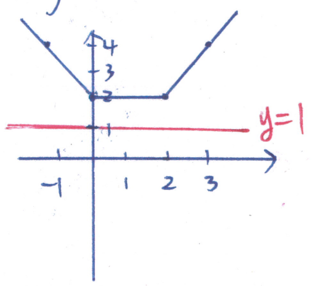
1、 $|2-x|+|x|=1 \Rightarrow |x-2|+|x|=1$ 的解 $\Leftrightarrow \begin{cases} y=|x-2|+|x| \\ y=1 \end{cases}$ 的交點

$y=|x-2|+|x|$ 是折線圖

x	-1	0	2	3
y	4	2	2	4



沒有交點 ⇒ 沒有實數解

(5)

2、 (−) + (−) + (−) + (−) + → x

1　4　9　16　25　36　49

$\Rightarrow 36<x<49$ 的正整數 有 12 個
$16<x<25$ 有 8 個
$4<x<9$ 有 4 個
$x<1$ 有 0 個
共 24 個

(2)

3. ⓘ 相關係數的伸縮、平移 ⇒ 加、減、乘、除均不影響大小，僅受正負影響 (c, d)

⇒ 選 c, d 異號

(4)

5.

1994 年手機使用人數 $N = 285 \times 1.75^9$ (從查表給定知，求 1.75^9)

設 $x = 1.75^9 \Rightarrow \log x = 9\log 1.75 = 9 \times 0.243 = 2.187 = 2+0.187$ $(n+\log a)$

$\approx \underset{\substack{\uparrow \\ 3\text{位數}}}{2} + \log \underset{\substack{\uparrow \\ a}}{1.54} \Rightarrow x = 154$

$\therefore N = 285 \times 154 = 43890$

(3)

4. ∵ $a>0,\ a\neq 1,\ b>0$

$a=2 \Rightarrow \log_2 1=0,\ \log_2 2=1,\ \log_2 3,\ \log_2 4=2,\ \log_2 9$

$a=3 \Rightarrow \cancel{\log_3 1=0},\ \log_3 2,\ \cancel{\log_3 3=1},\ \log_3 4,\ \cancel{\log_3 9=2}$

$a=4 \Rightarrow \cancel{\log_4 1=0},\ \log_4 2=\frac{1}{2},\ \log_4 3,\ \cancel{\log_4 4=1},\ \cancel{\log_4 9=\log_2 3}$

$a=9 \Rightarrow \cancel{\log_9 1=0},\ \log_9 2,\ \cancel{\log_9 3=\frac{1}{2}},\ \cancel{\log_9 4=\log_3 2},\ \cancel{\log_9 9=1}$

(5)

P1

6.

(1) 分(3,3,3) ⇒ $C^9_3 C^6_3 C^3_3 \frac{1}{3!} = 84\times 20\times\frac{1}{6} = 280$

(2) 分(1,3,3)，甲乙去1人組 ⇒ $\left(C^7_1 C^6_3 C^3_3\times\frac{1}{2!}\right)\times 1 = 70$

(3) [法一] 分(2,2,3)，甲,乙去(2,2)組 ⇒ $C^7_2 C^5_2 C^3_3\times\frac{1}{2!}\times \underset{\text{甲,乙}}{2!} = 210$

