

# 大學入學考試中心

## 110年試辦考試（適用於108課綱）

### 數學A考科

#### —作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上

的第 18-1 列的  $\frac{\square}{\square}$  與第 18-2 列的  $\frac{\square}{\square}$  劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{19-1}\textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列

的  $\frac{\square}{\square}$  與第 19-2 列的  $\frac{\square}{\square}$  劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

第壹部分、選擇（填）題（占85分）

一、單選題（占30分）

說明：第1題至第6題，每題5分。

1. 試問  $\log(2+\sqrt{3}), \log(2-\sqrt{3}), -\log(2+\sqrt{3}), -\log(2-\sqrt{3}), \log 2 + \log \sqrt{3}$  這五個數中共有多少個不同的實數？  
(1) 1 個                      (2) 2 個                      (3) 3 個                      (4) 4 個                      (5) 5 個
2. 試問有多少個整數  $x$  滿足不等式  $|x-10| < |x-60| < |x+10|$ ？  
(1) 8 個                      (2) 9 個                      (3) 10 個                      (4) 11 個                      (5) 20 個
3. 已知坐標平面上  $\triangle ABC$  的一頂點  $A(2,3)$ ，且知過另兩頂點  $B, C$  的中線方程式分別為  $8x+5y=14$  與  $x+7y=6$ ，試問過頂點  $A$  的中線斜率為下列哪一選項？  
(1)  $\frac{7}{2}$                       (2)  $\frac{1}{2}$                       (3)  $\frac{2}{7}$                       (4)  $-\frac{2}{7}$                       (5)  $-\frac{7}{2}$
4. 設  $E$  為坐標空間中通過  $(1,0,-1)$  和  $(1,-1,0)$  兩點且與直線  $\frac{1}{2}x - \frac{13}{7} = y + 19 = -2z$  平行的平面。  
在下列選項中，試選出與  $E$  所夾銳角為最小的平面方程式。  
(1)  $x=0$                       (2)  $y=0$                       (3)  $z=0$   
(4)  $x+y=0$                       (5)  $y+z=0$

5. 甲、乙、丙三人到旋轉壽司餐廳用餐。餐廳現有 10 種壽司，每種壽司僅剩 2 盤。假設每種壽司每個人至多只能拿 1 盤，用完餐後發現每種壽司都至少有人拿了 1 盤。試問三人拿取壽司的組合共有幾種？

- (1)  $2^{10}$             (2)  $5^{10}$             (3)  $6^{10}$             (4)  $7^{10}$             (5)  $8^{10}$

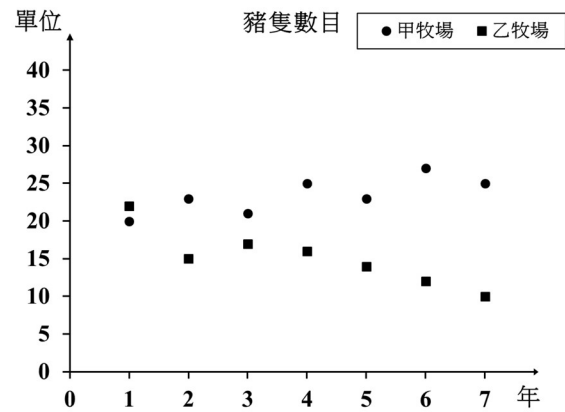
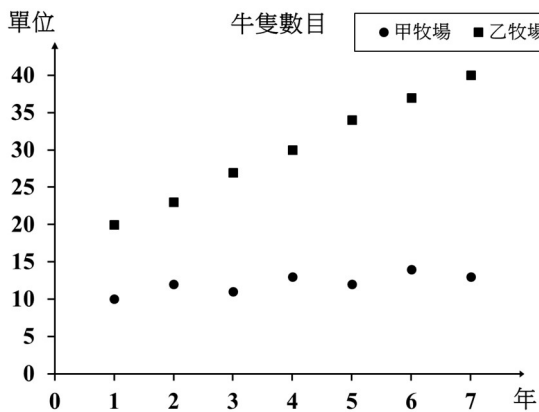
6. 試問有多少個實數  $x$  滿足  $\sin 2x + \cos 2x = \frac{1}{2} + \sin x$  且  $0 \leq x \leq 2\pi$  ?

