

## 第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

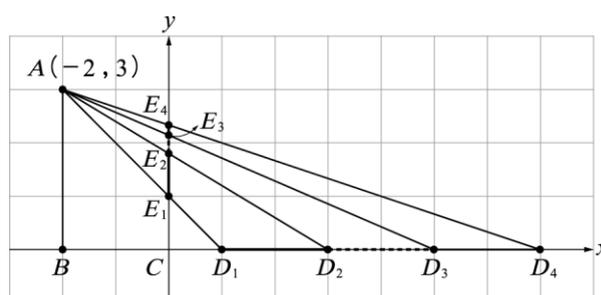
### 一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1.  $y=f(x)=ax^3+cx$  的圖形在  $x=1$  附近的局部特徵近似(一次近似)  $y=12(x-1)+4$ ，則  $f(x)$  除以  $x+1$  的餘式為下列哪一個選項？

(1) -8 (2) -4 (3) 0 (4) 4 (5) 8

2. 右圖為單點透視法的示意圖，畫家的眼睛位於點  $A(-2, 3)$ ，畫紙位於  $y$  軸，各點坐標依序為  $D_1(1, 0)$ 、 $D_2(3, 0)$ 、 $D_3(5, 0)$ 、 $D_4(7, 0)$ ，以上各點在畫布上的位置依序為  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$ 、 $E_4$ ，請問下列選項哪一個正確？

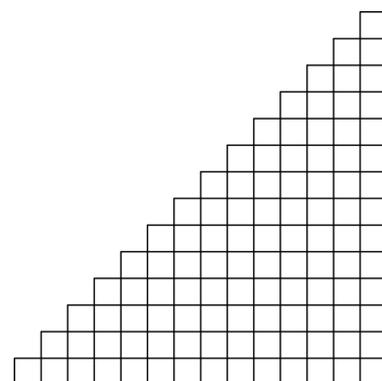


- (1)  $\overline{E_1E_2}$ 、 $\overline{E_2E_3}$ 、 $\overline{E_3E_4}$  為等差數列且越來越小  
 (2)  $\overline{E_1E_2}$ 、 $\overline{E_2E_3}$ 、 $\overline{E_3E_4}$  為等差數列且越來越大  
 (3)  $\overline{E_1E_2}$ 、 $\overline{E_2E_3}$ 、 $\overline{E_3E_4}$  為等比數列且越來越小  
 (4)  $\overline{E_1E_2}$ 、 $\overline{E_2E_3}$ 、 $\overline{E_3E_4}$  為等比數列且越來越大  
 (5)  $\overline{E_1E_2}$ 、 $\overline{E_2E_3}$ 、 $\overline{E_3E_4}$  越來越小，但是不為等差數列，亦不為等比數列

3.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{AC} = 5$ 、 $\overline{BC} = 7$ ， $D$  為  $\overline{BC}$  中點，則  $\tan \angle BAD$  的值為下列哪一個選項？

(1)  $\frac{4\sqrt{3}}{21}$  (2)  $\frac{5\sqrt{3}}{21}$  (3)  $\frac{4\sqrt{3}}{9}$  (4)  $\frac{5\sqrt{3}}{9}$  (5)  $\frac{3\sqrt{3}}{7}$

4. 右圖有 14 列與 14 行，小漢與小霖各自從圖中選取一個方格，這兩個方格可能為同一個方格，也可能為不同的方格。每個方格被選取的機率相同，且兩人選取方格的機率互不影響。兩個方格恰有一邊為公共邊稱為相鄰，其餘情況皆稱為不相鄰，因此兩個方格為同一個方格亦稱為不相鄰，在此定義下，兩人選取的方格不相鄰的機率為下列哪一個選項？



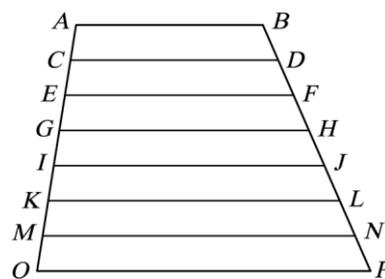
(1)  $\frac{26}{1575}$  (2)  $\frac{52}{1575}$  (3)  $\frac{101}{105}$  (4)  $\frac{1523}{1575}$  (5)  $\frac{1549}{1575}$

