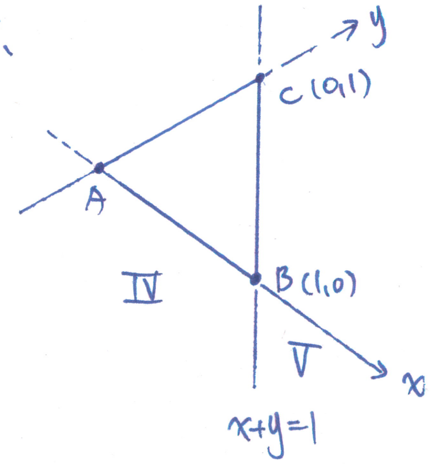
1.



$\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$

∵ $\left(\frac{21}{17}, \frac{-2}{17}\right)$ ⇒ P落在 IV、V

又 $\frac{21}{17} + \frac{-2}{17} = \frac{19}{17} > 1$，在 $x+y=1$ 右側 ⇒ V.

(5)#

2. ∵ $\log_a b = 2 \Rightarrow a^2 = b$，且 $a>0, a\neq 1, b>0$

$\log_9 a + \log_9 b \geq (\log_9 a)(\log_9 b) \Rightarrow \log_9 a + \log_9 a^2 \geq (\log_9 a)(\log_9 a^2)$

$\Rightarrow 3(\log_9 a) \geq 2(\log_9 a)^2 \Rightarrow 2(\log_9 a)^2 - 3(\log_9 a) \leq 0 \Rightarrow (\log_9 a)(2\log_9 a - 3) \leq 0$

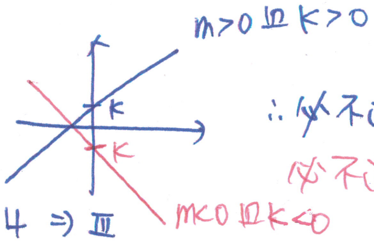
$\Rightarrow 0 \leq \log_9 a \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 9^0 \leq a \leq 9^{\frac{3}{2}} \Rightarrow 1 \leq a \leq 27$，又 $a \neq 1$ ⇒ 共26個 (1)#

3. $x+y+z=10$ 可能為

(1,3,6) ⇒ 3!
(1,4,5) ⇒ 3!
(2,2,6) ⇒ $\frac{3!}{2!}$
(2,3,5) ⇒ 3!
(2,4,4) ⇒ $\frac{3!}{2!}$
(3,3,4) ⇒ $\frac{3!}{2!}$

$P = \frac{6+3+3+3}{6\times3+3\times3} = \frac{15}{27} = \frac{5}{9}$ (3)#

4. $m、k>0$ ⇒



∴必不通過第四象限及正x軸
必不通過第一象限及正x軸
→ 不通過正x軸.

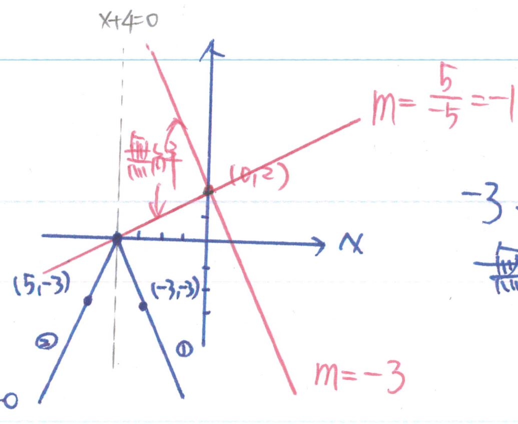
(1) $(x+1)^2+(y+1)^2=4$ ⇒ III
(2) $(x-1)^2+(y-1)^2=4$ ⇒ I
(3) $(x-1)^2+y^2=3$ ⇒ I, IV
(4) $x^2+(y-1)^2=0$ ⇒ 正y軸
(5) $(x-1)^2+y^2=0$ ⇒ 正x軸

(5)#

5. 無解 ⇒ 沒有交點 ⇒ 畫圖

$mx+2 = -3|x+4|$

$y = mx+2$ ⇒ ①斜率m ②必過(0,2)
$y = -3|x+4|$ ⇒ ① $x+4\geq 0 \Rightarrow y=-3(x+4)$
② $x+4 \leq 0$ ⇒ 對稱 $x+4=0$



