臺北區 106 學年度第一學期
第二次學科能力測驗模擬考試

數學考科

—作答注意事項—

考試範圍：第一～四冊全

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 5 題，多選題 7 題，選填題第 A 至 H 題共 8 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記，請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\dfrac{⑱}{⑲}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\dfrac{3}{8}$，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\underset{\square}{3}$ 與第 19 列的 $\underset{\square}{8}$ 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
18	□	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□
19	□	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□

例：若第 C 題的答案格式是 $\dfrac{⑳㉑}{50}$ ，而答案是 $\dfrac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\underset{\square}{-}$ 與第 21 列的 $\underset{\square}{7}$ 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
20	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	■	□
21	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□	□

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

祝考試順利

99363203-26

第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 25 分）

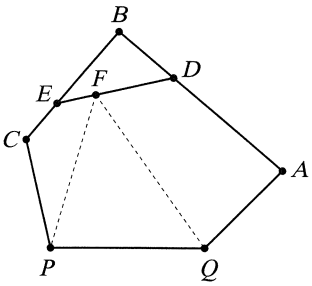
說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 下列哪個選項的 x 值，會使得不等式 $(2^x-2)(8^x-4)(32^x-16)>0$ 成立？
   (1) 0.6
   (2) 0.7
   (3) 0.8
   (4) 0.9
   (5) 1

2. 有三個袋子，甲袋中有 1 個白球，1 個紅球；乙袋中有 1 個白球，1 個紅球；丙袋中有 2 個紅球。今隨機從三袋中選取一袋後，再從此袋中連續取球 4 次，每次取出 1 球紀錄顏色後放回。若取出的 4 球都是紅球，則再從此袋中取出 1 球為白球的機率為何？
   (1) 0
   (2) $\frac{1}{3}$
   (3) $\frac{1}{4}$
   (4) $\frac{1}{18}$
   (5) $\frac{1}{48}$

3. 若 k 為正實數，則 $(-\sqrt{-k})\cdot\sqrt{-1}$ 的值會等於下列哪個選項？
   (1) $-\sqrt{k}$
   (2) $-\sqrt{-k}$
   (3) $\sqrt{k}i$
   (4) $\sqrt{-k}$
   (5) $\sqrt{k}$

4. 平面上五邊形 $PQABC$ 如右圖，點 D、E、F 分別在 $\overline{AB}$ 、$\overline{BC}$ 、$\overline{DE}$ 上，且滿足 $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\dfrac{\overline{BE}}{\overline{CE}}=\dfrac{\overline{DF}}{\overline{EF}}=2$。令$\triangle PQA$、$\triangle PQB$、$\triangle PQC$ 的面積分別為 a、b、c，若$\triangle PQF$ 的面積為 $\dfrac{ax+by+cz}{9}$，請選出正確的 (x , y , z) 選項。



(1) $(1 , 4 , 4)$
(2) $(1 , 6 , 2)$
(3) $(2 , 3 , 4)$
(4) $(2 , 5 , 2)$
(5) $(3 , 3 , 3)$

5. 平面上有一雙曲線 Γ：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$，其中 $a>0$，$b>0$，$a^2+b^2=1$。已知 Γ 圖形通過點 $P(2 , \sqrt{3})$，則貫軸長為何？
(1) $\sqrt{3}-1$
(2) $2\sqrt{3}-2$
(3) 1
(4) $\sqrt{3}+1$
(5) $2\sqrt{3}+2$

二、多選題（占 35 分）

說明：第 6 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 若整數 n 滿足指數方程式 $(n+1)^{106+3n}=(n+1)^{2017}$，則下列哪些選項為 n 可能的值。
(1) -2
(2) -1
(3) 0
(4) 637
(5) 1911

7. 已知 $f(x)$ 為二次函數，且函數 $g(x)=f(x-4)+f(x+2)=4(x+1)^2+18$，請選出正確的選項。
(1) $f(x)$ 的 x^2 項係數為 2
(2)對所有實數 x，$g(x-1)=g(-x-1)$
(3) $f(1)=f(-5)$
(4)直線 $x-1=0$ 為 $y=f(x)$ 的對稱軸
(5)拋物線 $y=f(x)$ 的最小值為 9