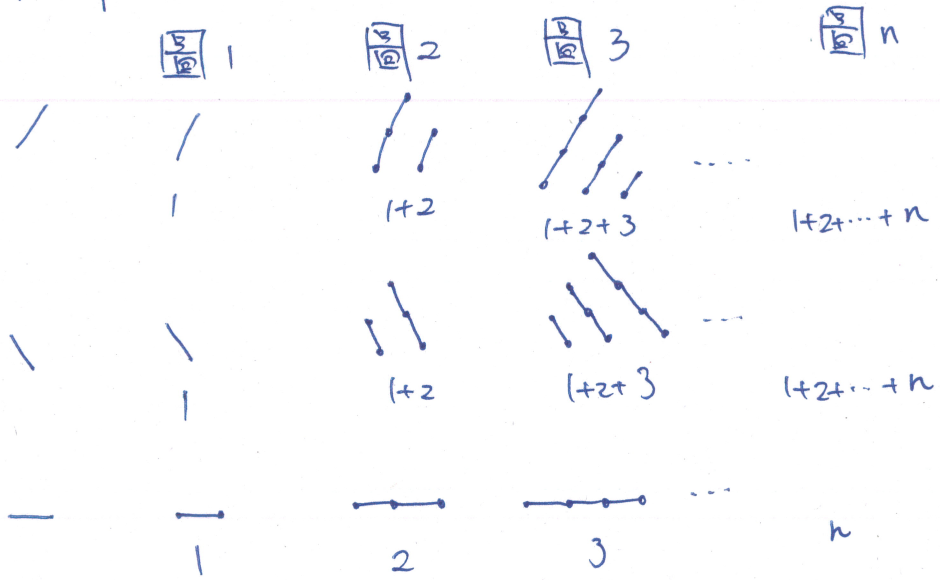
[法二] (1)−(2) = 210

(4) 先分同學，再分A、B、C ⇒ (2)×3! = 70×6 = 420

(5) 〃 ⇒ (3)×3! = 210×6 = 1260

(3)(5)*

7. 找規律：分成 /、\、—，三個方向討論



圖n 共用了：$(1+2+\cdots+n)\times 2+n = \frac{n(n+1)}{2}\times 2+n = n(n+2)$

(1) 6×8 = 48 (○)

(2) 10×12 − 5×7 = 120 − 35 = 85 (×)

(3) 20×22 = 420 (×)

(4)
(5) 圖1～n：$\sum_{k=1}^{n} k(k+2) = \sum_{k=1}^{n} k^2 + 2\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 2\frac{n(n+1)}{2}$

$= n(n+1)\frac{(2n+1)+6}{6} = \frac{n(n+1)(2n+7)}{6}$ (○)

圖1～10：$\frac{10\times 11\times 27}{6} = 495$ (○)

(1)(4)(5)*

8. 由一次因式檢驗法知 ⇒ 可能的根 $\pm1, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{5}{2}, \pm5$

$\because$ 給定 $x_1<0$ 且 選項 x_2、x_3 同時出現 ⇒ x_1 為有理根的機會大.

$\therefore$ $x=-1$ 代入 $f(-1)=-2-7-6+5\neq0$

$x=\frac{-1}{2}$ 代入 $f(\frac{-1}{2})=2\cdot(\frac{-1}{8})-7(\frac{1}{4})+6(-\frac{1}{2})+5=0$

$\therefore$ $f(x)=(2x+1)(\qquad)=(2x+1)(x^2-4x+5)$

三根為 $\frac{-1}{2}$, $\frac{4\pm\sqrt{16-20}}{2}=2\pm i$

(1) $y=x^2+(x_2+x_3)x+x_2x_3=(x+x_2)(x+x_3)$, 與 x軸之交點 $(y=0)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=(x+x_2)(x+x_3) \\ y=0 \end{cases}$ 之實數解 ⇒ $x=-x_2, -x_3$ ⇒ 無交點 (×)
(虛根)

(2) $(x_2-1)^{96}=(x_3-1)^{96} \Leftrightarrow (1-i)^{96}=(1+i)^{96} \Leftrightarrow (-2i)^{48}=(2i)^{48} \Leftrightarrow 2^{48}=2^{48}$ (○)

(3) $f(x)=(2x+1)(x-x_2)(x-x_3)$ 沒有因式 $(x+x_2)(x+x_3)$ (×)

(4) $y=f(x)-2x^3-6x=\underbrace{-7x^2+5}_{\text{均剩偶次方項}}$ 是偶函數 ⇔ 對稱y軸 (○)

(5)

$$\begin{array}{rrrr|r} 2 & -7 & 6 & 5 & 1 \\ & 2 & -5 & 1 & \\ \hline 2 & -5 & 1 & 6 & \\ & 2 & -3 & & \\ \hline 2 & -3 & -2 & & \\ & 2 & & & \\ \hline 2 & -1 & & & \end{array}$$

$a=2$, $b=-1$, $c=-2$, $d=6$

$a-2b+3c-4d$
$=2+2-6-24$
$=-26=52x_1$ (×)

(2)(4) #

9. 迴歸線 $y=\frac{1}{2}x+3$ ⇒ ① 過點 $(\mu_x, \mu_y)=(2, \frac{6+a+b}{5})$ ② $m=\frac{1}{2}=r\cdot\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$