5. 有 5 位玩家同時進行某款遊戲，此遊戲開始前每人需從 3 種角色選擇 1 種。若 5 位玩家均沒有特別喜好的角色，即每位玩家選取每種角色的機會均等。請問這 5 位選取的角色種類數的期望值為下列哪一個選項？

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4)  $\frac{211}{243}$  (5)  $\frac{211}{81}$

6. 右圖的梯形  $ABPO$  中， $\overline{AB}$  平行  $\overline{OP}$ ， $\overline{AC} = \overline{CE} = \overline{EG} = \overline{GI} = \overline{IK} = \overline{KM} = \overline{MO}$ ， $\overline{BD} = \overline{DF} = \overline{FH} = \overline{HJ} = \overline{JL} = \overline{LN} = \overline{NP}$ ，已知梯形  $ABHG$  的面積為  $\sqrt{2}$ ，梯形  $EFPO$  的面積為  $\sqrt{3}$ ，則梯形  $ABPO$  的面積為下列哪一個選項？

- (1)  $\frac{8\sqrt{2}+8\sqrt{3}}{7}$  (2)  $\frac{7\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{8}$   
 (3)  $\frac{35\sqrt{2}+42\sqrt{3}}{45}$  (4)  $\frac{70\sqrt{2}+21\sqrt{3}}{45}$   
 (5)  $\frac{35\sqrt{2}+21\sqrt{3}}{30}$



二、多選題（占 30 分）

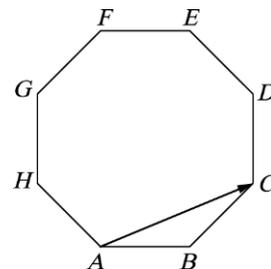
說明：第 7 題至第 12 題，每題 5 分。

7. 若標準位置角  $\theta$  滿足  $\sin \theta < \cos \theta$  且  $\sin \theta < -\cos \theta$ ，則  $\theta$  可能是下列哪些選項？

- (1) 第一象限角  
 (2) 第二象限角  
 (3) 第三象限角  
 (4) 第四象限角  
 (5) 坐標軸上的角

8. 如右圖， $ABCDEFGH$  為一個正八邊形， $\vec{a}_i$  的始點和終點均為正八邊形的頂點，因此符合以上條件的  $\vec{a}_i$  有  $8 \times 8 = 64$  個，請問下列關於  $\vec{a}_i$  的敘述，哪些選項正確？

- (1)  $\vec{a}_i$  中有 8 個零向量  
 (2)  $\vec{a}_i$  中有 28 個非零向量  
 (3) 符合  $\vec{a}_i \cdot \vec{AC} = 0$  的  $\vec{a}_i$  有 6 個  
 (4) 符合  $\vec{a}_i \cdot \vec{AC} > 0$  的  $\vec{a}_i$  有 25 個  
 (5) 符合  $\vec{a}_i \cdot \vec{AC} < 0$  的  $\vec{a}_i$  有 29 個



9. 資料  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{999}$  皆相異，且第 30 百分位數為  $P_{30}$ ，請問下列選項哪些正確？

(1) 若資料  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{999}$  均為非零實數，資料  $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \dots, \frac{1}{x_{999}}$  的第 30

百分位數為  $\frac{1}{P_{30}}$

(2) 資料  $|x_1|, |x_2|, |x_3|, \dots, |x_{999}|$  的第 30 百分位數為  $|P_{30}|$

(3) 資料  $2^{x_1}, 2^{x_2}, 2^{x_3}, \dots, 2^{x_{999}}$  的第 30 百分位數為  $2^{P_{30}}$

(4) 資料  $(x_1)^2, (x_2)^2, (x_3)^2, \dots, (x_{999})^2$  的第 30 百分位數為  $(P_{30})^2$