8. 平面上有一梯形 $ABCD$，其中 $\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$，$\overline{AB}\neq\overline{CD}$。點 P 為平面上滿足 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=\overrightarrow{0}$ 的一點，請選出正確的選項。
(1)對平面上任意點 Q，$4\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{QA}+\overrightarrow{QB}+\overrightarrow{QC}+\overrightarrow{QD}$ 恆成立
(2)點 P 在 $\overline{AD}$，$\overline{BC}$ 的中點連接線段上
(3)點 P 為 $\triangle ABD$，$\triangle CDB$ 的重心連接線段中點
(4)任意通過點 P 的直線必定平分梯形面積
(5)四個三角形 $\triangle ABP$，$\triangle BCP$，$\triangle CDP$，$\triangle DAP$ 面積皆相等

9. 甲乙兩人練習 $5k$ 慢跑，甲於 A 場地練習 10 次、B 場地練習 2 次；乙於 A 場地練習 2 次、B 場地練習 10 次。若甲在兩場地的平均練習時間皆分別少於乙兩場地的平均練習時間，則下列哪些選項是正確的？(假設 4 個平均時間皆相異)
(1)甲所有練習時間的平均一定比乙所有練習時間的平均還少
(2)甲所有練習時間的平均為甲兩場地平均值和的一半
(3)甲所有練習時間的平均介於甲兩場地的平均值之間
(4)甲的最快練習時間必少於乙的最快練習時間
(5)甲所有練習時間的標準差一定比乙所有練習時間的標準差還少

10. 已知廣義角θ，ϕ為同界角，且$\dfrac{\theta}{3}$為第一象限角，$\dfrac{\phi}{3}$為第四象限角，則θ可能為下列哪些選項？

(1)第一象限角

(2)第二象限角

(3)第三象限角

(4)第四象限角

(5) $(2n-1)\times180^\circ$ (n 為整數)

11. 下列哪些選項與方程式 $x+2y+3z=2017$ 的「正整數解的個數」相等？

(1) $a+b+c=2017$ 且 $a>b>c$ 正整數解的個數

(2) $a+2b+3c=4034$ 正整數解個數的一半

(3)滿足 $2<x+2y<2017$ 的正整數格子點 (x,y) 個數

(4)滿足 $4<2y+3z<2017$ 的正整數格子點 (y,z) 個數

(5) $A(2017,0,0)$，$B\left(0,\dfrac{2017}{2},0\right)$，$C\left(0,0,\dfrac{2017}{3}\right)$，在$\triangle ABC$內部(不含邊界)的格子點個數

12. 空間中有三個非零向量 $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$，則下列哪些選項的性質正確？

(1) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{a}-\overrightarrow{c}\Rightarrow\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{0}$

(2) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}\Rightarrow\overrightarrow{b}=\overrightarrow{c}$

(3) $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{c}\Rightarrow\overrightarrow{b}=\overrightarrow{c}$

(4) $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}$

(5) $(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b})\cdot(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})=0$

第貳部分：選填題（占 40 分）

說明：1.第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(13－32)。
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

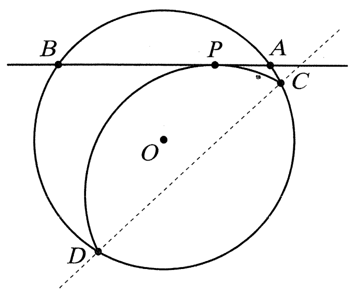
A. 令函數 $f(n)=\dfrac{10^n+9^n}{10^n-9^n}$ (n 為正整數)，已知在 n 夠大時，函數值 $f(n)$ 與 1 會非常接近，則滿足 $|f(n)-1|<\dfrac{1}{10}$ 的最小正整數 n 為__⑬⑭__。

