

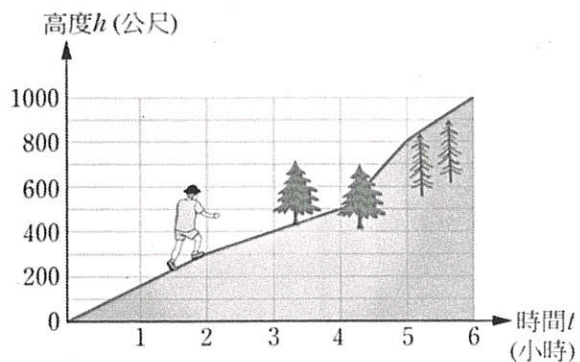
3 多項式函數

高三彈性數學

班級: _____ 座號: _____ 姓名: _____

第 1 至 3 題為題組

下圖是阿明爬家附近的一座山時，所花的時間 (t 小時) 與爬升的高度 h 之間的關係圖形。



1. 哪一個時段，阿明爬升高度 h 增加最快？
 (1) 1~2時 (2) 2~3時 (3) 3~4時 (4) 4~5時 (5) 5~6時

2. $h(3) = \underline{\textcircled{2-1} \textcircled{2-2} \textcircled{2-3}}$, $h(5) = \underline{\textcircled{2-4} \textcircled{2-5} \textcircled{2-6}}$

3. 當 $4 \leq t \leq 5$ 時，試寫出 $h(t)$ 的表示式。

題號	作 答 區												
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2-1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2-3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2-4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2-5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2-6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<p>$h(t)$ 是一次函數 (∵ 圖形為斜直線) $(4 \leq t \leq 5)$ 且過點 $(4, 500)$ 和 $(5, 800)$ \therefore 斜率 $m = \frac{800-500}{5-4} = 300$ $h(t) = 300t + b$, $4 \leq t \leq 5$ 過 $(4, 500)$, 得 $500 = 1200 + b$, $b = -700$ $\therefore h(t) = 300t - 700$; $4 \leq t \leq 5$</p>												

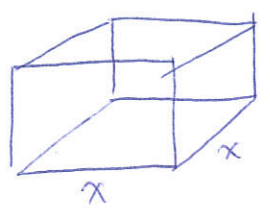

第 4 至 6 題為題組

小明為了即將到來的元宵節想在寒假期間用長 16 公尺的木條做一個底面是正方形的長方體燈籠(總共 12 個邊)。假設此燈籠的底面邊長為 x 公尺,則此燈籠的體積(不考慮木條的厚度以及頂點的銜接空隙)可以表示成一個三次多項式 $f(x)$, 試回答下列問題。

4. $f(x)$ 。(以一般式 $ax^3 + bx^2 + cx + d$ 表示)

5. 令 $g(x) = f(x) - 2$, 求 $g(1)$ 。

6. 如果想要這個燈籠的體積至少要 2 立方公尺, 此時 x 最大值為 M , 最小值為 m , 求數對 (M, m) 。

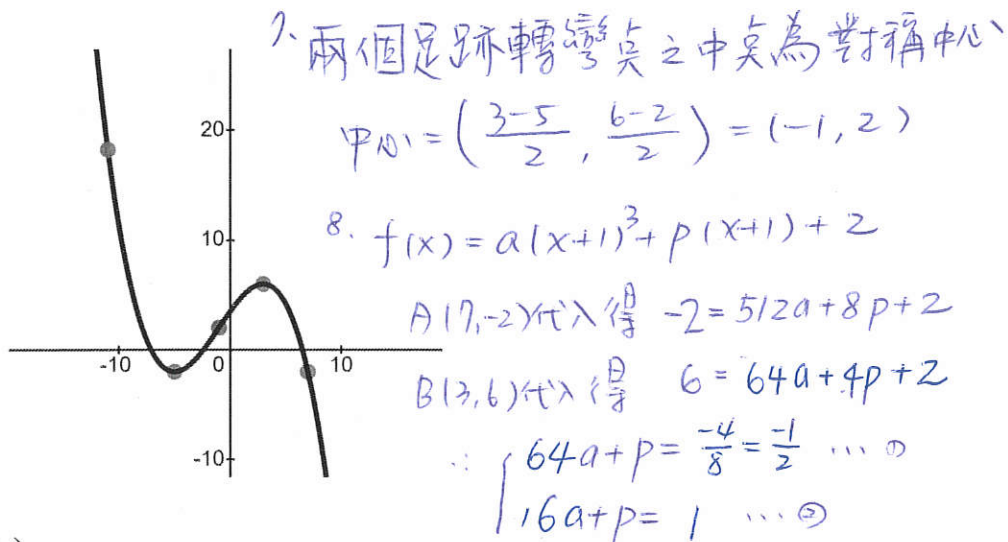
題號	作 答 區
4	 <p>設高 h $8x + 4h = 16, h = 4 - 2x$ $f(x) = x^2 \cdot (4 - 2x)$ $= -2x^3 + 4x^2$ #</p>
5	$g(x) = -2x^3 + 4x^2 - 2$ $g(1) = -2 + 4 - 2 = \underline{0}$ #
6	<p>由 5. 知 $g(x)$ 有因式 $(x-1)$</p> $-2x^3 + 4x^2 - 2 = (x-1)(-2x^2 + 2x + 2)$ $= -2(x-1)(x^2 - x - 1)$ <p>$\bar{x} f(x) \geq 2, -2x^3 + 4x^2 - 2 \geq 0,$</p> $-2(x-1)(x^2 - x - 1) \geq 0, (x-1)(x^2 - x - 1) \leq 0$ <p>$x \leq \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ 或 $1 \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$</p>  <p>又 $x > 0$</p> <p>故 $m = \underline{1} \leq x \leq \underline{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} = M$ #</p>