- (1) 1 個            (2) 2 個            (3) 3 個            (4) 4 個            (5) 5 個

## 二、多選題（占 30 分）

說明：第 7 題至第 12 題，每題 5 分。

7. 甲乙兩牧場記錄了 7 年畜養牛、豬的數目，其畜養牛、豬數目與時間資料分別如下圖所示（1 單位代表 100 隻）。



依據上述資料，試選出正確的選項。

- (1) 甲、乙牧場的牛隻數目都逐年增加  
(2) 甲牧場牛隻數目的中位數為 10 單位  
(3) 甲牧場牛隻數目的標準差小於 3 單位  
(4) 乙牧場豬隻數目的算術平均數最接近的整數單位為 15  
(5) 甲牧場牛與豬隻數目的相關係數大於乙牧場牛與豬隻數目的相關係數

8. 已知  $f(x)$  為實係數二次多項式，且  $y=f(x)$  的圖形開口向下，頂點在  $(2,3)$ ；而  $g(x)$  為實係數三次多項式，且  $y=g(x)$  的圖形最右方會下降到負無限大，對稱中心在  $(2,-1)$ 。試選出正確的選項。
- (1)  $y=f(-x)$  的圖形開口向上
  - (2)  $y=g(-x)$  的圖形最右方會上升到正無限大
  - (3)  $y=g(-x)$  的圖形對稱中心在  $(-2,1)$
  - (4)  $y=f(x)+g(x)$  的圖形對稱中心在  $(2,2)$
  - (5)  $y=f(x)$  的圖形與  $y=g(x)$  的圖形在  $x<2$  時恰有一個交點
9. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AB}=2$ ， $\overline{AC}=3$ ，且  $\overline{BC}=a$ 。試選出正確的選項。
- (1)  $a>1$
  - (2) 若  $\triangle ABC$  為鈍角三角形，則  $a>\sqrt{13}$
  - (3) 可以找到一個  $a$ ，使得  $\angle B<\angle A<\angle C$
  - (4) 可以找到一個  $a$ ，使得  $\triangle ABC$  的外接圓半徑為  $\sqrt{2}$
  - (5) 可以找到一個  $a$ ，使得  $\triangle ABC$  的外接圓半徑為 2021
10. 某公司舉辦抽獎活動，發出編號 001 到 640 共 640 張彩券。抽獎方式為先由 0 到 9 十個數字中隨機抽出一個作為中獎號碼的百位數字，再依同樣方式依序抽出十位數字與個位數字。每次抽數字皆不受前面已抽結果影響，且 0~9 任一數被抽出的機率皆為  $\frac{1}{10}$ 。如果抽出的號碼不在 001~640 之間，則依前述方式重新再抽三個數字作為中獎號碼；若連續三輪都抽不出中獎號碼，則此抽獎活動無人中獎。試選出正確的選項。
- (1) 123 號與 321 號中獎機率相同
  - (2) 每個號碼中獎機率皆為  $\frac{1}{640}$
  - (3) 若有人中獎，則此中獎號碼的百位數字為 1 與百位數字為 6 的機率相同
  - (4) 抽到第三輪且有人中獎的機率大於 5%
  - (5) 此抽獎活動有人中獎的機率小於 93%

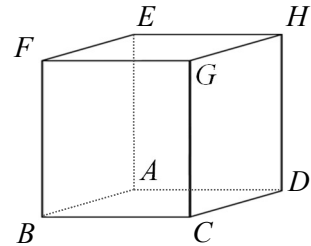
11. 設坐標平面上原點為  $O$ ，點  $A(a_1, a_2)$ 、 $B(b_1, b_2)$  滿足  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = 2$ ，而點  $C, D$  滿足

$\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$  且  $\vec{OD} = k \vec{OA} + (2-k) \vec{OB}$ ，其中  $k \neq 1$  為一實數。試選出正確的選項。

