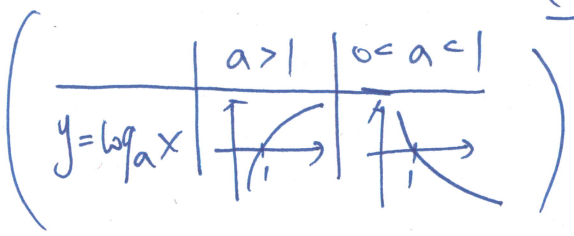
丙 = 2×甲 + 1 $\Rightarrow \sigma_3 = 2\sigma_1$

丁 = (−2)×甲 + 1 $\Rightarrow \sigma_4 = 2\sigma_1$

$\rightarrow \sigma_3 = \sigma_4 > \sigma_1 = \sigma_2$

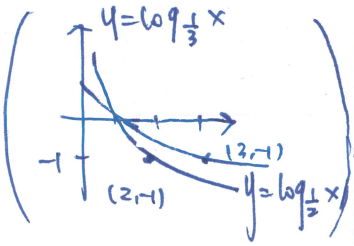
(4)(5) ✱

9. $\log_{\frac{1}{a}} 3 > \log_b \frac{1}{3} > 0$



由圖形知, $\frac{1}{a} > 1$

$0 < b < 1$



又 $\log_{\frac{1}{a}} 3 = -\log_a 3 > -\log_b 3 \Rightarrow \log_a 3 < \log_b 3$

$\therefore a > b$ ($0 < a, b < 1$, 變號)

$\Rightarrow 0 < b < a < 1$

(1) $\log_a 4 + \log_a 8 = \log_a 32 > \log_a 36 = 2\log_a 6$ (O)

($\because 0 < a < 1$)

(2) $1 = \log_a a$

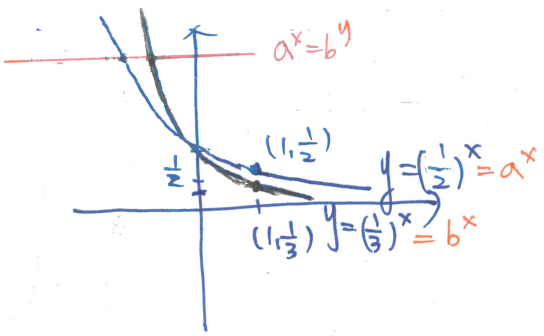
$\because 0 < a < 1 \Rightarrow \log_a a < \log_a b \Rightarrow \log_a b > 1$ (O)

(3) $0 < b < 1 \Rightarrow b^3 < b^2$ (X)

(4) $a > b$ 且 $a^x > b^x \Rightarrow x > 0$ (O)

(5) $\#_{(5)}$ $x, y < 0 \Rightarrow x < y$ (X)

$x, y > 0 \Rightarrow x > y$



(1)(2)(4) ✱

可參考本題

10、

不中3彈 $= (1-p)(1-q)\cdot\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ .... ①

中一彈 $= p(1-q)\cdot\frac{3}{4} + (1-p)\cdot q\cdot\frac{3}{4} + (1-p)(1-q)\cdot\frac{1}{4} = \frac{11}{24}$

中二彈 $= p\cdot q\cdot\frac{3}{4} + p\cdot(1-q)\cdot\frac{1}{4} + (1-p)\cdot q\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

中三彈 $= p\cdot q\cdot\frac{1}{4} = 1-\frac{1}{4}-\frac{11}{24}-\frac{1}{4} = \frac{1}{24}$ ... ②

① $(1-p)(1-q) = \frac{1}{3} \Rightarrow 1-p-q+pq = \frac{1}{3} \Rightarrow p+q = 1+\frac{1}{6}-\frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ ... ③

② $p\cdot q = \frac{1}{6}$

③代入② $\Rightarrow p\cdot(\frac{5}{6}-p) = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{5}{6}p-p^2 = \frac{1}{6} \Rightarrow p^2-\frac{5}{6}p+\frac{1}{6} = 0$

$\Rightarrow 6p^2-5p+1 = 0 \Rightarrow (3p-1)(2p-1) = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{3}$ or $\frac{1}{2}$

$\because p > q \quad \therefore p = \frac{1}{2},\ q = \frac{1}{3}$

(1) $\frac{1}{24}$ (O) (2) $p+q = \frac{5}{6}$ (X) (3) $p = \frac{1}{2}$ (O) (4) $q = \frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ (X)

(5) 乙兩射對中 $= \frac{1}{3}\times\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ (O)