$-3 \leq m < -1$ 無解

(3)#

6. 主持人有3種數字 + 主持人有2種數字 + 主持人有1種數字

$\underset{\substack{\uparrow\\\text{主持人}}}{C^{10}_{3}\cdot 3!}\cdot\underset{\substack{\uparrow\\\text{學生}}}{C^{3}_{1}} + \underset{\substack{\uparrow\\\text{主持人}}}{C^{10}_{2}\cdot(2^3-C^2_1\cdot 1^3)}\cdot\underset{\substack{\uparrow\\\text{學生}}}{C^{2}_{1}} + \underset{\substack{\uparrow\\\text{主持人}}}{C^{10}_{1}}\cdot\underset{\substack{\uparrow\\\text{學生}}}{C^{1}_{1}}$

$= 2160+540+10=2710$ (3) #

7. $\mu_x=4 \Rightarrow \sigma_x=\sqrt{\dfrac{2^2+1^2+0^2+1^2+2^2}{5}}=\sqrt{2}$

$\mu_y=60 \Rightarrow \sigma_y=10\sigma_x=10\sqrt{2}$

(1) 趨勢為 x越大, y越大 $\Rightarrow r>0$ (o)

(2) $m=r\cdot\frac{\sigma_y}{\sigma_x}=10r<10\cdot 1=10$ (x)

(3) 丁、戊交換後 (x, y) 會完全落在一直線 ⇒ 相關係數 $=1>r$ (o)

(4) 丁、戊交換後, σ_x,σ_y 不變 且 $m=r\cdot\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ ⇒ 變大 (o)

(5) 標準化後, $\sigma_y'=1,\ \sigma_x'=1$ ∴ 迴歸線斜率 $=r\cdot\frac{1}{1}=r=\frac{m}{10}$ (x) (1)(3)(4) #

8. (1) $\sin A=\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle A,\angle B$ 為 $60°$ or $120°$

∵ $\angle A+\angle B<180° \Rightarrow \angle A=\angle B=60° \Rightarrow$ 正三角形 (o)

(2) $\sin 30°=\sin 150°=\frac{1}{2} \Rightarrow \sin A、\sin B、\sin C<\frac{1}{2} \Rightarrow$ A、B、C 大於 $150°$ or 小於 $30°$

∴ $10°、10°、160°$ (o)

(3) $\sin 60°=\sin 120°=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin A、\sin B、\sin C>\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ A、B、C 介於 $60°\sim 120°$

不可能 $(60°+60°+60°=180°)$

(4) $A=60°$ or $120°$, $B=30° \Rightarrow (60°,30°,90°)$ or $(120°,30°,30°)$ (x)

(5) $\cos(180°+A)=-\cos A$

若 $A\in\text{I} \Rightarrow \cos A=\frac{1}{2}$, 若 $A\in\text{II} \Rightarrow \cos A=\frac{-1}{2}$ (x) (1)(2) #

9.

$$\begin{array}{c|ccc} & \text{水} & \text{便} & \text{湯}\ (\text{原}) \\ \hline \text{水} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} \\ \text{便} & \frac{2}{5} & 0 & \frac{2}{3} \\ \text{湯} & \frac{3}{5} & \frac{3}{4} & 0 \\ (\text{新}) & & & \end{array} = A$$

(1)(2)(3)

$$\underset{\text{2天後}}{A^2}\underset{\text{第一天}}{\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}}=\begin{bmatrix}0&\frac{1}{4}&\frac{1}{3}\\ \frac{2}{5}&0&\frac{2}{3}\\ \frac{3}{5}&\frac{3}{4}&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{3}\\ \frac{2}{3}\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{6}\\ \frac{2}{15}\\ \frac{7}{10}\end{bmatrix}\begin{matrix}\rightarrow \text{水餃 (o)}\\ \rightarrow \text{便當 (o)}\\ \rightarrow \text{湯麵 (o)}\end{matrix}$$

(4) (5) 設長期而言, 選水餃機率 x, 便當 y, 湯麵 $(1-x-y)$

$$\begin{bmatrix}0&\frac{1}{4}&\frac{1}{3}\\ \frac{2}{5}&0&\frac{2}{3}\\ \frac{3}{5}&\frac{3}{4}&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ 1-x-y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\\ y\\ 1-x-y\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases}\frac{1}{4}y+\frac{1}{3}(1-x-y)=x\\ \frac{2}{5}x+\frac{2}{3}(1-x-y)=y\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\frac{4}{3}x+\frac{1}{12}y=\frac{1}{3}\\ \frac{4}{15}x+\frac{5}{3}y=\frac{2}{3}\end{cases}$$

