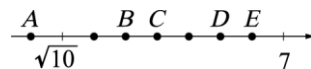


第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

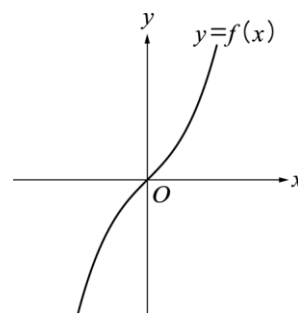
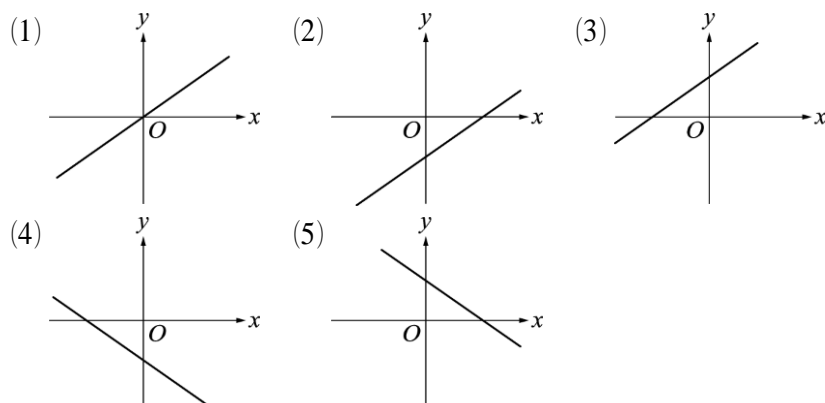
1. 如右圖，每格的間距皆相等，若 $k = \frac{2\sqrt{10} + 7\sqrt{26}}{2 + \sqrt{26}}$ ，則 k 在右圖數



線上所對應的點，下列哪一個點最接近？

- (1) A (2) B (3) C (4) D (5) E

2. 已知三次函數 $f(x) = ax^3 + px$ 的圖形如右圖，試問下列何者最有可能為一次函數 $g(x) = ax + p$ 的圖形？



3. 有一長、寬分別為 4、3 的長方形 $ABCD$ ，其中 $\overline{AB} = 4$ ，且 \overline{AB} 邊位於斜率為 -2 的直線上，若 \overline{AC} 所在的直線斜率為 $m_{\overline{AC}}$ ，且已知 $m_{\overline{AC}} < 0$ ，則 $m_{\overline{AC}}$ 之值為下列何者？

- (1) $-\frac{3}{4}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{4}{5}$ (4) $-\frac{2}{3}$ (5) $-\frac{3}{5}$

4. 設觀測所為雷達上的 O 點(極點)，有一快速直線運動的物體被觀測所的雷達偵測到在極坐標 $P[4, 210^\circ]$ 點上，一分鐘後移動到了極坐標 $Q[5, 270^\circ]$ 點上，則此物體最接近觀測所的距離為下列何者？

(1) $\frac{17}{5}$ (2) $\frac{18}{5}$ (3) $\frac{19}{5}$ (4) $\frac{9\sqrt{7}}{7}$ (5) $\frac{10\sqrt{7}}{7}$

5. 設 $A = \begin{bmatrix} \cos 72^\circ & -\sin 72^\circ \\ \sin 72^\circ & \cos 72^\circ \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} \cos 72^\circ & \sin 72^\circ \\ \sin 72^\circ & -\cos 72^\circ \end{bmatrix}$ 。求滿足條件「 $n \leq 2023$ 且 $A^n = B^n$ 」的正整數 n 共有多少個？

(1) 202 個 (2) 404 個 (3) 405 個 (4) 1010 個 (5) 1011 個

二、多選題 (占 30 分)

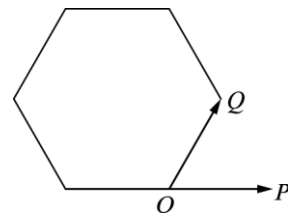
說明：第 6 題至第 11 題，每題 5 分。

6. 假設 X 為某高一全體學生第 1 次月考數學成績。已知 X 平均分數 $\mu_X = 43$ 分，標準差 $\sigma_X = 10$ 分。該校數學老師認為成績普遍不佳，因而作以下分數調整：

新成績 $Y = 8 \cdot \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} + 64$ ，請問下列敘述哪些正確？

