

# 110 學年度全國高級中學 學科能力測驗模擬考試

## 數學 B 考科

—作答注意事項—

考試範圍：第一～二冊、數學B 第三～四冊

考試時間：100 分鐘

作答方式：

- 選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液(帶)。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1

列的  $\overset{3}{\square}$  與第 18-2 列的  $\overset{8}{\square}$  劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{19-1}\textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的  $\square$  與第

19-2 列的  $\overset{7}{\square}$  劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
  - 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
  - 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。
- ※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

### 祝考試順利



版權所有 · 翻印必究

### 第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

#### 一、單選題（占 40 分）

說明：第 1 題至第 8 題，每題 5 分。

1. 比較下列四數： $a = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$ ， $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ ， $c = 81^{\frac{1}{3}}$ ， $d = \frac{1}{\sqrt[6]{0.3}}$  的大小關係為下列哪一個選項？

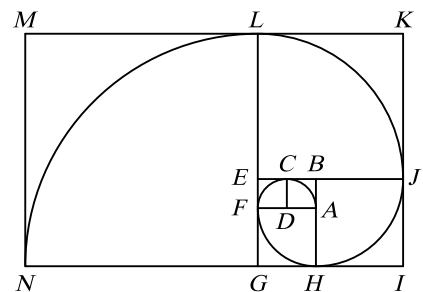
- (1)  $a > b > c > d$
- (2)  $a > c > b > d$
- (3)  $a > c > d > b$
- (4)  $c > a > d > b$
- (5)  $c > a > b > d$

2. 已知  $t$  為實數且  $t \neq 0$ ，若滿足方程式  $|x| + |x - t| = 10$  的解恰為  $\alpha$ 、 $\beta$  且  $\alpha + \beta = 4$ ，其中  $\alpha$ 、 $\beta$  均為實數，則  $t$  的值為下列哪一個選項？

- (1) 4
- (2) 5
- (3) 6
- (4) 7
- (5) 8

3. 如右圖所示， $ABCD$ ， $CDFE$ ， $AFGH$ ， $BHIJ$ ， $JKLE$ ， $LMNG$  皆為正方形且  $ABCD$  的邊長為 1 公分，有一條螺線是從最小的正方形邊長為半徑畫四分之一弧，同樣的作法一直延伸到右圖中的正方形  $ABCD$ ，則此螺線的長度為下列哪一個選項？

- (1)  $9\frac{1}{2}\pi$  公分
- (2)  $10\pi$  公分
- (3)  $10\frac{1}{2}\pi$  公分
- (4)  $11\pi$  公分
- (5)  $12\pi$  公分



4. 已知函數  $y=f(x)=\log(x+1)$ ， $x_1>x_2>x_3\geq 1$  且  $a=\frac{x_1}{f(x_1)}$ ， $b=\frac{x_2}{f(x_2)}$ ， $c=\frac{x_3}{f(x_3)}$ ，則

$a, b, c$  的大小關係為下列哪一個選項？

- (1)  $a>b>c$
- (2)  $a>c>b$
- (3)  $b>a>c$
- (4)  $b>c>a$
- (5)  $c>a>b$

5. 2021 年 6 月 2 日衛福部對 2000 位被匡列的國人進行快篩，確認是否患有新冠肺炎，已知患有新冠肺炎的人被驗出陰性的機率為 5 % (偽陰性)，未患有新冠肺炎的人被驗出陽性的機率為 1 % (偽陽性)，若已推算出在快篩結果為陽性的條件下，確實患有新冠肺炎的機率為  $\frac{5}{6}$ ，則這 2000 位國中患有新冠肺炎的人數為下列哪一個選項？

- (1) 100 人
- (2) 200 人
- (3) 300 人
- (4) 400 人
- (5) 500 人

6. 滿足  $0\leq x-y\leq 2$ ， $0\leq x+y\leq 14$  的區域為一個矩形(含邊界)  $\Omega$ ，此矩形  $\Omega$  的外接圓為  $C_1$ ，在此矩形  $\Omega$  內(含邊界)的最大圓為  $C_2$ ，則兩圓的面積和為下列哪一個選項？

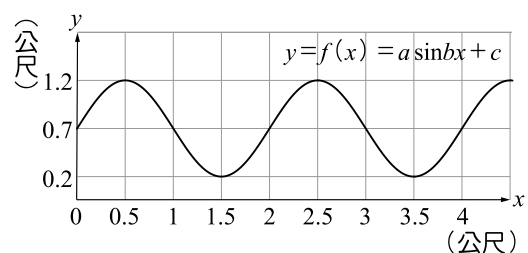
- (1)  $\frac{\pi}{2}$
- (2)  $25\pi$
- (3)  $50\pi$
- (4)  $\frac{49\pi}{2}$
- (5)  $\frac{51\pi}{2}$