9. $\begin{cases} 16x+y=4 \\ 4x+25y=10 \end{cases}$ $\therefore 99y=36,\ y=\frac{4}{11},\ x=\frac{4-\frac{4}{11}}{16}=\frac{5}{22}$

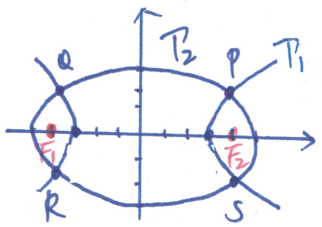
(4) 水餃機率 $=\frac{5}{22}$

(5) 便當機率 $=\frac{4}{11}\neq$ 排骨便當機率

(1)(2)(3)(4) ☆

10. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1 \Rightarrow$ ① 中心 (0,0). ② 左右 ③ $a=3,\ b=\sqrt{7},\ c=4$

$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1 \Rightarrow$ ① 中心 (0,0) ② 左右 ③ $a=5,\ b=3,\ c=4$

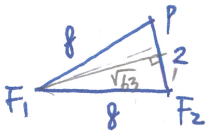


(1) 共焦點 $(\pm4,0)$ (o)

(2) 由 Γ_1 知 $\overline{PF_1}-\overline{PF_2}=6$

由 Γ_2 知 $\overline{PF_1}+\overline{PF_2}=10$ $\Rightarrow \overline{PF_1}^2-\overline{PF_2}^2=60$ (o)

(3) 承 (2) 知 $\overline{PF_1}=8,\ \overline{PF_2}=2$

$\therefore$ 

$\therefore \triangle PF_1F_2$ 面積 $=\frac{1}{2}\cdot2\cdot\sqrt{63}=3\sqrt{7}$ (o)

(4) P $\begin{cases} \frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1 \\ \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1 \end{cases}$ $(\overline{PS}=|2y|)$ $\Rightarrow \frac{(1+\frac{y^2}{7})\cdot9}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ $\Rightarrow 81(1+\frac{y^2}{7})+25y^2=225$

$\Rightarrow (\frac{81}{7}+25)y^2=144 \Rightarrow y=\frac{12}{\frac{16}{\sqrt{7}}}=\frac{3\sqrt{7}}{4}$

$\therefore \overline{PS}=\frac{3\sqrt{7}}{2}$ (x)

(5) P.Q.R.S 之外接圓圓心為原點 (0,0)

若 (0,0) 為 $\triangle PF_1F_2$ 之外接圓圓心 $\Rightarrow \overline{F_1F_2}$ 為直徑 $\Rightarrow \angle F_1PF_2=90^\circ$ (不合)

(1)(2)(3) ☆

11.

(1) (5,3), (6,5), (8,9) 共線 $\Rightarrow f(x)=\frac{5-3}{6-5}x+k=2x+k$

(5,3) 代入 $\Rightarrow f(x)=2x-7$ (o)

(2) $f(x)=0 \Rightarrow x=\frac{7}{2}$ (o)

(3) $Q(5)=3,\ Q(6)=5,\ Q(8)=9,\ Q(9)=11 \Rightarrow$ 共線

若 $Q(x)$ 沒有共線 $\Rightarrow Q(x)$ 與 $f(x)$ 至多 3 個交點 ($Q(x)$ 為 3 次)

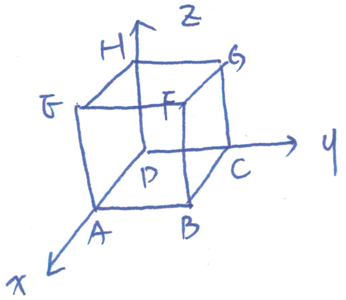
若 $Q(x)$ 共線 $\Rightarrow f(x)$、$Q(x)$ 為同一直線 $\Rightarrow$ 無限多交點 (o)

(4) $f(7)=2\cdot7-7=7$ (o)

(5) $f(x)<-1 \Rightarrow 2x-7<-1 \Rightarrow 2x<6 \Rightarrow x<3$ (o)

(1)(2)(4)(5)

12. 坐標化.