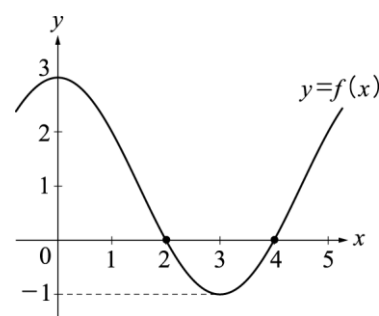
- (1) 新成績的平均分數 $\mu_Y = 64$ 分
 (2) 新成績的標準差 $\sigma_Y = 9$ 分
 (3) 原始成績為 38 分的同學，經調整分數即可達到及格分數 60 分
 (4) Y 與 X 的相關係數為 1
 (5) 新成績 Y 較原成績 X 更為集中

7. 如右圖所示， $\triangle OPQ$ 為正三角形，以 \overline{OQ} 為邊向外作一正六邊形，若以 O 為始點，則下列哪些向量的終點會落在正六邊形的內部(不含邊界)？



- (1) $-\frac{1}{2}\overrightarrow{OP} + \frac{3}{2}\overrightarrow{OQ}$
- (2) $-\overrightarrow{OP} + \frac{3}{2}\overrightarrow{OQ}$
- (3) $-\frac{5}{4}\overrightarrow{OP} + \frac{3}{4}\overrightarrow{OQ}$
- (4) $-\overrightarrow{OP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OQ}$
- (5) $-\frac{1}{2}\overrightarrow{OP} - \frac{3}{2}\overrightarrow{OQ}$

8. 右圖是函數 $y=f(x)=a \sin b(x+\theta)+k$ 的部分圖形，其中 a, b, θ 都是正數，已知 $y=f(x)$ 的圖形有頂點 $(0, 3)$ 與 $(3, -1)$ ，則下列哪些選項正確？



- (1) $a=2$
- (2) $b=\frac{2\pi}{3}$
- (3) $k=1$
- (4) 滿足圖形的最小 θ 值 $=\frac{1}{2}$
- (5) 若實數 α 使 $f(\alpha)=0$ ，則 α 必為偶數

9. 假設某社團 200 人之中，有 60 % 的人會說英文，50 % 的人會說法文，從社團中任選 1 人，設 A 為「此人會說英文」的事件， B 為「此人會說法文」的事件，則下列敘述哪些正確？
- (1) 事件 A 與 B 必不可能互斥
 - (2) 事件 A 與 B 必不可能獨立
 - (3) 從社團中任選 1 人，則此人會說英文且會說法文的機率為 0.30
 - (4) 從社團中任選 2 人，則此兩人都會說英文的機率為 0.36
 - (5) 從社團中任選 1 人，「已知此人會說英文的條件下，他也會說法文」的機率小於「已知此人會說法文的條件下，他也會說英文」的機率

10. 百貨公司週年慶為衝高業績舉辦福袋活動。活動有 100 個福袋，其中 20 個有獎：特獎 2000 元 1 個，二獎 1000 元 2 個，三獎 500 元 17 個。今 A 、 B 、 C 、……等人各花 100 元購買，依序 (A 、 B 、 C 、……) 各抽走 1 個福袋，下列選項哪些正確？

- (1) B 抽到二獎的機率為 0.02
- (2) 在已知 A 沒中獎的情況下， B 抽到特獎的機率為 $\frac{1}{99}$
- (3) A 、 B 連續中獎的機率為 $\frac{1}{25}$
- (4) 2 個 1000 元的福袋在前三次就被抽走的機率是 $\frac{1}{4950}$
- (5) A 獲利的期望值為 125 元

11. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和 $S_n = 2a_n - 1$ ($n = 1, 2, \dots$)，數列 $\langle b_n \rangle$ 滿足 $b_1 = 3$ ， $b_{n+1} = a_n + b_n$ ($n = 1, 2, \dots$)，則下列選項哪些正確？

- (1) $\langle a_n \rangle$ 是公差為 2 的等差數列
- (2) 滿足 $a_n < 10^4$ 共有 14 項
- (3) $\langle b_n \rangle$ 是公比為 2 的等比數列
- (4) $a_n - b_n$ 為定值
- (5) $\langle b_n \rangle$ 的前 n 項和必為奇數