(1)(3)(5) ☆

11、(1)

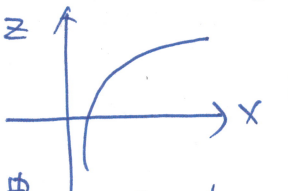
(2) $\sqrt{20} = 4.\cdots$ ⇒ (a)為 $Y = \sqrt{X}$ 的直方圖

$\log_{10}20 = 1.\cdots$ ⇒ (b)為 $Z = \log_{10}X$ 的直方圖

(3) 正確

(4) 平均：僅"+"、"−"、"×"、"÷"跟著變換，沒有"√" (X)

(5) $Z = \log_{10}X$



為遞增

∴ X的中位數 M_X $\xrightarrow{\text{變換}}$ $\log_{10}M_X$ 仍是Z的中位數 (X)

但X為偶數，中位數為 $\frac{25.8+26.2}{2} = 26$

Z的中位數為 $\frac{\log_{10}25.8+\log_{10}26.2}{2} \neq \log_{10}26$ (2)(3)☆

12.

(1) $10\times10\times10=1000$ (X)

a有10個選擇

(2) $C_3^{10}\times 1 = C_3^{10}$ (O)

挑3個數 各有1種排入a,b,c方法

(3) $(a<b<c)+(a<b=c)$

$= C_3^{10} + C_2^{10}$ (O)

(4) $a\le b\le c = (a<b<c)+(a=b<c)+(a<b=c)+(a=b=c)$

$= C_3^{10} + C_2^{10} + C_2^{10} + C_1^{10}$ (X)

(5) 成等差,討論公差 d.

d=1	d=2	d=3	d=4
1,2,3	1,3,5	1,4,7	1,5,9
2,3,4	2,4,6	2,5,8	2,6,10
⋮	⋮	⋮	
8,9,10	6,8,10	4,7,10	
8種	6種	4種	2種 ⇒ 20種

$P=\dfrac{20}{C_3^{10}}=\dfrac{2C_2^5}{C_3^{10}}$ (O)

(2)(3)(5) *

二、

A. $2x^2-x+1 = A(x-2)(x-3)+B(x-1)(x-3)+C(x-1)(x-2)$

$x=2$ 代入 $\Rightarrow 7=-B \Rightarrow B=-7$

$x=3$ 代入 $\Rightarrow 16=2C \Rightarrow C=8$

$x=1$ 代入 $\Rightarrow 2=2A \Rightarrow A=1$

$A+B+C=\underline{2}$ *

B. a,b,c 成等差 $\Rightarrow b-d, b, b+d$ $\because b>0$

4,a,b 成等比 $\Rightarrow (b-d)^2=4b \Rightarrow b-d=2\sqrt{b}$ ⋯(1)

b,c,64 成等比 $\Rightarrow (b+d)^2=64b \Rightarrow b+d=8\sqrt{b}$ ⋯(2)

$\therefore$ (1)+(2) $\Rightarrow 2b=10\sqrt{b} \Rightarrow \sqrt{b}=5 \Rightarrow b=25$, $a+b+c=3b=\underline{75}$ *

C. 第 n 項結束有 $(1+2+\cdots+n)=\frac{n(n+1)}{2}$ 項

$\frac{n(n+1)}{2}=200 \Rightarrow n(n+1)=400$.

取 $n=19 \Rightarrow \frac{19\times20}{2}=190$，前 $\underbrace{1+(2+2)+\cdots+(19+\cdots+19)}_{190\text{項}}+\underbrace{20+\cdots+20}_{10\text{項}}$

（19個、10個）

$=1^2+2^2+\cdots+19^2+20\times10$

$=\frac{19\times\overset{10}{20}\times\overset{13}{39}}{6}+200=2670$ #

D. $\sigma_x=\sqrt{\frac{\Sigma(x_i-\mu_x)^2}{n}}$

X: $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \mid a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}$

（$d=2$ $d=2$ $d=2$；平均為 $\frac{a_5+a_6}{2}$）

$X-\mu_x$: $-9, -7, -5, -3, -1, (0), 1, 3, 5, 7, 9$

$\Rightarrow \sigma_x=\sqrt{\frac{2(1^2+3^2+5^2+7^2+9^2)}{10}}=\sqrt{\frac{165\times2}{10}}=\sqrt{33}$ #

E. $x^4-10x^2+8x+k=0$，有2根和$=2$.

設 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 為方程式的四根且 $\alpha+\beta=2 \Rightarrow$ 有因式 x^2-2x+m