① 點代入 ⇒ $\frac{6+a+b}{5}=\frac{1}{2}\times2+3$ ⇒ $a+b=14$ $(\mu_y=4)$

②

$x-\mu_x$	-1	0	0	1	0
$y-\mu_y$	-1	-2	-3	$a-4$	$b-4$

⇒ $r=\frac{1+0+0+(a-4)+0}{\sqrt{2}\sqrt{14+(a-4)^2+(b-4)^2}}$

$\sigma_x=\sqrt{\frac{1+0+0+1+0}{5}}=\sqrt{\frac{2}{5}}$ $\sigma_y=\sqrt{\frac{1+4+9+(a-4)^2+(b-4)^2}{5}}$ $\therefore \frac{1}{2}=\frac{a-4}{2}$ ⇒ $a=5$, $b=9$

$\therefore$ $\sigma_y=\sqrt{\frac{40}{5}}=\sqrt{8}$, $r=\frac{1}{\sqrt{5}\sqrt{40}}=\frac{1}{10\sqrt{2}}$

(2)(3) #

10. $f(x) = 2^x$
$g(x) = \log_2 x$ 對稱於 $y = x$

(1) $\log_2 k,\ \log_2 2015k,\ \log_2 2015^2 k \Rightarrow \log_2 k,\ \log_2 k + \log_2 2015,\ \log_2 k + 2\log_2 2015$

$\Rightarrow$ 等差數列，公差 $= \log_2 2015$

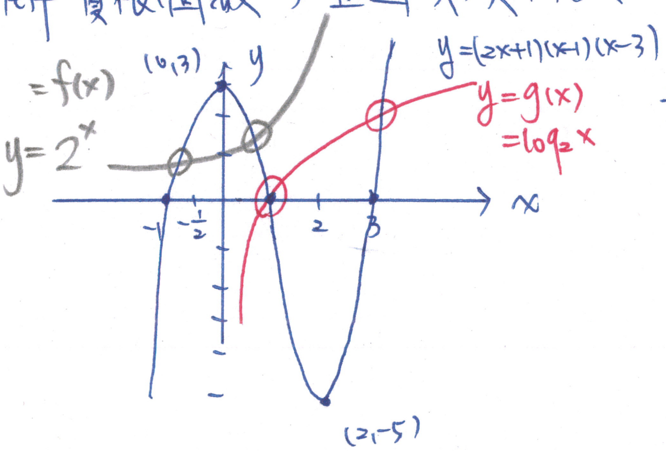
(2) $2^k,\ 2^{2015+k},\ 2^{4030+k} \Rightarrow 2^k,\ 2^{2015}\cdot 2^k,\ (2^{2015})^2 \cdot 2^k$

$\Rightarrow$ 等比數列，公比 2^{2015}

(3) $y = kx$，$y = \frac{1}{k}x$ 也對稱 $y = x$

$\therefore \begin{cases} y = kx \\ y = f(x) \end{cases}$ 有 2 個交點 $\xrightarrow{\text{對稱 } y=x}$ $\begin{cases} y = \frac{1}{k}x \\ y = g(x) \end{cases}$ 也有 2 個交點 (O)

(4)(5) 解實根個數 $\Rightarrow$ 畫圖找交點個數



$\begin{cases} y = f(x) \\ y = (2x+1)(x-1)(x-3) \end{cases}$ 2 實根

和 $\begin{cases} y = g(x) \\ y = (2x+1)(x-1)(x-3) \end{cases}$ 2 實根

<u>(3)(4)</u> #

11. (1) 目標為 $A \to B$，全事件機率 $= 1$ (O)

(2) $A \to D$ 有 4 條路：
$\rightarrow\uparrow\uparrow\uparrow : \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$
$\uparrow\rightarrow\uparrow\uparrow : \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$
$\uparrow\uparrow\rightarrow\uparrow : \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$
$\uparrow\uparrow\uparrow\rightarrow : \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 1$

$\frac{5}{16}$ (O)

(3) $A \to D \to B$: $A \to D \times D \to B$
$\frac{5}{16} \times 1 = \frac{5}{16}$ (X)

(4) $A \to B$ 分成 $A \to D \to B$ or $A \to E \to D$

$\therefore (1) - (3) = \frac{11}{16}$ 是 $A \to E \to D$ 的機率 (X)

(5) $C \to E$
$C \to D$ 的機率均為 $\frac{1}{2}$ ($A \to C$ 是前提，不用計算) (O)

<u>(1)(2)(5)</u> #

12、

(1): x 是 $f(x)-g(x)=(1-a)x^3+(1-b)x+(1-c)$ 的因式

$\therefore$ $1-c=0 \Rightarrow c=1 \Rightarrow f(x)-g(x)=(1-a)x^3+(1-b)x$

(2) 當 $a=b$ (不一定要有)，$f(x)-g(x)$ 是奇函數 $\Rightarrow f(x)-g(x)$ 對稱原点.