$D(0,0,0)$, $A(2,0,0)$, $C(0,2,0)$, $H(0,0,2)$

$B(2,2,0)$, $E(2,0,2)$, $G(0,2,2)$, $F(2,2,2)$

$\Rightarrow P=\frac{A+E}{2}=(2,0,1)$, $Q=\frac{C+G}{2}=(0,2,1)$, $R=\frac{H+G}{2}=(0,1,2)$

(1) $\overline{PQ}=\sqrt{2^2+2^2+0^2}=2\sqrt{2}$ (×)

(2) $\overrightarrow{PQ}=(-2,2,0)$, $\overrightarrow{PR}=(-2,1,1) \Rightarrow \triangle PQR$面積$=\frac{1}{2}\sqrt{2^2+2^2+2^2}=\sqrt{3}$ (×)

$$\begin{array}{cccccc} \cancel{-2} & 2 & 0 & -2 & 2 & \cancel{0} \\ \cancel{-2} & 1 & 1 & -2 & 1 & \cancel{1} \\ \hline & & (2,2,2) & & & \end{array}$$

(3) $\overrightarrow{DF}=(2,2,2) \parallel (1,1,1)$ $\quad\therefore \overrightarrow{DF}\perp E_{PQR}$ (○)

E_{PQR}: $\vec{n}=(1,1,1)$

(4) $\overrightarrow{PQ}=(-2,2,0)$, $\overrightarrow{RP}=(2,-1,-1) \Rightarrow \cos\theta=\frac{(-2,2,0)\cdot(2,-1,-1)}{\sqrt{8}\sqrt{6}}=\frac{-6}{4\sqrt{3}}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$ (○)

(5) $E_{PQR}: x+y+z \overset{(2,0,1)}{=\!=\!=} 3 \Rightarrow d(H,E_{PQR})=\frac{|0+0+2-3|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ (○) $\quad\underline{(3)(4)(5)}$ #

A. $\overline{CD}=\sqrt{\overline{AC}\times\overline{BC}}=\sqrt{4(2+\sqrt{3})}=\sqrt{8+4\sqrt{3}}=\sqrt{\underset{6+2}{8}+2\sqrt{\underset{6\times 2}{12}}}=\underline{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ #

B. $\overrightarrow{L_1}$: $\begin{array}{cccccc} \cancel{1} & 3 & -1 & 1 & 3 & \cancel{-1} \\ \cancel{2} & 1 & -1 & 2 & 1 & \cancel{-1} \\ \hline & & -2,-1,-5 & & & \end{array}$ $\quad\overrightarrow{L_2}=(a,4,-2)$ $\quad\because \overrightarrow{L_1}\perp\overrightarrow{L_2} \Rightarrow \overrightarrow{L_1}\cdot\overrightarrow{L_2}=0$

$\Rightarrow -2a-4+10=0 \Rightarrow a=3$

設L_1、L_2之交點P，利用L_2之參數式設 $P(4+3t,\ b+4t,\ 2-2t)$

P在L_1上 $\Rightarrow \begin{cases}(4+3t)+3(b+4t)-(2-2t)=3 \\ 2(4+3t)+(b+4t)-(2-2t)=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}17t+3b=1 \\ 12t+b=-6\end{cases} \Rightarrow t=-1,\ b=6$

$\therefore \underline{a+b=9}$ #

C. 奇數圖：增加黑色，（第 n 個增加 $\left(\frac{1}{2^n}\right)^2$）

偶數圖：減少黑色，（第 n 個減少 $\left(\frac{1}{2^n}\right)^2$）

$\therefore$ 第5個圖 $=\left(\frac{1}{2^1}\right)^2-\left(\frac{1}{2^2}\right)^2+\left(\frac{1}{2^3}\right)^2-\left(\frac{1}{2^4}\right)^2+\left(\frac{1}{2^5}\right)^2$

$=\frac{\frac{1}{4}\left(1-\left(\frac{-1}{4}\right)^5\right)}{1-\left(\frac{-1}{4}\right)}=\frac{\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{1024}\right)}{\frac{5}{4}}=\frac{1}{5}\times\frac{1025}{1024}=\underline{\frac{205}{1024}}$ #

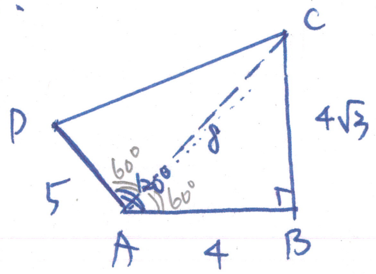
D. $\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 1 \\ -1 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{m\times m}$ ⇒ 共有 m^2個元，其中 m個"0"，$\frac{m^2-m}{2}$個"1"，$\frac{m^2-m}{2}$個"(−1)"