B. 甲乙丙三個人分別從 1 ～ 8 連續正整數中挑選一個號碼，號碼可以相同，並要求「甲的號碼大於丙的號碼」且「乙的號碼大於丙的號碼」。則三個人的選擇有__⑮⑯⑰__種方法。

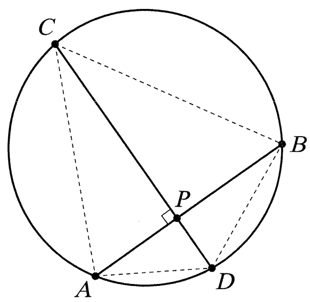
C. 空間中平面 E：$4x-5y+2z=11$ 與直線 L：$\begin{cases} x+2y+z=7 \\ 2x+y-z=5 \end{cases}$ 的交點坐標為__(⑱ , ⑲ , ⑳)__。

D. 設 x，y 為實數，方陣 $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & x \end{bmatrix}$ 且 $yA^{-1}=\dfrac{1}{y}A$，則數對 $(x, y^2)=$__(㉑㉒ , ㉓㉔)__。

E. 將右圖中的圓 $x^2+y^2=25$ 上的劣弧 $\overset{\frown}{CD}$ 沿著弦 $\overline{CD}$ 往圓心 O 摺回，摺回的弧與水平弦 $\overline{AB}$ 相切點 $P(a\ ,3)$。若直線 CD 的斜率為 $\dfrac{7}{8}$，則 $a=$ $\dfrac{㉕}{㉖}$ ＿＿＿＿。(化為最簡分數)

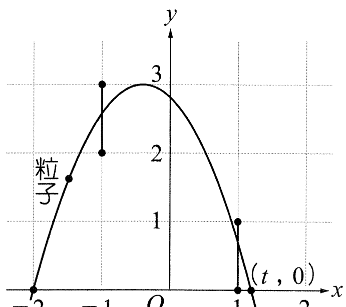


F. 右圖中圓內兩弦 $\overline{AB}$，$\overline{CD}$ 互相垂直於 P 點，且 $\tan\angle ACB=0.8$，$\overline{PA}=18$，$\overline{PB}=22$。則 $\overline{PC}-\overline{PD}=$ ＿㉗㉘＿。



G. 平面上△ABC，其中 $\overline{AB}=7$，$\angle ACB=60^\circ$，且 $\overline{CA}$，$\overline{CB}$ 皆為整數。則符合條件的三角形有＿㉙＿個。(注意：邊長 $(a\ ,b\ ,c)=(5\ ,6\ ,7)$ 與 $(6\ ,5\ ,7)$ 視為不同的三角形)

H. 平面上一粒子從點 $A(-2\ ,0)$ 沿著開口向下的拋物線 $y=f(x)$ 的軌跡往右方移動，當移動到 x 坐標等於 -1 時，粒子高度 (y 坐標) 大於 2 且小於 3；一段時間後，當 x 坐標等於 1 時，粒子高度大於 0 且小於 1。若粒子繼續移動，會經過點 $(t\ ,0)$，則 t 的可能範圍是 ＿$㉚<t<\dfrac{㉛}{㉜}$＿。(化為最簡分數)



參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a，公差為 d 的等差數列前 n 項之和 $S_n=\dfrac{n\left[2a+(n-1)d\right]}{2}$

   首項為 a，公比為 $r\ (r\neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和 $S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式：$\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$

   $\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$

   $\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$（$R$ 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑）

   $\triangle ABC$ 的餘弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

4. 一維數據 X：x_1，x_2，……，x_n，算術平均數 $\mu_X=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_n)=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$

   標準差 $\sigma_X=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_X)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{n}\left(\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2\right)-n\mu_X^2\right)}$

5. 參考數值：$\sqrt{2}\approx 1.414$，$\sqrt{3}\approx 1.732$，$\sqrt{5}\approx 2.236$，$\sqrt{6}\approx 2.449$，$\pi\approx 3.142$

6. 對數值：$\log_{10}2\approx 0.3010$，$\log_{10}3\approx 0.4771$，$\log_{10}5\approx 0.6990$，$\log_{10}7\approx 0.8451$

數學考科詳解

題號	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
答案	(2)	(4)	(5)	(1)	(2)	(2)(3)(4)	(1)(2)(3)	(1)(2)	(3)
題號	10.	11.	12.						
答案	(2)(3)(5)	(1)(4)(5)	(1)(5)						

