

2 直線與圓

高三彈性數學

班級:

座號:

姓名:

第 1 至 3 題為題組

根據選舉罷免法規定，罷免的條件有兩個階段的連署，連署通過後再經由投票決定罷免結果，其規定如下：

第一階段：提議（百分之一選舉區選民簽署）

第二階段：連署（十分之一選舉區選民簽署）

第三階段：投票（有效同意票數大於不同意票數，且同意票數達原選舉區選舉人總數四分之一以上，即為通過。）

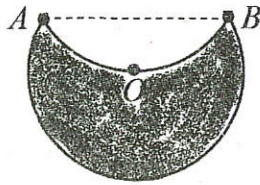
今有某選區的一位受爭議的民意代表罷免案已進入投票階段，已知該選區罷免案選舉人總數為 10000 人。試問下列各題：

- 請問在連署階段時，至少需要有多少位選民簽署才會通過？
(1) 10 位 (2) 100 位 (3) 1000 位 (4) 2500 位 (5) 10000 位
- 假設沒有無效票（廢票），若同意罷免案的投票數大於不同意罷免案的投票數，但仍無法通過此罷免案，則投票率最多不超過多少？
- 假設此次投票時的投票率為 $x\%$ ，同意票數為 y 票，且沒有無效票（廢票）的情況下，試在作圖區的 xy 平面上，畫出通過此罷免案的合理區域範圍，並於求解區內求投票率為 80% 時，通過罷免案的同意票數區間。

題號	作 答 區												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±	
1													
2	$\Rightarrow \text{同意票數 } y \Rightarrow y = 2499$ $\text{不} \dots \dots z \Rightarrow z = 2498$ $\frac{2499 + 2498}{10000} = 49.97\%$												
3	作圖區 												
	求解區 $\begin{cases} \textcircled{1} y \geq 2500 \\ \textcircled{2} y > 100x - y \\ \textcircled{3} y \leq 100x \end{cases}$ $\frac{x}{0} = 80\% \Rightarrow 4000 < y \leq 8000$ $\Rightarrow 4001 \sim 8000$												

第 4 至 6 題為題組

小明在玩摺紙遊戲，他把一個半徑為 4 的圓 C ，圓心為 O ，如圖所示，沿 \overline{AB} 把圓弧 AB 往內摺發現剛好通過圓心 O 。



4. 三角形 OAB 的外接圓半徑為
 (1) 2 (2) $2\sqrt{2}$ (3) 4 (4) $4\sqrt{2}$ (5) 8
5. 求摺痕 \overline{AB} 線段長。
6. 求灰底區域(月亮形狀)的面積。

題號	作 答 區												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	+	-	
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
5	$\Rightarrow \overline{AB} = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} r \right) = \sqrt{3} r = 4\sqrt{3}$												
6	$\begin{aligned} \text{空白} &\Rightarrow \frac{1}{6}(\pi \cdot 4^2) - \frac{\sqrt{3}}{4}(4^2) = \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3} \\ \text{斜} &\Rightarrow \frac{1}{3}(16\pi) + 2 \left(\frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3} \right) = \frac{32\pi}{3} - 8\sqrt{3} \\ &= \frac{16}{3}\pi + 8\sqrt{3} \end{aligned}$												

2 直線與圓

補充試題

第 7 至 8 題為題組

學校裡有一個圓形的場地，專門提供給同學進行機器人競賽的訓練，場地中心點 O 的坐標為 $(0,0)$ 。若有一個機器人珊珊從中心點向右走直線 3 單位，再向上走直線 4 單位，會碰到邊界上的 A 點。(單位：公尺)

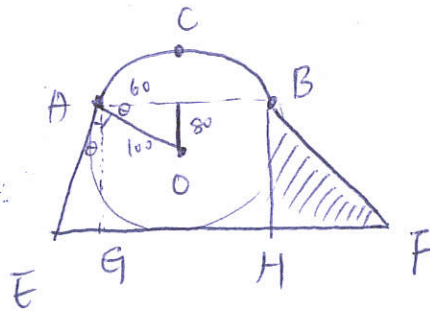
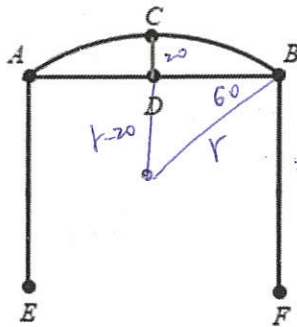
$$\pi \cdot 5^2 / 3.3 \approx 23.78$$