該 m^2個元的平均為 0，

$$\text{標準差} = \sqrt{\frac{\overbrace{(1^2+1^2+\cdots+1^2)}^{\frac{m^2-m}{2}\text{個}}+\overbrace{(0^2+0^2+\cdots+0^2)}^{m\text{個}}+\overbrace{[(-1)^2+\cdots+(-1)^2]}^{\frac{m^2-m}{2}\text{個}}}{m^2}}$$

$$=\sqrt{\frac{m^2-m}{m^2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \frac{m-1}{m}=\frac{8}{9} \Rightarrow \underline{m=9}\ \#$$

E.



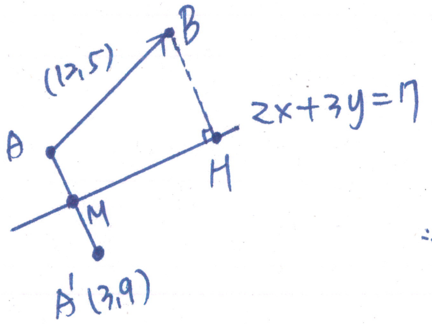
由△ABC易知 $\angle CAB=60^\circ$，$\angle ACB=30^\circ$

∴ $\angle DAC=60^\circ$

$\overline{CD}=\sqrt{5^2+8^2-2\cdot5\cdot8\cdot\cos60^\circ}=\sqrt{25+64-40}=7$

∴ $2R=\frac{7}{\sin60^\circ} \Rightarrow R=\frac{1}{2}\times7\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{7}{\sqrt{3}} \Rightarrow$ 圓面積 $=\underline{\frac{49}{3}\pi}$ #

F.



設M為A在L上之投影點

$\Rightarrow \overleftrightarrow{AM}: 3x-2y \overset{(3,9)}{=\!=} -9$ (垂直L)

∴ M $\begin{cases} 2x+3y=7 \\ 3x-2y=-9 \end{cases}$ ∴ $13y=39$, $y=3$, $x=-1$

∴ $M(-1,3)$

又 $\overrightarrow{AB}$在 $\vec{\ell}=(3,-2)$上之正射影為 $=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\vec{\ell}}{|\vec{\ell}|^2}\cdot\vec{\ell}=\frac{36-10}{(\sqrt{13})^2}\cdot(3,-2)$

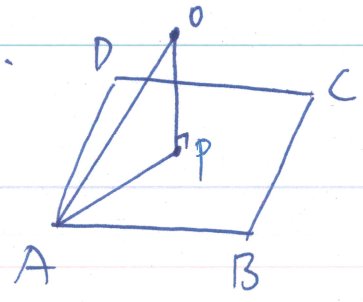
$=(6,-4)$

∴ $\overrightarrow{MH}=(6,-4)$. $\underline{H(5,-1)}$ #

G. 亦即 洗臉、戴眼鏡、刷牙、吃早餐 有順序 ⇒ 視為相同物

□□□□衣、褲 ⇒ $\frac{6!}{4!}\times\underbrace{\overbrace{(2!\times1\times1+\frac{3!}{2!}\times1)}^{\text{早餐在第三個口+早餐在第四個口}}}_{\text{放入口}}=30\times(2+3)=\underline{150}$ #

H.



$A(1,-1,2)$, $B(0,3,1)$, $P(2,1,0)$

$\Rightarrow \overline{AB}=\sqrt{1^2+4^2+1^2}=3\sqrt{2}$, ∴ $\overline{OA}=3\sqrt{2}$,

又 $\overline{AP}=\sqrt{1^2+2^2+2^2}=3$ ∴ $\overline{OP}=3$ ∴ $O(4,2,2)$ or $(0,0,-2)$

$\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{AP}$ $\Rightarrow \overrightarrow{OP}\,//\,(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AP})$

$$\begin{array}{cccccc} \cancel{-1} & 4 & -1 & -1 & 4 & \cancel{-1} \\ \cancel{1} & 2 & -2 & 1 & 2 & \cancel{-2} \\ \hline & -6 & -3 & -6 & & \end{array}$$

∴ $\overrightarrow{OP}\,//\,(2,1,2)$ $\Rightarrow \overrightarrow{OP}=\pm(2,1,2)$ 取 $c>0 \Rightarrow \underline{c=2}$ #