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. (2)

難易度：易

出處：第一冊第三章〈指數、對數函數〉

目標：指數方程式解、不等式解區間判斷

解析：$(2^x-2)(8^x-4)(32^x-16)$ 在 $x=1$，$\frac{2}{3}$，$\frac{4}{5}$ 時其值為 0

故不等式解為 $x>1$，$\frac{2}{3}<x<\frac{4}{5}$

故選(2)。

2. (4)

難易度：難

出處：第二冊第三章〈機率〉

目標：條件機率與貝氏定理運用

解析：條件機率 $P(\text{第五次白}\,|\,\text{連續 4 紅})=\dfrac{\frac{1}{3}\times1^4\times0+\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}\times1^4+\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^4}=\dfrac{1}{18}$

故選(4)。

3. (5)

難易度：易

出處：第一冊第二章〈多項式函數〉

目標：虛數 i 的定義與基本化簡

解析：$(-\sqrt{-k})\cdot\sqrt{-1}=-\sqrt{k}\cdot i\cdot i=\sqrt{k}$

故選(5)。

4. (1)

難易度：中

出處：第一冊第一章〈數與式〉、第三冊第三章〈平面向量〉

目標：數線分點公式理解、平面向量線性組合運算能力

解析：假設 P，Q 在 x 軸上，點 A，B，C 在第一象限

則 a，b，c 分別與點 A，B，C 的 y 坐標成正比(有相同底 $\overline{PQ}$)

$\overrightarrow{BF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BE}=\frac{1}{9}\overrightarrow{BA}+\frac{4}{9}\overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow 9(\overrightarrow{OF}-\overrightarrow{OB})=(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})+4(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB})\Rightarrow 9\overrightarrow{OF}=\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}+4\overrightarrow{OC}$

$\therefore x=1$，$y=z=4$

各點 y 坐標也可由分點公式 $\frac{1}{3}\left(\frac{a+2b}{3}\right)+\frac{2}{3}\left(\frac{b+2c}{3}\right)=\frac{a+4b+4c}{9}$ 求得相同結果

故選(1)。

5. (2)

難易度：中

出處：第四冊第四章〈二次曲線〉

目標：雙曲線定義理解、運用坐標運算或方程式解題

解析：如右圖，焦點 $F_1(1,0)$，$F_2(-1,0)$

由 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 三角形(或坐標計算距離)

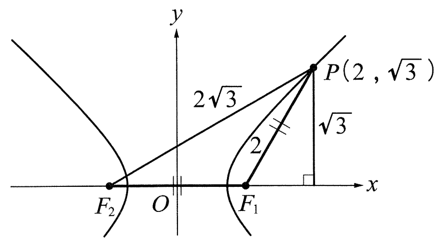
可得 $2a=\overline{PF_2}-\overline{PF_1}=2\sqrt{3}-2$

或直接將點 P 坐標代入 Γ 方程式可化簡得：

$a^4-8a^2+4=0\Rightarrow a^2=4-2\sqrt{3}=(\sqrt{3}-1)^2\ (\because a^2<1)$

$\Rightarrow 2a=2\sqrt{3}-2$

故選(2)。



二、多選題

6. (2)(3)(4)

難易度：易

出處：第一冊第三章〈指數、對數函數〉

目標：整數次方指數運算

解析：選項逐一代入即可確認選項是否正確，故選(2)(3)(4)。

7. (1)(2)(3)

