1. 有理數：可以化為分數，十進位數可表示成有限小數或無限循環小數

無理數：是實數（可以畫在數線上，or 沒有 i），但不是有理數

(3) $x=\pm\sqrt{3}$ 均為無理

(4) $\sin 15^\circ \cos 15^\circ = \frac{1}{2}\sin 30^\circ = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(5) $\log_5 \frac{5}{2} + \log_5 10 = \log_5 25 = 2$

(3) #

2、 $f(x) = ax^2 - 4ax + b = a(x^2-4x)+b = a(x-2)^2+b-4a.$ $(a<0)$

$\therefore$ $x=2$ 有最大值 $f(2)=b-4a=12$ ……①

$x=5$ 有最小值 $f(5)=9a+(b-4a)=-6$ ……②

②−①：$9a=-18$，$a=-2$，$b=4$.

(2) #

3、 200元：藍　100元：綠、紅、黃

$500元 = 100\times 5 \Rightarrow (0,0,5): \frac{3!}{2!}$　$(0,2,3): 3!$　$(1,2,2): \frac{3!}{2!}$

$(0,1,4): 3!$　$(1,1,3): \frac{3!}{2!}$　共21種

$500元 = 200\times 1 + 100\times 3 \Rightarrow (0,0,3): \frac{3!}{2!}=3$　$(1,1,1): \frac{3!}{3!}=1$

$(0,1,2): 3!=6$　共10種

$500元 = 200\times 2+100 \Rightarrow (0,0,1): \frac{3!}{2!}$　共3種

34種

(4) #

4. 原式 $= C^n_0\left(\frac{-1}{4}\right)^0\cdot 1^n + C^n_1\left(\frac{-1}{4}\right)^1\cdot 1^{n-1} + C^n_2\left(\frac{-1}{4}\right)^2\cdot 1^{n-2} + \cdots + C^n_n\left(\frac{-1}{4}\right)^n\cdot 1^0$

$= \left(\frac{-1}{4}+1\right)^n < \frac{1}{1000} \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^n < \frac{1}{1000}$

取 log $\Rightarrow \log\left(\frac{3}{4}\right)^n < \log\frac{1}{1000} \Rightarrow n(\underset{0.4771}{\log 3} - \underset{0.6020}{\log 4}) < -3 \Rightarrow n > \frac{3}{0.1249} = 24.\cdots$

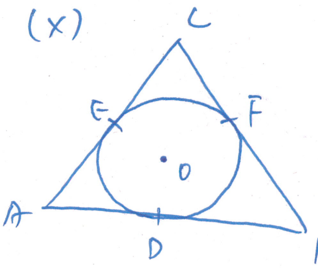
$\therefore n \geq 25$

(5) #

5.
(1) O為內心 ⇒ 無此性質（$\vec{GA}+\vec{GB}+\vec{GC}=\vec{0}$，G是重心）(×)

(2) $\vec{AO}\cdot\vec{AB} = \overline{AD}\times\overline{AB}$
$\vec{AO}\cdot\vec{AE} = \overline{AE}\times\overline{AC}$
又 $\overline{AD}=\overline{AE}$，$\overline{AB}>\overline{AC}$　$\therefore \vec{AO}\cdot\vec{AB} > \vec{AO}\cdot\vec{AE}$ (○)

(3) $\vec{AO}$ 在 $\vec{AB}$ 上的正射影長 $=\overline{AD}$
$\vec{AO}$ 在 $\vec{AC}$ 上的 〃 $=\overline{AE}$
$\overline{AD}=\overline{AE}$ (×)



(4) $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = |\vec{AB}||\vec{AC}|\cdot\cos\theta \leq \overline{AB}\times\overline{AC}$ (×)

(5) 若 $\vec{AO} = \frac{3}{5}\vec{AC}+\frac{2}{5}\vec{AB} \Leftrightarrow$ O、C、B 共線 (×)

(2) #

6. (1) 需"整係數"多項式 (×)

(2) $f(2)\cdot f(3)>0$ 不保証沒有實根

(例：若 $f(2.5)<0$，則 $2\sim2.5$ 間有根，$2.5\sim3$ 間有根)

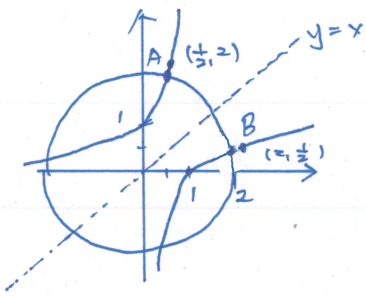
(3) 若 $a_0=0$，則 $f(0)=0$ ⇒ $f(x)=0$ 有一根 0 (○)