3 多項式函數

補充試題

第 7 至 9 題為題組

鴿子在沙地上走過時會留下足跡，如圖為鴿子在公園沙地留下的連續足跡圖形，圖形形狀為三次函數 $y = f(x)$ 的部分圖形。A(7, -2) 是足跡的起點，D(-11, t) 是終點，而 B(3, 6)、C(-5, -2) 這兩個點是足跡的轉彎點，則

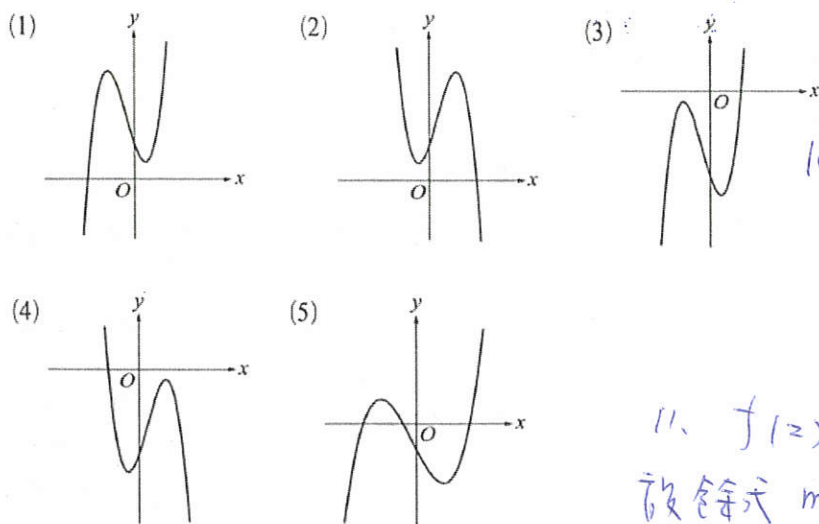


- (-1, 2) 7. 求三次函數 $y = f(x)$ 的對稱中心。
 (1/32, 3/2) 8. $y = f(x)$ 可以由 $y = ax^3 + px$ 透過平移而得，求數對 (a, p) 。
 23/4 9. 求 t 值。

第 10 至 12 題為題組

令 $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 2ax + 5$ ，試回答下列問題：

10. 下列哪個選項為 $y = f(x)$ 可能的圖形？



(a, p) = (1/32, 3/2)
 9. $t = f(-11) = \frac{1}{32} \times (-11)^3 + \frac{3}{2} \times (-11) + 2 = \frac{175-60}{4} + 2 = \frac{23}{4}$

10. $f(0) = 5$ ，故 (3)(4)(5) 不合。
 $f(x)$ 的首項係數為 $2 > 0$ 。
 故 $y = f(x)$ 右上，選 (1)。

11. $f(2) = 16 + 4a - 4a + 5 = 21$ 。
 設餘式 $mx + n$ ， $f(x) = x(x-2) \cdot Q(x) + mx + n$ 。
 $f(0) = n = 5$ ， $f(2) = 2m + 5 = 21 \Rightarrow m = 8$ 。
 餘式 $8x + 5$ 。
 12. $y = f(x)$ 的圖形向左平移 1 單位，向下平移 1 單位後會通過原點，若 $y = f(x)$ 的圖形在點 $(1, f(1))$ 附近的一次近似函數為 $g(x)$ ，則 $g(0.99) = ?$ (四捨五入至小數點後第一位)
 $y+1 = 2(x+1)^3 + a(x+1)^2 - 2a(x+1) + 5$ (偏偏 100)
 $1 = 2 + a - 2a + 5, a = 6$
 $g(x) = 6(x-1) + 1$
 $g(0.99) = 6 \cdot (-0.01) + 1 \approx 0.9$

8x+5
6.9