難易度：中

出處：第一冊第二章〈多項式函數〉

目標：拋物線方程式、圖形對稱性理解與應用、頂點計算

解析：(1) ○：$f(x-4)$，$f(x+2)$ 與 $f(x)$ 的領導(首項)係數相等，

皆是 $g(x)$ 領導(首項)係數的一半：2

(2) ○：$g(x-1)=4x^2+18=4(-x)^2+18=g(-x-1)$

(3) ○：通過 $y=f(x-4)$ 與 $y=f(x+2)$ 交點的鉛直線恰為

$y=g(x)$ 的對稱軸 $x+1=0$，也就是當 $x=-1$ 時，

$f(-5)=f(1)=\dfrac{g(-1)}{2}=9$

(4) ╳：因為 $f(-5)=f(1)$，所以 $f(x)$ 的對稱軸為

$x=\dfrac{(-5)+1}{2}=-2$

也可以假設 $f(x)$ 的頂點為 (h,k)，則 $f(x-4)$ 與 $f(x+2)$ 的頂點分別為 $(h+4,k)$ 與 $(h-2,k)$

而 $\dfrac{(h+4)+(h-2)}{2}=-1$ 也可得 $h=-2$

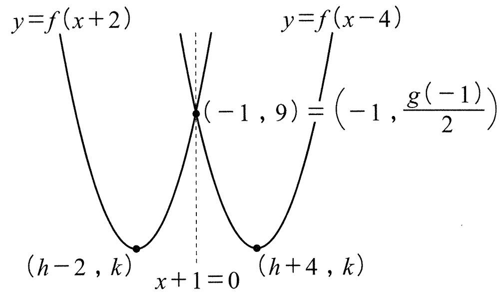
(5) ╳：令 $f(x)=2(x+2)^2+k$，因為 $f(1)=9$，所以可求得 $k=-9$

另外，若是假設 $f(x)=ax^2+bx+c$，經計算化簡得

$g(x)=2a(x^2-2x+10)+2b(x-1)+2c=4x^2+8x+22$

比較係數後得 $a=2$，$b=8$，$c=-1\Rightarrow f(x)=2(x+2)^2-9$

故選(1)(2)(3)。



8. (1)(2)

難易度：中

出處：第三冊第三章〈平面向量〉

目標：平面向量運算能力、向量坐標與點位置判斷能力

解析：(1) ○：$\overrightarrow{QA}+\overrightarrow{QB}+\overrightarrow{QC}+\overrightarrow{QD}=(\overrightarrow{PA}-\overrightarrow{PQ})+(\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PQ})+(\overrightarrow{PC}-\overrightarrow{PQ})+(\overrightarrow{PD}-\overrightarrow{PQ})=\overrightarrow{0}+4\overrightarrow{QP}$

(2) ○：當 $Q=O$ 原點時，

$$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD})=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OD}\right)+\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}\right)\right]$$

(3) ╳：$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{6}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{OC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OD}\neq\overrightarrow{OP}$ (G：兩重心連線中點)

(4) ╳：與上下底平行的直線無法平分梯形

(5) ╳：$\because$點 P 在兩腰中點連接線段上　$\therefore$上下兩三角形面積不相等(等高但底不同)

故選(1)(2)。

9. (3)

難易度：中

出處：第二冊第四章〈數據分析〉

目標：數據解讀(辛普森悖論)舉例說明能力

解析：甲的總平均為 $\dfrac{10\times A+2\times B}{12}$ 明顯介於兩平均值之間，

而標準差與最小值都無法單獨從平均值判斷

乙總平均小於甲的例子如右表，故選(3)。

平均時間	A	B	A，B 總時間 (總平均)
甲	29	26	342 (28.5)
乙	30	27	334 (27.5)

10. (2)(3)(5)

難易度：中

出處：第三冊第一章〈三角〉

目標：廣義角象限判斷、同界角範圍判斷

解析：將兩角度範圍×3(m，n，$k\in Z$)

則 $3\cdot 2m\pi<\theta<3\cdot\left(2m+\dfrac{1}{2}\right)\pi$ 與 $3\cdot\left(2n-\dfrac{1}{2}\right)\pi<\phi<3\cdot 2n\pi$

∵兩個角為同界角　∴$\left(2k+\dfrac{1}{2}\right)\pi<\theta<\left(2k+\dfrac{3}{2}\right)\pi$

故選(2)(3)(5)。

11. (1)(4)(5)

難易度：難

出處：第二冊第二章〈排列、組合〉

目標：整數解、格子點、平面方程式等對應能力

解析：(1)○：令 $a=x+y+z$，$b=y+z$，$c=z$，此選項與題目解一對一對應

(2)╳：若 $x+2y+3z=2017$，則 $(x+2017, y, z)$，$(x+1, y+1008, z)$，$(x+1, y, z+672)$，……皆滿足選項方程式。因 $1\le x\le 2012$，$1\le y\le 1006$，$1\le z\le 671$，所以這些衍生的解皆相異，選項解的個數多 2 倍以上 (事實上，兩者解的個數分別為 338016、1354080)