(4) $f(x)$ 是實係數多項式 ⇒ 虛根會共軛 (○)

(5) $x^4-2x^2-3=0 \Rightarrow (x^2-3)(x^2+1)=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}, \pm i$. 不一定有有理根 (×)

(3)(4)#

7. $y=4^x$ 和 $y=\frac{1}{2}\log_2 x=\log_4 x$ 對稱 $y=x$



(1) A在圓上 ⇒ $x_1^2+y_1^2=4$ (○)

(2) 圓的最大y坐標 = 2 (與y軸交點)

又A在圓上 ⇒ $y_1<2$ (○)

(3) ∵ $(\frac{1}{2},2)$ 在 $y=4^x$ 上，

且 A在 $y=4^x$ 上，又 $y_1<2$ ∴ A在 $(\frac{1}{2},2)$ 左側 ⇒ $x<\frac{1}{2}$ (×)

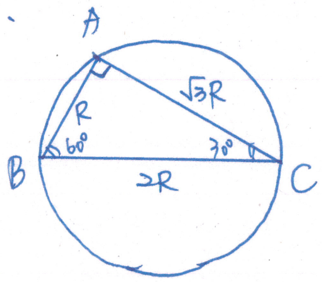
(4) ∵ A、B 二點對稱 $y=x$

∴ $x_1+y_1=x_2+y_2$ (×)

(5) $\overline{AB}$ 垂直 $y=x$ ⇒ $m_{AB}=-1$ (×)

(1)(2)#

8.



設外接圓半徑R ⇒ $\overline{AB}=R$，$\overline{BC}=2R$

∵ $\angle A=90^\circ$ ⇒ $\overline{AC}=\sqrt{3}R$

(1) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times R\times\sqrt{3}R$ ∴ $\triangle ABC=\frac{1}{4}\overline{BC}\times\overline{AC}$ (○)

$\frac{1}{4}\times\overline{BC}\times\overline{AC}=\frac{1}{4}\times2R\times\sqrt{3}R$

(2) 若D在 $\overset{\frown}{AC}$ 劣弧上 ⇒ $\angle ADC=120^\circ$ ⇒ $\cos\angle ADC=\pm\frac{1}{2}$ (×)

D在 $\overset{\frown}{AC}$ 優弧上 ⇒ $\angle ADC=60^\circ$

(3) BC是平角 ⇒ 差 180°.

B是 30°，C是 210° ⇒ 差 180° (○)

(4)

(5) 若D在 $\overset{\frown}{BC}$ 上，與A不同弧 ⇒ $\angle ABD+\angle ACD=180^\circ$ … case 1

與A同弧 ⇒ $\angle ABD=\angle ACD$ … case 1

case1：$\sin\angle ABD=\sin\angle ACD$，$\cos\angle ABD=-\cos\angle ACD$.

case 2：$\sin\angle ABD=\sin\angle ACD$，$\cos\angle ABD=\cos\angle ACD$.

(1)(3)(5)#

9. (1) $P(x,y)$, $L: x-2=0$, $F(-4,1)$ ⇒ $d(P,L)=\overline{PF}$, $F \notin L$ ⇒ 拋(○)

(2) $P(x,y)$, $F_1(-1,2)$, $F_2(5,-6)$ ⇒ $|\overline{PF_1}-\overline{PF_2}|=10$ 但 $2c=\sqrt{6^2+(-8)^2}=10=2a$ ⇒ 線段 (×)

(3) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ ⇒ $a=3,\ b=4$ ⇒ $2a=6$, ⇒ $|\overline{PF_1}-\overline{PF_2}|=6$
$\therefore c=5$

又 $\overline{PF_1}:\overline{PF_2}=1:4$ ⇒ $|k-4k|=6$ ⇒ $k=2$, $\overline{PF_1}=2$, $\overline{PF_2}=8$, $\overline{F_1F_2}=2c=10$

∴周長 $=20$ (○)

(4) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{2}=1$ ⇒ $a=3,\ b=\sqrt{2},\ c=\sqrt{11}$ ∴焦點 $(\pm\sqrt{11},0)$ (○)

$\frac{x^2}{14}+\frac{y^2}{3}=1$ ⇒ $a=\sqrt{14},\ b=\sqrt{3},\ c=\sqrt{11}$ ∴焦點 $(\pm\sqrt{11},0)$

(5) $x^2-2x+(-4y^2-16y)=19$ ⇒ $(x-1)^2-4(y+2)^2=4$ ⇒ $\frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(y+2)^2}{1}=1$

∴漸近線 $\frac{x-1}{2}\pm\frac{y+2}{1}=0$ ∴ $m=\pm\frac{1}{2}$ (×)