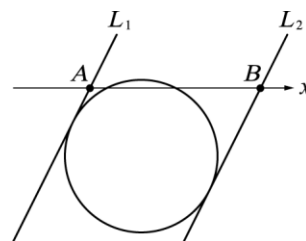
三、選填題 (占 30 分)

說明：第 12 題至第 17 題，每題 5 分。

12. 在數線上有一個運動物體從原點出發，在此數線上跳動，每次向正方向或負方向跳 1 個單位，跳動過程可重複經過任何一點。已知此運動物體跳動次數不超過 10 次，最後落在點

+4 處，則此運動物體共有 (12-1) (12-2) (12-3) 種不同的跳動方法。

13. 設兩直線 L_1 、 L_2 ，斜率皆為 2，且同時與圓 $(x-1)^2+(y+4)^2=20$ 相切，設 L_1 、 L_2 分別與 x 軸交於 A 、 B 兩點，則 \overline{AB} 之長度為



 (13-1) (13-2) 。

14. 空間坐標中， O 為原點， $\overrightarrow{OA}=(1,1,1)$ ， $\overrightarrow{OB}=(3,2,-1)$ ， $\overrightarrow{OC}=(5,-3,-1)$ ，若

$\overrightarrow{OP}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}$ 且 α 、 β 為任意實數，則 $|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OC}|$ 之最小值為 $\sqrt{(14-1)(14-2)}$ 。
(化為最簡根式)

15. 在銳角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=14$ ， $\overline{AC}=11$ ，設 $\triangle ABC$ 的外接圓圓心為 O ，半徑為 R_1 ， $\triangle OBC$

的外接圓半徑為 R_2 ，若 $R_2=2R_1$ ，則 \overline{BC} 之值為 (15-1) $\sqrt{(15-2)(15-3)}$ 。(化為最簡根式)

16. 假設聲音的強度可用單位面積上的功率 I (watt/m²) 量度，但實用上以分貝 dB 表示，dB 與 I 的關係為 $\text{dB}=10(\log I+12)$ 。又已知聲音強度會與聲源距離之平方成反比。今有一舞臺擴音器在距離 10 公尺處測得聲音為 95 分貝，小雅到了演唱會會場，站在距離該舞臺擴音器

100 公尺的位置，該處測得聲音應為 (16-1) (16-2) 分貝。

17. 設 $A(1,0)$ ， $B(0,2)$ 為坐標平面上兩點， C 為直線 AB 外一點，經平面線性變換 M 作用後， A 被映射至 $P(\sqrt{3},1)$ ， B 被映射至 $Q(-2\sqrt{3},2)$ ，而 C 被映射至 R 。若 $\triangle ABC$ 的面積為 $3\sqrt{7}$ ，

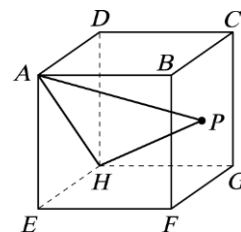
則點 R 到直線 PQ 的距離為 (17-1) $\sqrt{(17-2)}$ 。(化為最簡根式)

第貳部分、混合題或非選擇題 (占 15 分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

正立方體 $ABCD-EFGH$ ， $A(3, -5, 4)$ ， $EFGH$ 所在的平面方程式為 $x+2y+2z+5=0$ ，若 P 為正方形 $BFGC$ 之中心，試回答下列問題。



18. 直線 AE 的方程式為下列何者？(單選題，3 分)

- (1) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-4}{2}$
- (2) $\frac{x+3}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+4}{2}$
- (3) $x+2y+2z-1=0$
- (4) $x+2y+2z-5=0$
- (5) $x+2y+2z-7=0$

19. $\triangle APH$ 的面積為 $\textcircled{19-1} \sqrt{\textcircled{19-2}}$ 。(化為最簡根式)(選填題，7 分)

20. 若點 Q 在 \overline{HG} 上且 $\overline{HQ} : \overline{QG} = 1 : 2$ ，則 $A、H、P、Q$ 四點是否共面？(非選擇題，5 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和(差)角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 X ： x_1, x_2, \dots, x_n ,

算術平均數 $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差 $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \dots + (x_n - \mu_x)^2]}$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}[x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 - n\mu_x^2]}$$

5. 二維數據 (X, Y) ： $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)}{n\sigma_x\sigma_y}$

迴歸直線 (最適合直線) 方程式為 $y - \mu_y = r_{X,Y} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 5 \approx 0.6990$, $\log 7 \approx 0.8451$