(3)╳：$2017-(x+2y)$ 不一定是 3 的倍數，所以解比較多

(4)○：令 $x=2017-(2y+3z)$，此選項與題目解一對一對應

(5)○：過 A、B、C 三點的平面為 $x+2y+3z=2017$，此選項與題目解一對一對應

故選(1)(4)(5)。

12. (1)(5)

難易度：易

出處：第四冊第一章〈空間向量〉

目標：向量基本概念與內積、外積性質辨別能力

解析：(1)○：直接化簡可得

(2)╳：$(1, 0, 0)\cdot(0, 1, 0)=(1, 0, 0)\cdot(0, 0, 1)=0$

(3)╳：$(1, 0, 0)\times(2, 0, 0)=(1, 0, 0)\times(3, 0, 0)=(0, 0, 0)$

(4)╳：外積無交換律 $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=-\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}$

(5)○：外積性質 $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=\overrightarrow{0}$ 或垂直向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$，所以內積為 0

故選(1)(5)。

第貳部分：選填題

A. 29

難易度：易

出處：第一冊第三章〈指數、對數函數〉

目標：指數化簡對數解整數不等式

解析：因為 $f(n)>1$，所以絕對值去掉之後，得不等式為

$f(n)-1=\dfrac{2\cdot 9^n}{10^n-9^n}<\dfrac{1}{10}$，化簡整理得 $\left(\dfrac{10}{9}\right)^n>21$

兩邊取對數 $\Rightarrow n(1-2\times 0.4771)>(0.4771+0.8451)$

$\Rightarrow n>\dfrac{1.3222}{0.0458}=28.8\ldots$，所以 n 的最小正整數值為 29。

B. 140

難易度：易

出處：第二冊第二章〈排列、組合〉

目標：組合運算、情況列舉

解析：〈先甲乙再丙〉甲乙相同：$C^8_2=28$；

甲乙相異：$C^8_3\cdot 2!=112$，$28+112=140$

〈先丙再甲乙〉$7^2+\cdots\cdots+1^2+0^2=140$。

C. (3 , 1 , 2)

難易度：易

出處：第四冊第二章〈空間中的平面與直線〉

目標：解聯立方程式

解析：求交點相當於解聯立方程組：

L 與 E 的交點：$\begin{cases} x+2y+z=7 \\ 2x+y-z=5 \\ 4x-5y+2z=11 \end{cases}$

$\Rightarrow x=3$，$y=1$，$z=2$

故交點坐標為 (3 , 1 , 2)。

D. $(-3 , 13)$

難易度：中

出處：第四冊第三章〈矩陣〉

目標：矩陣、反方陣解讀與運算

解析：$yA^{-1}=\dfrac{1}{y}A$

$\Rightarrow y^2I=A^2$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 13 & 2x+6 \\ 2x+6 & x^2+4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} y^2 & 0 \\ 0 & y^2 \end{bmatrix}$

所以 $x=-3$，$y^2=13$

亦可由反方陣 $yA^{-1}=\dfrac{y}{3x-4}\begin{bmatrix} x & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}=\dfrac{1}{y}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & x \end{bmatrix}=-\dfrac{1}{y}\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -x \end{bmatrix}$ 直接求得