(5) 若資料  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{999}$  均為正實數，則資料  $\log x_1, \log x_2, \log x_3, \dots, \log x_{999}$  的第 30 百分位數為  $\log P_{30}$

10. 已知  $\triangle ABC$  中， $\overrightarrow{AB}$  與  $\overrightarrow{u} = (3, -1)$  同向， $\overrightarrow{AC}$  與  $\overrightarrow{v} = (1, 1)$  同向，則  $\overrightarrow{BC}$  可能是下列哪些選項？

(1)  $\overrightarrow{a} = (1, 2)$

(2)  $\overrightarrow{b} = (-1, 2)$

(3)  $\overrightarrow{c} = (1, -2)$

(4)  $\overrightarrow{d} = (-1, -2)$

(5)  $\overrightarrow{e} = (-9, 3)$

11. 已知二階方陣  $A$  滿足  $A + A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$ ，若  $A^3 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則下列敘述哪些正確？

(1)  $a = 1$

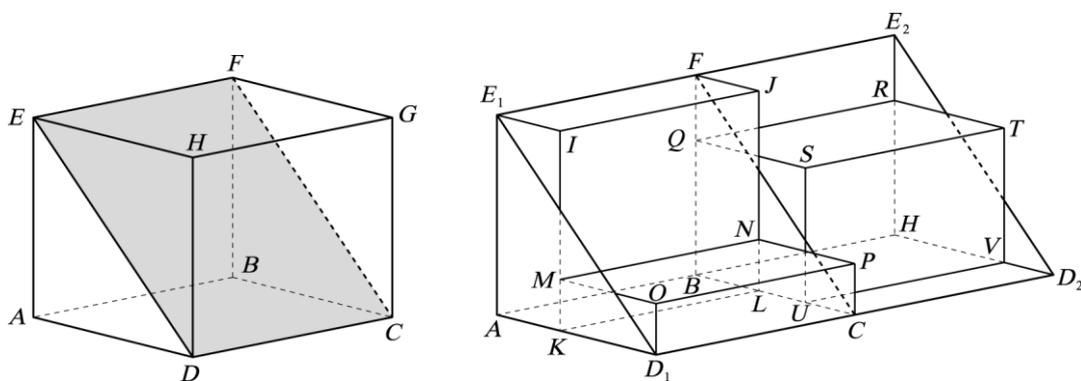
(2)  $b = 0$

(3)  $c = -1$

(4)  $d = -1$

(5)  $ad - bc = -1$

12. 你是一位設計師，設計了一個文創商品並將設計圖繪製在繪圖紙上，如下面的兩個圖形。  
 左下圖為闔上的樣子，是一個邊長為 10 公分的正立方體，此正立方體可以沿著平面  $FEDC$  翻開，其中  $\overline{CF}$  為折線。右下圖為以折線  $\overline{CF}$  為軸翻開後的樣子，其中  $E$  點分開成  $E_1$  與  $E_2$  兩點， $D$  點分開成  $D_1$  與  $D_2$  兩點。長方體  $E_1FJI-ABLK$  為筆盒， $\overline{E_1I}=4$  公分。  
 長方體  $MNPO-KLCD_1$  是許多張形如矩形  $MNPO$  的便條紙堆疊而成。  
 長方體  $QRTS-BHVU$  是許多張形如矩形  $QRTS$  的便條紙堆疊而成， $\overline{QS}=7$  公分。  
 每張便條紙的厚度皆為 0.01 公分，已知此文創商品可以闔上，請問下列關於此文創商品的敘述哪些正確？



- (1) 矩形  $MNPO$  為 7 公分×10 公分的矩形
- (2)  $\overline{JN}$  可以小於  $\overline{QS}$
- (3)  $\overline{SU}$  可以小於  $\overline{NP}$
- (4) 長方體  $QRTS-BHVU$  這一疊便條紙最多有 600 張
- (5) 長方體  $MNPO-KLCD_1$  這一疊便條紙最多有 200 張

三、選填題 (占 25 分)