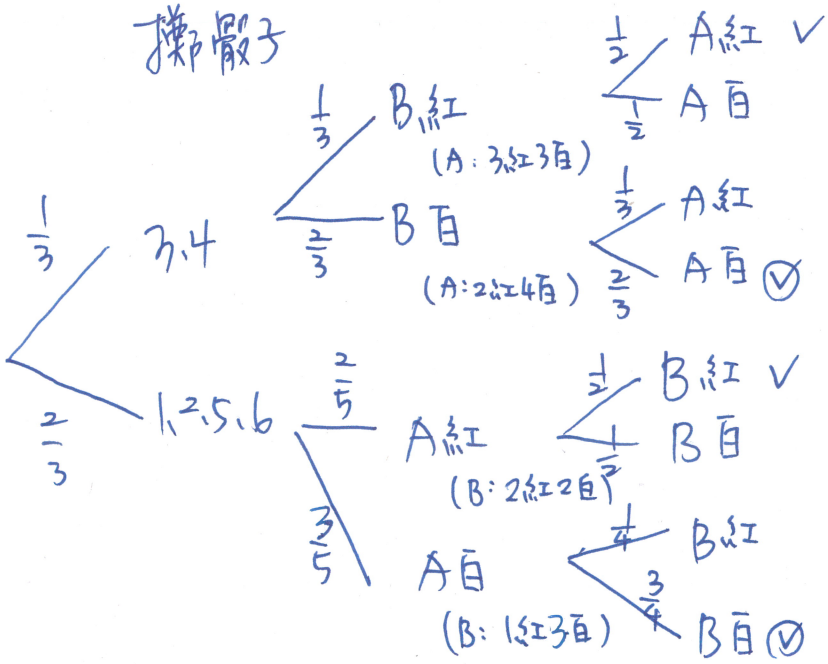
由根的係數知 $\alpha+\beta+\gamma+\delta=0 \Rightarrow \gamma+\delta=-2 \Rightarrow$ 有因式 x^2+2x+n

$\therefore x^4-10x^2+8x+k=(x^2-2x+m)(x^2+2x+n)$

$=x^4+(m+n-4)x^2+(2m-2n)x+mn$

$\Rightarrow \begin{cases} m+n-4=-10 \\ 2m-2n=8 \end{cases} \Rightarrow m=-1, n=-5 \Rightarrow k=5$ #

F. 擲骰子



$$P=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}}{\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}}$$

$$=\frac{80+162}{30+80+72+162}=\frac{242}{344}=\frac{121}{172}\ *$$

G. 設 T_1 小時可得30分；T_2 小時可得60分.

$$y=\frac{10^{2x-1.5}}{1+10^{2x-1.5}}\times 100=\left(1-\frac{1}{1+10^{2x-1.5}}\right)\times 100$$

$$\Rightarrow \frac{y}{100}=1-\frac{1}{1+10^{2x-1.5}} \Rightarrow \frac{1}{1+10^{2x-1.5}}=1-\frac{y}{100}=\frac{100-y}{100}$$

$$\Rightarrow 1+10^{2x-1.5}=\frac{100}{100-y} \Rightarrow 10^{2x-1.5}=\frac{100}{100-y}-1=\frac{y}{100-y}$$

$(T_1,30)$ 代入 $\Rightarrow 10^{2T_1-1.5}=\frac{30}{70}$ ... (1)

$(T_2,60)$ 代入 $\Rightarrow 10^{2T_2-1.5}=\frac{60}{40}$ ... (2)

$$\frac{(2)}{(1)}\Rightarrow 10^{2(T_2-T_1)}=\frac{\frac{6}{4}}{\frac{3}{7}}=\frac{42}{12}=\frac{7}{2}$$

取log $\Rightarrow 2(T_2-T_1)=\log 7-\log 2$

$$\Rightarrow T_2-T_1\fallingdotseq\frac{0.8451-0.3010}{2}$$

$\fallingdotseq 0.27205$ 小時

$\fallingdotseq 16...$

至少 17 分 *

H.

$9 = 1+1+7 \Rightarrow \frac{3!}{2!}$

$= 1+2+6 \Rightarrow 3!$

$= 1+3+5 \Rightarrow 3!$

$= 1+4+4 \Rightarrow \frac{3!}{2!}$

$= 2+2+5 \Rightarrow \frac{3!}{2!}$

$= 2+3+4 \Rightarrow 3!$

$= 3+3+3 \Rightarrow 1$

共7種。