7. 古典密碼學主要在研究訊息的保密書寫和傳遞，以及與其相對應的破譯方法。假設在戰爭時，我方知道敵軍在傳遞坐標位置時，是以一個二階方陣  $A$  作線性變換，且我方攔截到兩次傳遞變換前後的資訊，分別由坐標  $(1, 1)$ 、 $(2, 3)$  經過矩陣  $A$  變換到  $(0, 3)$ 、 $(-1, 8)$ ，則坐標  $(5, 8)$  經矩陣  $A$  變換後的坐標為下列哪一個選項？
- (1)  $(0, 0)$
  - (2)  $(3, 21)$
  - (3)  $(3, -21)$
  - (4)  $(-3, 21)$
  - (5)  $(-3, -21)$
8. pH 值是溶液中氫離子濃度的一種指標，可以衡量此溶液的酸鹼程度，而 pH 值的計算公式為  $\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$ ，其中  $[\text{H}^+]$  為溶液中的氫離子濃度(體積莫耳濃度)，單位為  $\frac{\text{溶質莫耳數}(\text{mol})}{\text{溶液體積}(\text{L})}$ ，若我們將一瓶 pH 值為 6 且容量為 900 mL 的酒精和一杯 pH 值為 7 且容量為 100 mL 的純水混合成稀釋的酒精水溶液，若混合後體積不變，則調製後的 pH 值最接近下列哪一個選項？
- (1) 6.02
  - (2) 6.03
  - (3) 6.04
  - (4) 6.05
  - (5) 6.06

## 二、多選題 (占 25 分)

說明：第 9 題至第 13 題，每題 5 分。

9. 健身房中有一種體能訓練叫作戰繩運動，用於增加核心穩定和提升運動爆發力，必須利用核心肌群去穩定身體甩動繩子，讓繩子呈現波的狀態，如右圖所示，利用波的形狀去評估訓練者的練習狀況，若將此波形標示於坐標平面上，且此波形的函數為  $y=f(x)=a \sin bx+c$ ，其中  $a, b, c$  皆為正數，則下列哪些選項是正確的？



- (1)  $y=f(x)$  的振幅為 1
- (2)  $y=f(x)$  的週期為 2
- (3)  $a=1$
- (4)  $b=\pi$
- (5)  $c=0.7$

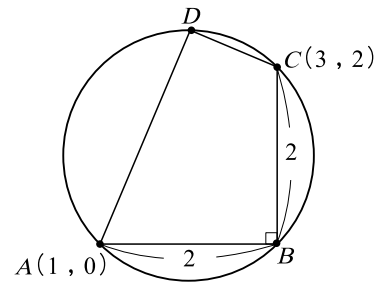
10. 串串高中高三學生有 1000 人，全校學生學測皆五科全考，成績的算術平均數及標準差如下表所示，而小賴國文、英文、數學、自然、社會分別考了 15、12、12、12、10 級分，則下列哪些選項是正確的？

科目 \ 統計量	國文	英文	數學	自然	社會
算術平均數	11	8	6	10	8
標準差	2	3	4	3	2

- (1) 小賴的英文、數學、自然這三科在全校高三的排名一樣
- (2) 小賴的五科成績在全校高三排名以國文表現為最好
- (3) 小賴的五科成績在全校高三排名以社會表現為最差
- (4) 若將每一位同學的數學成績乘以 1.2 倍再加 1 級分，則調整後數學成績的算術平均數為 8 級分
- (5) 承(4)，則調整後數學成績的標準差為 4.8 級分
11. 設三次實係數多項式函數  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，滿足  $f(-1) = f(0) = f(1) = 0$ ， $f(2) = 6$ ，則下列哪些選項是正確的？
- (1)  $(0, 0)$  為  $y = f(x)$  圖形的對稱中心
- (2)  $y = f(x)$  圖形的廣域(大域)特徵近似於曲線  $y = x^3$
- (3)  $y = f(x)$  圖形為嚴格遞增
- (4)  $y = f(x)$  圖形在  $x = -1$  附近的圖形特徵近似於直線  $y = 2x + 2$
- (5) 直線  $y = 2x + 2$  和  $y = f(x)$  的圖形恰有一個交點

12. 已知等差數列  $\langle a_n \rangle$  的前  $n$  項總和為  $S_n$ ，且  $a_5 = 10$ ， $S_3 = 12$ ，若數列  $\left\langle \frac{1}{S_n} \right\rangle$  的前  $n$  項總和為  $T_n$ ，則下列哪些選項是正確的？
- (1)  $a_1 = 1$
- (2)  $d = 2$
- (3) 對於所有的自然數  $n$ ， $a_n$  必為奇數
- (4) 滿足  $S_n < 100$  的正整數  $n$  有 10 個
- (5) 對於所有的自然數  $n$ ， $T_n < 1$