(1)(3)(4) #

10. (1)(2) 無法得知 μ_z, σ_z (僅 +、−、×、÷ 有規則) (×)

(3) $\sigma_y=\frac{3}{2}\sigma_x=\frac{27}{2}$, $\sigma_w=\sigma_x=9$ (○)

(4) 相關係數: $y_i=\frac{3}{2}x_i+6$ ⇒ $r_{xy}=1$ (完全落在直線上) (○)

$w_i=x_i+24$ ⇒ $r_{wx}=1$ (完全落在直線上)

(5) y_i 對 x_i 迴歸線: $y=\frac{3}{2}x+6$ (×)

w_i : $w=x+24$

(3)(4) #

11. 新管線: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$, 可保留 ⇒ 不相交

(1)(2)(3) 線、面不相交 ⇒ 線、面平行 ⇒ $\underset{(線)}{\vec{\ell}} \perp \underset{(面法)}{\vec{n}}$ ⇒ $\vec{\ell}\cdot\vec{n}=0$

(1) $(1,1,2)\cdot(1,1,2)\neq 0$ (×)

(2) $(1,1,2)\cdot(2,4,-3)=0$ (檢查平行 or 重合)

$(2,1,-2)$ 代入 $2x+4y-3z-14=4+4+6-14=0$ (重合) (×)

(3) $(1,1,2)\cdot(1,1,-1)=0$ (檢查平行 or 重合)

$(2,1,-2)$ 代入 $x+y-z-4=2+1+2-4\neq 0$ (平行) (○)

(4)(5) 直線、直線不相交 ⇒ 平行 or 歪斜

(4) $\begin{cases} x+y+2z=2 \\ 3x-y+2z=2 \end{cases}$ ⇒ $(4,4,-4) \parallel (1,1,-1)$
點 $(0,0,1)$

∴不平行, 檢查是否有交點.

$\begin{cases} x=t &= 2+s \cdots ① \\ y=t &= 1+s \cdots ② \\ z=1-t &= -2+2s \end{cases}$ 由①②知無解 ∴沒有交點 ⇒ 歪斜 (○)

(5) $\begin{cases} x=3+t &= 2+s \\ y=2+t &= 1+s \\ z=-3-t &= -2+2s \end{cases}$ ⇒ $t=-1,\ s=0$ 交點 $(2,1,-2)$ (×)

(3)(4) #

12、轉移矩陣　　　　科　金　不（原）　　　起始矩陣　　　　103-3北模

(1)
$$M=\begin{array}{c|ccc} & 科 & 金 & 不 \\ \hline 科 & 0.6 & 0.2 & 0.4 \\ 金 & 0.3 & 0.5 & 0.4 \\ 不 & 0.1 & 0.3 & 0.2 \end{array}\quad (\text{o}) \qquad X_0=\begin{bmatrix}0.3\\0.5\\0.2\end{bmatrix}$$
（新）

(2)
(3) $X_1 = MX_0 = \begin{bmatrix}0.6&0.2&0.4\\0.3&0.5&0.4\\0.1&0.3&0.2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.3\\0.5\\0.2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.36\\0.42\\0.22\end{bmatrix}$ → 科, → 金

(4) $X_2 = M^2X_0 = M(MX_0) = \begin{bmatrix}0.6&0.2&0.4\\0.3&0.5&0.4\\0.1&0.3&0.2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.36\\0.42\\0.22\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.388\\ \\ \end{bmatrix}$ → 科 (o)

(5) 設穩定狀態：科 x，金 y，不 $(1-x-y)$

$$\begin{bmatrix}0.6&0.2&0.4\\0.3&0.5&0.4\\0.1&0.3&0.2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\1-x-y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\\y\\1-x-y\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}0.6x+0.2y+0.4(1-x-y)=x\\0.3x+0.5y+0.4(1-x-y)=y\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}0.8x+0.2y=0.4\\0.1x+0.9y=0.4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4x+y=2\ \cdots ①\\x+9y=4\ \cdots ②\end{cases}$$

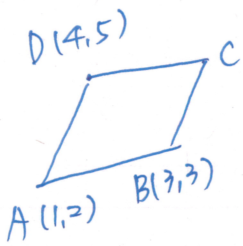
②×4−①：$35y=14,\ y=\frac{2}{5}$

$x=\frac{2}{5}$ (x)

(1)(3)(4) #

A、 $\sqrt{7+2\sqrt{12}}=\sqrt{4}+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$

$\frac{k}{3}<2+\sqrt{3}<\frac{k+1}{3}\Rightarrow k<\underbrace{6+\sqrt{27}}_{11.\cdots}<k+1\Rightarrow k=11$ #