(3)
(4) $f(x)-g(x)=x\left((1-a)x^2+(1-b)\right) \Rightarrow x=0$ or $x^2=-\frac{1-b}{1-a}$

當 $-\frac{1-b}{1-a}>0 \Leftrightarrow$ 有三個實根 $\overset{\text{除}\to\text{乘}}{\Leftrightarrow} (a-1)(b-1)<0 \Leftrightarrow ab-a-b+1<0 \Leftrightarrow ab<a+b-1$

當 $-\frac{1-b}{1-a}<0 \Leftrightarrow$ 有一個實根 $\Leftrightarrow (a-1)(b-1)>0 \Leftrightarrow ab-a-b+1>0 \Leftrightarrow ab>a+b-1$

$\therefore$ 當 $ab>a+b$ 時 $\Rightarrow ab>a+b-1 \Rightarrow$ 有一個實根 (o)

當 $ab<a+b$ 時 $\Rightarrow$ 若 $ab=a+b-\frac{1}{2} \Rightarrow$ 僅一個實根 (x)

(5) 當 $ab=a+b$ (不一定要有). $x=0$ or $\underbrace{\pm\sqrt{-\left(\frac{1-b}{1-a}\right)}}_{\text{不論實根 or 虛根} \Rightarrow \text{和均為}0}$ (o)

$\underline{(2)(3)(5)}$ ※

A. 若 $\frac{2a+3b}{2}=\sqrt{(2a)(3b)}$，即算幾不等式的等號成立 $\Rightarrow 2a=3b$

同理 $\frac{4b+5c}{2}=\sqrt{(4b)(5c)} \Rightarrow 4b=5c$

$a:b=3:2$，$b:c=5:4 \Rightarrow a:b:c=15:10:8$

令 $a=15t,\ b=10t,\ c=8t \Rightarrow \frac{8b+5c}{a}=\frac{80t+40t}{15t}=8$

B、 $f(x)=-3\cdot\frac{3^{2x}}{3}+4\cdot3^x+5$

令 $t=3^x>0$

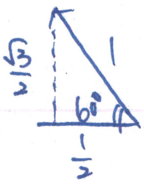
$\Rightarrow f(x)=-t^2+4t+5=-(t-2)^2+9$　　$\underline{Max=9}$ ※

C、分三個方向討論 $\rightarrow$, $\nwarrow$, $\swarrow$
(1,4,7,⋯), (2,5,8,⋯), (3,6,9,⋯)

第1,4,7,⋯步：每單位向右1單位

$$\text{向右}:1+4+7+\cdots+49=\frac{(1+49)\times17}{2}=425$$

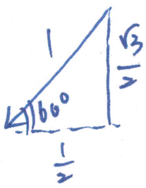
第2,5,8,⋯步：每單位向左 $\frac{1}{2}$，向上 $\frac{\sqrt{3}}{2}$



$$\text{向左}:\frac{1}{2}\times(2+5+8+\cdots+50)=\frac{1}{2}\times\frac{(2+50)\times17}{2}=\frac{1}{2}\times442$$

$$\text{向上}:\frac{\sqrt{3}}{2}\times(2+5+8+\cdots+50)=\frac{\sqrt{3}}{2}\times442$$

第3,6,9,⋯步：每單位向左 $\frac{1}{2}$，向下 $\frac{\sqrt{3}}{2}$



$$\text{向左}:\frac{1}{2}\times(3+6+9+\cdots+48)=\frac{1}{2}\times\frac{(3+48)\times16}{2}=\frac{1}{2}\times408$$

$$\text{向下}:\frac{\sqrt{3}}{2}\times(3+6+9+\cdots+48)=\frac{\sqrt{3}}{2}\times408$$