13. 暑假期間是旅遊的旺季，旅行業者推出了遊湖的行程，已知湖泊是一個圓形，且  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四個景點皆在圓周上，如右圖所示，遊湖船的行程規劃是由  $A(1, 0)$  出發，沿著直線前進 2 公里到達  $B$ ，再左轉  $90^\circ$  (即  $\angle ABC = 90^\circ$ )，沿著直線前進 2 公里到達  $C(3, 2)$ ，再由  $C$  沿著直線前進到  $D$ ，最後再沿著直線返回  $A$ ，若圖中的直角坐標系中每一個單位長為 1 公里，則下列哪些選項是正確的？

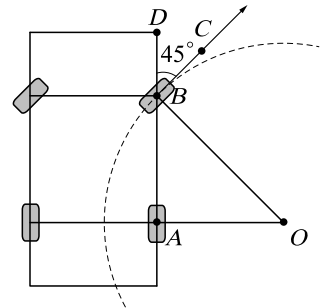


- (1) 此湖泊的直徑為  $2\sqrt{2}$  公里
- (2) 此湖泊的圓方程式為  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$
- (3)  $\angle ADC = 90^\circ$
- (4)  $\overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 = 4$
- (5)  $\triangle ACD$  面積的最大值為 2 平方公里

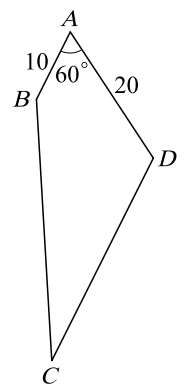
三、選填題 (占 20 分)

說明：第 14 題至第 17 題，每題 5 分。

14. 如右圖所示，汽車在轉彎時的狀態，其中  $\overline{OA} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{OB} \perp \overline{BC}$ ，而  $\overline{OB}$  就是汽車在轉彎時內側輪胎的旋轉半徑，即為內側輪胎轉向所形成的圓周的半徑，已知兩輪胎的軸距  $\overline{AB} = 3$  公尺，且輪胎轉彎的角度  $\angle CBD = 45^\circ$ ，則此時轉彎汽車的內側輪胎旋轉半徑  $\overline{OB}$  長度為      公尺。(化為最簡根式)

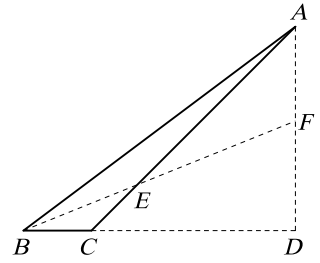


15. 如右圖所示，有一個四邊形  $ABCD$  的公園，若  $\overline{AB} = 10$  公尺， $\overline{AD} = 20$  公尺， $\angle BAD = 60^\circ$ ，且  $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ，有一個阿伯在公園運動，想從  $A$  走直線到  $C$ ，則他所移動的距離  $\overline{AC} =$       公尺。(化為最簡根式)



16.  $x^6$  除以  $(x+1)^3$  的餘式為  $R(x)$ ， $R(x)$  除以  $x+1$  的餘式為  $r$ ，則  $r$  的值为     。

17. 如右圖所示，已知 $\triangle ABC$ 中， $D$ 和 $E$ 分別在 $\overrightarrow{BC}$ 和 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AD} \perp \overrightarrow{BC}$ ， $\overline{AD}$ 和 $\overrightarrow{BE}$ 交於 $F$ ，若 $\overrightarrow{AB} = (-4, 3)$ ， $\overrightarrow{AC} = (-3, 3)$ ，則 $\overrightarrow{BF}$ 在 $\overrightarrow{BC}$ 上的正射影為 (17-1), (17-2)。



### 第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

#### 18-19 題為題組

2021 年初臺灣降雨量不豐沛，導致中部地區水情緊急，雖然有零星降雨，但仍無法紓解水庫嚴峻的狀況，旱災中央災害應變中心宣布，水情紅燈區域臺中及苗栗將分區輪流供水，試回答下列問題。

18. 原本具體的停水措施是供 5 停 2，也就是在週一到週日選連續兩天停水，但考量民眾便利性，修改為從一週七天中選擇不連續的兩天停水，則選擇停水的方法數為下列哪一個選項？  
(單選題，3 分)

- (1)  $C_2^5$
- (2)  $C_2^6$
- (3)  $C_2^7$
- (4)  $P_2^5$
- (5)  $P_2^6$

19. 2021 年中梅雨季到來，有稍微紓解了缺水的狀況，但雨量挹注有限，停水措施再修改為在六月份這 30 天當中，選擇 5 天停水，但為了民眾的便利性，不要連續 4 天和 5 天停水，則選擇停水的方法數有多少種？(非選擇題，12 分)

## 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ,

算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]}$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}[x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 - n\mu_X^2]}$$

4. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ,

相關係數  $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線(最適合直線)方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 9.1 \approx 0.9590$ ，  
 $\log 9.2 \approx 0.9638$ ， $\log 9.3 \approx 0.9685$