B、


□ABCD面積 $=\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AB}\\\overrightarrow{AD}\end{vmatrix}\right|=\left|\begin{vmatrix}2&1\\3&3\end{vmatrix}\right|=3$ #

C、 $p=\dfrac{小明勝且小明出石頭}{小明勝}=\dfrac{(石,剪)}{(石,剪)+(布,石)+(剪,布)}=\dfrac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$ #

明 美

D. $a_1=1$

$a_2=a_1+2$

$a_3=a_2+3$

$\vdots$

+) $a_n=a_{n-1}+n$

$a_n=1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

$S_{10}=A_{10}-A_9$

$=\left(\frac{10\times11}{2}\right)^2-\left(\frac{9\times10}{2}\right)^2$

$=3025-2025$

$=1000$ #

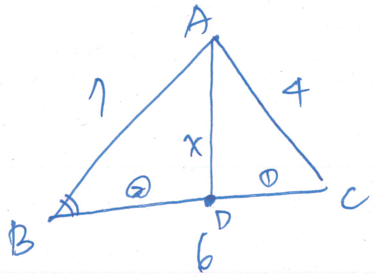
E. 設圓心 $O(x,y)$

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC} \Rightarrow \begin{cases} \overline{OA}=\overline{OB}: \cancel{x^2}+\cancel{y^2}\underline{-6y+9}=\cancel{x^2}-8x+16+\cancel{y^2}\underline{-6y+9} \\ \overline{OA}=\overline{OC}: \cancel{x^2}+\cancel{y^2}-6y+9=\cancel{x^2}-12x+36+\cancel{y^2}-2y+1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ 12x-4y=28 \end{cases} \Rightarrow (x,y)=(2,-1)$ $\quad d(O,L)=\dfrac{|3\times2-4(-1)-12|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\underline{\dfrac{2}{5}}$ #

F. $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=6:4:7$, 又 $a=\overline{BC}=6$.

$\therefore b=4,\ c=7.$ $\quad \because \overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overline{BD}:\overline{CD}=2:1$



$\therefore \overline{BD}=4,\ \overline{CD}=2$. 設 $\overline{AD}=x$

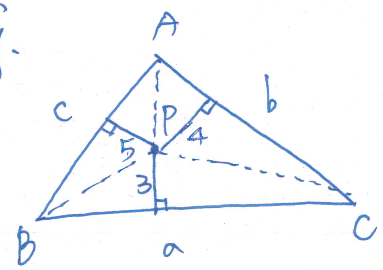
$\cos B=\dfrac{7^2+4^2-x^2}{\cancel{2\cdot7\cdot4}\ 2}=\dfrac{7^2+6^2-4^2}{\cancel{2\cdot7\cdot6}\ 3}$

$(\triangle ABD) \qquad (\triangle ABC)$

$\Rightarrow \cancel{3}(49+16-x^2)=2(4\cancel{9+36-16})$ $\quad 23$

$\Rightarrow 65-x^2=46 \Rightarrow x^2=19 \Rightarrow \underline{x=\sqrt{19}}$ #

G.



$\triangle ABC$ 面積 $=\frac{1}{2}\times3\times a+\frac{1}{2}\times4\times b+\frac{1}{2}\times5\times c$

三個正方形面積和 $=a^2+b^2+c^2=100$

$\therefore (a^2+b^2+c^2)\left((\tfrac{3}{2})^2+(\tfrac{4}{2})^2+(\tfrac{5}{2})^2\right)\geq\left(\tfrac{3}{2}a+\tfrac{4}{2}b+\tfrac{5}{2}c\right)^2$

$\left(\tfrac{3}{2}a+\tfrac{4}{2}b+\tfrac{5}{2}c\right)^2\leq 100\times\dfrac{50}{4} \Rightarrow -25\sqrt{2}\leq\tfrac{3}{2}a+\tfrac{4}{2}b+\tfrac{5}{2}c\leq\underline{25\sqrt{2}}$ #

H.

$\begin{cases} 4x-y=1 \\ 5x+4y=38 \end{cases} \Rightarrow (x,y)=(2,7)$

$\begin{cases} 5x+4y=38 \\ x+2y=10 \end{cases} \Rightarrow (x,y)=(6,2)$

$\begin{cases} x+2y=10 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow (x,y)=(10,0)$

目標函數:

$1300x+1400y+1900(60-x-y)$

$=114000-600x-500y$

頂點法

(x,y)	$(2,7)$	$(6,2)$	$(10,0)$
目標函數	109300	109400	10800

$\underline{m=6,\ n=2}$ #