總和 $=A_{50}$：

$$x\text{坐標}:425-\frac{1}{2}\times442-\frac{1}{2}\times408=0$$

$$y\text{坐標}:\frac{\sqrt{3}}{2}\times442-\frac{\sqrt{3}}{2}\times408=17\sqrt{3}$$

$(0,17\sqrt{3})$ ※

D、 $x-y=z \Rightarrow x=y+z$

$x=2$ $(y,z)=(1,1)$

$\boxed{x=3 \quad (y,z)=(1,2),(2,1)}$

$x=4$ $(y,z)=\boxed{(1,3)},(2,2),\boxed{(3,1)}$

$x=5$ $(y,z)=(1,4),\boxed{(2,3)},\boxed{(3,2)},(4,1)$

$x=6$ $(y,z)=(1,5),(2,4),\boxed{(3,3)},(4,2),(5,1)$

$P=\frac{7}{15}$ ※

E、令 $t=5^{x} \Rightarrow x=\log_5 t$

$$\therefore f(t)=7\cdot\log_5 t\cdot\log_3 5+110$$
$$=7\cdot\log_3 t+110$$

$$f(3)=7\cdot\log_3 3+110=7\cdot 1+110$$
$$f(3^2)=7\log_3 3^2+110=7\cdot 2+110$$
$$\vdots$$
$$+)\ f(3^{10})=7\log_3 3^{10}+110=7\cdot 10+110$$

$$=7(1+2+\cdots+10)+110\times 10$$
$$=7\times\frac{10\times 11}{2}+1100=\underline{1485}\ \#$$

F.

AB相鄰∩CD相鄰∩EF相鄰 − AB相鄰∩CD相鄰∩EF相鄰∩DE相鄰

$$=(AB)(CD)(EF)G-(AB)\begin{matrix}(CDEF)\\(FEDC)\end{matrix}G$$

$$=4!\times\underset{\substack{\uparrow\\AB}}{2!}\times\underset{\substack{\uparrow\\CD}}{2!}\times\underset{\substack{\uparrow\\EF}}{2!}-3!\times\underset{\substack{\uparrow\\AB}}{2!}\times\underset{\substack{\uparrow\\CDEF}}{2}=192-24=\underline{168}\ \#$$

G. $1,3,5,\cdots,169 \Rightarrow$ 平均 $=\frac{1+169}{2}=85$

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma(x_i-\mu)^2}{n}}=\sqrt{\frac{84^2+82^2+\cdots+2^2+0^2+2^2+\cdots+82^2+84^2}{85}}$$

$$=\sqrt{\frac{2\times 2^2(1^2+2^2+\cdots+42^2)}{85}}=\sqrt{\frac{2\times 4\times\frac{\overset{7}{\cancel{42}}\times 43\times\cancel{85}}{\cancel{6}}}{\cancel{85}}}=\sqrt{2408}\approx\underline{49}\ \#$$

$(\because 49^2=2401)$

4.

$x=1+i \Rightarrow x-1=i \Rightarrow x^2-2x+1=-1 \Rightarrow x^2-2x+2=0$

$$
\begin{array}{rrr|rrrrrr}
 & & & 2 & 8 & 1 & -2 & & \\
\hline
1 & -2 & 2 & 2 & 4 & -11 & 12 & 7 & -1 \\
 & & & 2 & -4 & 4 & & & \\
\hline
 & & & & 8 & -15 & 12 & & \\
 & & & & 8 & -16 & 16 & & \\
\hline
 & & & & & 1 & -4 & 7 & \\
 & & & & & 1 & -2 & 2 & \\
\hline
 & & & & & & -2 & 5 & -1 \\
 & & & & & & -2 & 4 & -4 \\
\hline
 & & & & & & & 1 & 3
\end{array}
$$

$f(x)=(x^2-2x+2)(2x^3+8x^2+x-2)+x+3$

$f(1+i)=(1+i)+3$

$=4+i$

$\because$ $4+i$ 是實係數方程式的一根 $\Rightarrow$ 另一根 $4-i$

$\therefore$ 此方程式 $=a\left(x-(4+i)\right)\left(x-(4-i)\right)$

$=a\left(x^2-8x+17\right)=ax^2+bx+17$

$\therefore$ $a=1,\ b=-8 \Rightarrow \underline{a^2+b^2=65}$ #