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 你是夜市某小吃攤的老闆，攤位的租金平均一個晚上為 3000 元，每包小吃的售價 50 元，每包小吃的物料成本為 20 元，一個晚上可以賣出 1000 包。前些日子因為新冠肺炎的疫情以及俄羅斯攻打烏克蘭，導致「漲聲響起」，每包小吃的物料成本多了 10 元，你打算調漲售價因應。經過觀察附近攤位，你發現售價多  $x\%$ ，則銷售量減少  $x\%$ 。若要獲得最大淨利(銷售總金額減掉物料成本與租金)，則售價應為 13-1 13-2 元。

14. 枯山水是以石頭表示山或島，以砂紋表示水的禪風日式庭院。小淳設計的枯山水庭院以 10 個同心圓  $C_1 : x^2 + y^2 = 1$ 、 $C_2 : x^2 + y^2 = 2^2$ 、 $C_3 : x^2 + y^2 = 3^2$ 、……、 $C_{10} : x^2 + y^2 = 10^2$  表示水域，以直線  $L : \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 2$  表示一葉扁舟留下的水痕，



則直線  $L$  與這 10 個同心圓總共有 ⑭-1 ⑭-2 個交點。

15. 一年甲班有 36 位學生。某次月考有 12 位學生數學及格，16 位學生英文及格。從班上隨機抽選一位學生，已知該位學生的數學不及格，則其英文不及格的條件機率為  $\frac{2}{3}$ 。從班上隨機抽選一位學生，已知該位學生的英文不及格，則其數學不及格的條件機率為

$\frac{\textcircled{15-1}}{\textcircled{15-2}}$ 。(化為最簡分數)

16. 數列  $\log 1, \log 2, \log 3, \dots, \log n, \dots$  的前  $n$  項和為  $S_n$ ，則  $S_9$  的整數部分為 ⑯。

17. 將地球儀設定成一個坐標空間，其中球心為原點  $O(0, 0, 0)$ ，地球儀上  $A$  城市的坐標為  $(6, 12, 4)$ ，已知地球儀上所有與  $A$  城市的球面距離為  $\frac{28\pi}{3}$  的地點所形成的圖形為一個圓，

並令此圓為  $\Omega$ ，則圓  $\Omega$  的半徑為  $\textcircled{17-1} \sqrt{\textcircled{17-2}}$ 。(化為最簡根式)

**第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）**

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

**18-20 題為題組**

金融學的 70 法則如下：若年利率為  $r\%$  且以複利計算，則本利和達到原來本金 2 倍所需時間大約為  $\frac{70}{r}$  年。在低利率時使用 70 法則的誤差較小。某人將一筆本金存入銀行，年利率為  $r\%$ ，每年計息一次，利用以上資訊回答下列三個問題。

18. 經過  $n$  年後，以單利計算的本利和為  $a_n$ ，以複利計算的本利和為  $b_n$ ，請問下列哪個選項正確？(單選題，4 分)
- (1)  $\langle a_n \rangle$  與  $\langle b_n \rangle$  皆為等差數列
  - (2)  $\langle a_n \rangle$  與  $\langle b_n \rangle$  皆為等比數列
  - (3)  $\langle a_n \rangle$  為等差數列， $\langle b_n \rangle$  為等比數列
  - (4)  $\langle a_n \rangle$  為等比數列， $\langle b_n \rangle$  為等差數列
  - (5)  $\langle a_n \rangle$  與  $\langle b_n \rangle$  皆不為等差數列，亦皆不為等比數列
19. 在年利率為  $2\%$  的情況下，單利計算與複利計算兩者分別使得本利和達到原來本金 2 倍所需的時間約相差多少年？(小數點後第一位四捨五入至整數位)(非選擇題，5 分)
20. 在年利率為  $2\%$  的情況下，單利計算與複利計算兩者分別使得本利和達到原來本金 3 倍所需的時間約相差多少年？(小數點後第一位四捨五入至整數位)(非選擇題，6 分)

## 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r$  ( $r \neq 1$ ) 的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3. 一維數據  $X : x_1, x_2, \dots, x_n$ ,

算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]}$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$$

4. 二維數據  $(X, Y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ,

相關係數  $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線 (最適合直線) 方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$