- (2) 7. 已知 1 坪為 3.3 平方公尺，圓周率 π 為 3.14，則圓形場地面積大約幾坪?(四捨五入取至個位)
 (1)23 (2)24 (3)25 (4)26 (5)27。
- 74 8. 一個點的 x, y 坐標都是整數稱為「格點」。如果珊珊只能進行格點到格點之間的直線移動，而她所經的封閉區域稱為「雷區」，請問「雷區」的面積大約幾坪?

$$18.5 \times 4 = 74$$

第 9 至 11 題為題組

公園常見的一項運動器材「上肢牽引器」，就是最好舒緩五十肩的用具，雙手上舉兩邊反覆牽拉懸吊，讓肩周組織鬆開。老王因肩頸痠痛，帶著兩個小孫子到公園利用「上肢牽引器」增強上肢靈活性。如下圖所示，

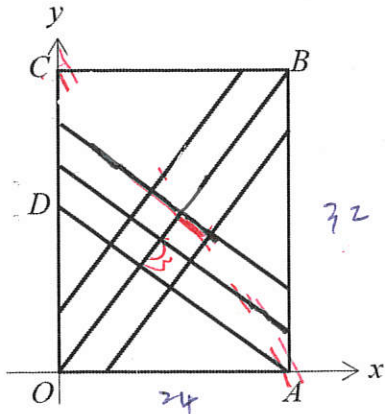


已知圓拱水平寬 $\overline{AB} = 120$ 公分，高 $\overline{CD} = 20$ 公分，線繩長度 $\overline{AE} = \overline{BF} = 150$ 公分，試問：

- 5 9. 圓拱所在的圓 C ，此圓半徑為何?
 (1)60 (2)70 (3)80 (4)90 (5)100
- 360 10. 老王的兩個孫子不按規定使用，將線繩網斜方向拉動，直到 \overline{AE} 與 \overline{BF} 恰好與圓 C 相切才停止，則此時 \overline{EF} 之值為何?
 $\overline{EG} + \overline{GH} + \overline{HF} = 150 \cdot \sin \theta + 120 + 150 \sin \theta = 360$
- X 11. 若老王的兩個孫子，將線繩網斜方向拉動，與 \overline{CD} 對稱，使得 $ABFE$ 為一個梯形且 $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ ，求 $ABFE$ 面積的最大值。

第 12 至 14 題為題組

如圖，設計師幫客戶設計一款寬 24 公分、高 32 公分的窗戶，內部是由兩組平行線編織交錯而成，兩組平行線互相垂直，且間隔皆為 3 公分。



18
12
36
14

$$m_{OB} = \frac{32}{24} = \frac{4}{3}$$

(4) 12. 直線 AD 的斜率為何？

- (1) $\frac{4}{3}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $-\frac{4}{3}$ (4) $-\frac{3}{4}$ (5) -1

($\frac{216}{25}, \frac{288}{25}$)

13. 求 OB 與 AD 的交點坐標。

$$\begin{cases} \overleftrightarrow{OB}: y = \frac{4}{3}x \\ \overleftrightarrow{AD}: y = -\frac{3}{4}(x-24) \end{cases}$$

$$\frac{4}{3}x = -\frac{3}{4}x + 18$$

$$\Rightarrow \frac{16+9}{12}x = 18, \Rightarrow 5x = 216, x = \frac{216}{5}$$

$$y = \frac{288}{25}$$

26 14. 求設計師總共有幾需要用幾條線編織。

$$\overleftrightarrow{OB} \text{ 平行線: } 4x - 3y = K$$

$$\frac{|K_1 - K_2|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 3, |K_1 - K_2| = 15$$

$$\overleftrightarrow{AD} \text{ 平行線: } 3x + 4y = t$$

$$\frac{|t_1 - t_2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3, |t_1 - t_2| = 15$$

平行 \overleftrightarrow{OB} 且過點 A 之直線為 $4x - 3y = 96$
 C $4x - 3y = -96$

\therefore 平行 \overleftrightarrow{OB} 之編織線 $K = -90, -75, -60, -45, -30, -15, 0, \dots, 75, 90$

平行 \overleftrightarrow{AD} 且過 0 之直線為 $3x + 4y = 0$

A 之直線為 $3x + 4y = 12$

B 之直線為 $3x + 4y = 200$

\therefore 平行 \overleftrightarrow{AD} 之編織線 $t = 12, 27, 42, 57, 72, 87, 102, 117, 132, 147, 162, 177, 192$

共 13 條。