- (1) 若  $O, A, D$  三點共線，則  $k = 2$
- (2)  $\vec{AB}$  與  $\vec{CD}$  平行
- (3)  $\Delta OAC$  的面積為 2
- (4)  $\Delta ABD$  的面積與  $k$  無關
- (5)  $\Delta ACD$  的面積與  $k$  無關

12. 坐標空間中一正立方體  $ABCD - EFGH$ （如圖）。四個頂點的坐標為  $A(0,0,0)$ 、 $B(1,0,0)$ 、 $D(0,1,0)$ 、 $E(0,0,1)$ ，其中  $ABCD$  為正立方體的一個面（不考慮其延伸平面）。考慮方向向量為  $(1,2,3)$  且通過點  $P(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4})$  的直線  $L$ ，試選出正立方體中會與  $L$  有交點的面。

- (1)  $ABFE$
- (2)  $ADHE$
- (3)  $BCGF$
- (4)  $CDHG$
- (5)  $EFGH$



### 三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 某公司趣味競賽共有 32 位同仁參加，競賽採單淘汰制，每位輸了一場就淘汰。每場沒有和局，勝者晉級下一輪。公司提供每位參加同仁基本獎 1 千元，第一輪獲勝者另加獎金 2 千元，第二輪獲勝者再加獎金 4 千元，依此方式，每輪獲勝獎金為前一輪的 2 倍，例如第三輪才輸的同仁共可得到 7 千元，則最後一場獲勝者總共可得 13-1 13-2 千元。

14. 某品牌手機的電池由 A, B 兩家廠商製造，其中 40% 是 A 廠製造、60% 是 B 廠製造。已知 A 廠的電池有 90% 的機率可以正常使用超過一年，而 B 廠的電池有 75% 的機率可以正常使用超過一年。假設某甲有此品牌的手機且電池已經正常使用超過一年，則某甲手機的電池是 A 廠製造的機率為  $\frac{\textcircled{14-1}}{\textcircled{14-2}}$ 。(化為最簡分數)

15. 已知  $a > 1$ ，且知當  $0 \leq x \leq 2$  時， $y = a^{x^2 - 3x + 3}$  的最小值為  $\frac{27}{8}$ ，則  $a = \frac{\textcircled{15-1}\textcircled{15-2}}{\textcircled{15-3}\textcircled{15-4}}$ 。(化為最簡分數)

16. 在坐標平面上，任給共線三點 A, B, C 且 A, B 在 C 點的同側，若以 C 為圓心、半徑為  $r$  的圓  $\Gamma$  滿足 (線段乘積)  $\overline{CA} \times \overline{CB} = r^2$ ，則稱 A, B 互為對圓  $\Gamma$  的反演點。設  $\Gamma$  為  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 2 = 0$ ，則點  $A(2, -2)$  對圓  $\Gamma$  的反演點 B 的坐標為  $(\textcircled{16-1}, \textcircled{16-2})$ 。

17. 設 A, B, C, D 為空間中正四面體的四個頂點，另有一點 E 與點 D 分別在  $\triangle ABC$  所在平面的兩側，且 (向量內積)  $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ 。則  $\cos \angle DAE = \frac{\textcircled{17-1}\sqrt{\textcircled{17-2}}}{\textcircled{17-3}}$ 。(化為最簡根式)

### 第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

#### 18-20 題為題組

以  $T$  表由  $\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$  定義的平面線性變換，其中  $a$ 、 $b$  為實數。試回答下列問題。

18. 若  $T$  將點  $(0,1)$  映射到直線  $y = 5x + 13$  上一點，試問下列哪一選項是正確的？（單選題，3 分）

- (1)  $a - 5b = 13$
- (2)  $a + 5b = 13$
- (3)  $5a - b = 13$
- (4)  $5a + b = 13$
- (5)  $-5a + b = 13$

19. 若  $T$  將直線  $y = x + 1$  上的點都映射到直線  $y = 5x + 13$  上，試求  $a$ 、 $b$ 。（非選擇題，6 分）

20.（承 19 題）設  $P, Q$  為平面上兩相異點，令  $P' = T(P)$ 、 $Q' = T(Q)$ ，試說明  $\frac{\overline{P'Q'}}{\overline{PQ}}$  為定值，

並求此值。（非選擇題，6 分）

### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$

5. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數  $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$