故數對 $(x , y^2)=(-3 , 13)$。

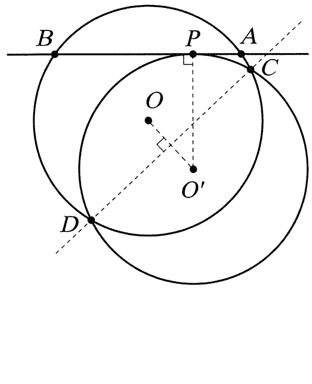
E. $\dfrac{7}{4}$

難易度：中

出處：第三冊第二章〈直線與圓〉

目標：圓與切線關係、對稱圖形、(垂直)斜率、兩圓交線方程式

解析：摺回的弧在另一圓上，



其圓心 O' 在 P 正下方 5 單位，坐標為 $(a,\ -2)$，半徑為 5

$\because \overline{OO'}$ 垂直 $\overline{CD}$

$\therefore$斜率為 $\dfrac{-8}{7}=\dfrac{-2}{a}\Rightarrow a=\dfrac{7}{4}$

或是利用對稱圓方程式 $(x-a)^2+(y+2)^2=25$

與原圓方程式相減可得 CD 直線方程式為 $a(2x-a)-2(2y+2)=0$

$\Rightarrow$ 斜率為 $\dfrac{7}{8}=\dfrac{2a}{4}$

$\Rightarrow a=\dfrac{7}{4}$。

F. 50

難易度：難

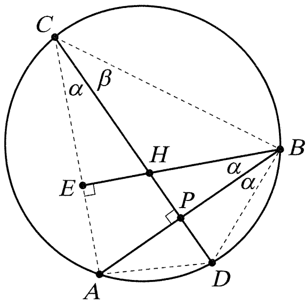
出處：第三冊第一章〈三角〉

目標：正切和角公式、根與係數、垂心幾何性質

解析：令 $\overline{PC}=x$，$\overline{PD}=y$(下列過程參考附圖)

〈解法一：正切和角〉

$$\tan\angle ACB=\tan(\alpha+\beta)=\frac{\frac{18}{x}+\frac{22}{x}}{1-\frac{18}{x}\cdot\frac{22}{x}}=0.8$$



$\Rightarrow x^2-50x-18\cdot22=0$

同理，$\tan\angle ADB=-0.8$ 可得 $(-y)^2-50(-y)-18\cdot22=0$

兩方程式的實數解互為相反數，

所以 $x-y$ 等於第一個方程式的兩根之和 50。

〈解法二：幾何三角〉

做△ABC 垂心 H，則$\angle ACD=\angle ABD=\angle ABE$，$\overline{PD}=\overline{PH}$

所以 $x-y=\overline{CH}=\dfrac{\overline{CE}}{\cos\alpha}=\dfrac{\overline{BE}}{0.8\cos\alpha}=\dfrac{\overline{AB}}{0.8}=\dfrac{18+22}{0.8}=50$。

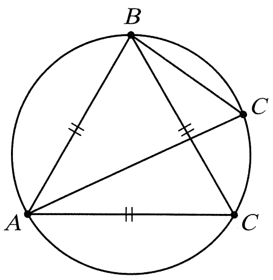
G. 5

難易度：中

出處：第三冊第一章〈三角〉

目標：正弦定理、餘弦定理運用

解析：正三角形符合條件，所以當最大邊為 $\overline{AC}=b>7$



由正弦定理可知 $b\leq\dfrac{7}{\sin60^\circ}=\dfrac{14}{\sqrt{3}}<\dfrac{15}{\sqrt{3}}=\sqrt{75}<9$

也就是 $b=8$

再由餘弦定理 $a^2+8^2-7^2=2\cdot a\cdot 8\cdot\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow a=3$ 或 5

當 $\overline{BC}$ 為最大邊時，也有類似的情況

故邊長 (a,b,c) 有 $(7,7,7)$，$(3,8,7)$，$(5,8,7)$，$(8,3,7)$，$(8,5,7)$ 共 5 個解。

H. $1<t<\dfrac{7}{5}$

難易度：中

出處：第一冊第二章〈多項式函數〉

目標：拋物線範圍解不等式範圍

解析：根據題目敘述可假設 $f(x)=-k(x+2)(x-t)$，$k>0$，$t>1$

由 $\begin{cases}2<f(-1)<3\\0<f(1)<1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2<k(t+1)<3\\0<3k(t-1)<1\end{cases}$

$$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{2}{t+1}<k<\dfrac{3}{t+1}\\0<k<\dfrac{1}{3(t-1)}\end{cases}$$

所以當 $\dfrac{2}{t+1}<\dfrac{1}{3(t-1)}\Rightarrow 1<t<\dfrac{7}{5}$ 時，k 有解。