

5 數據分析

高三彈性數學

班級:

座號:

姓名:

第 1 至 3 題為題組

已知一組未依照大小排列的數據：2, 4, 4, 5, 8, 10, a, a, b ，其平均值為 5，試回答下列問題：

1. 試選出 $2a+b$ 之值
(1) 10 (2) 12 (3) 14 (4) 16 (5) 18
2. 若 a, b 均為正整數，試求所有可能的中位數為何？
3. 若 a, b 均為實數，試求這組數據標準差的最小值，並求此時數對 (a, b) 之值。

題號	作 答 區									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	$1. \frac{2+4+4+5+8+10+a+a+b}{9} = 5$ $2a+b = 45 - 33 = 12, \quad \text{選 (2)}$									
2	<p>2. 中位數為 x_5</p> <p>若 $a \leq 4$, 則 $b \geq 4 \Rightarrow x_5 = 4$</p> <p>若 $4 < a \leq 5$, 則 $2 \leq b \leq 4 \Rightarrow x_5 = a$</p> <p>若 $a > 5$, 則 $b \leq 2 \Rightarrow x_5 = 5$</p> <p>可能中位數為 4, a, 5</p>									
3	$3. \sigma = \sqrt{\frac{2^2+4^2+4^2+5^2+8^2+10^2+a^2+a^2+b^2}{9} - 5^2}$ $= \sqrt{\frac{2a^2+b^2+225-225}{9}} = \sqrt{\frac{2a^2+b^2}{9}} \geq \sqrt{\frac{48}{9}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ <p style="text-align: center;">by AM-J. $a=4, b=4.$</p> $\left(2a^2+b^2 = 2a^2 + (12-2a)^2 = 2a^2 + 144 - 48a + 4a^2 \right.$ $\left. = 6a^2 - 48a + 144 = 6(a-4)^2 + 48 \right)$									

第 4 至 6 題為題組

彈簧在生活中的應用，如自動筆中按壓回彈用的彈簧、腳踏車坐墊下方減震用的彈簧、睡覺時提供人體支撐用的彈簧、在磅秤中測量重量用的彈簧、……等，在不同的地方彈簧有其不同的作用。而彈簧相關的力學原理，是一個基本且重要的研究課題。

4. 小明取一條彈簧，並測量在彈簧底下掛不同重量的砝碼時，彈簧總長為多少。實驗數據如下：

彈簧總長(公分)	6	8	10	12	14
砝碼重(克重)	2	4	8	9	12

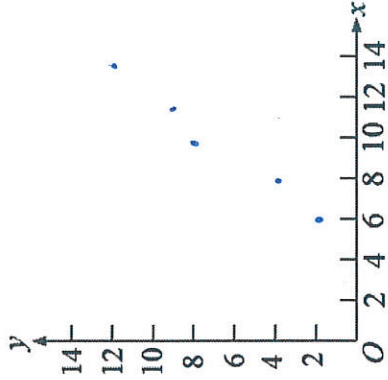
請以彈簧總長為 x 軸，砝碼重為 y 軸，將上述 5 筆數據描繪在坐標平面上，並大略畫一條最接近這 5 點的直線。

5. 承 4.，請求出 y 對於 x 的最適直線方程式，推測在彈簧總長為 $\frac{22}{5}$

公分時，砝碼重量為多少？

6. 在物理學中，固體材料在受力後，外力與外力所產生的形變量成線性關係，此稱虎克定律，彈簧即是常見的應用。假設 $F = k \cdot \Delta x$ ，其中 F 為砝碼重（克重）， Δx 為彈簧伸長量（公分）， k 為彈力係數（克重/公分），請利用 5. 的結果，求彈力係數 k 值。

題號 作 答 區



4

5.

$$\begin{aligned} \sum x &= 10 \\ \sum y &= 7 \\ \sum x^2 &= \frac{16+4+0+4+16}{5} = \sqrt{8} \\ \sum y^2 &= \frac{25+9+1+4+25}{5} = \frac{8}{\sqrt{5}} \\ r &= \frac{20+b+0+4+20}{\sqrt{40} \sqrt{64}} = \frac{50}{\sqrt{40} \sqrt{64}} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

最適直線

$$y - \bar{y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$$

5

$$x = \frac{22}{5} \text{ 代入 } \Rightarrow y = 7 + \frac{5}{4} \times \left(\frac{22}{5} - 10\right) = 0 \#$$

$$6. \quad k = \frac{5}{4} \#$$

6

5 數據分析

補充試題

第 7 至 9 題為題組

在選擇職業時，多數人都想找壓力小薪資高的工作，這樣的行業雖然存在但不多見，根據美國勞動市場資料庫 O*NET ONLINE 的統計，列出 2020 年近 1000 種職業的平均年薪中位數 x (單位：萬美元) 與工作壓力指數 y (0~100)，其中的五項職業如下表所示：(資料來源：

<https://www.onetonline.org>)

職業名稱	微生物學家	汽車工程師	安全管理專家	神經心理學家	投資基金經理
平均年薪中位數 x (單位：萬美元)	8	9	7	10	11
工作壓力指數 y (0~100)	70	75	80	85	90

- 計算 x 與 y 的相關係數。
- 求 y 對 x 的最適直線方程式。
- 已知水產養殖主管的平均年薪中位數為 5 萬美元，請根據最適直線預測其工作壓力指數。

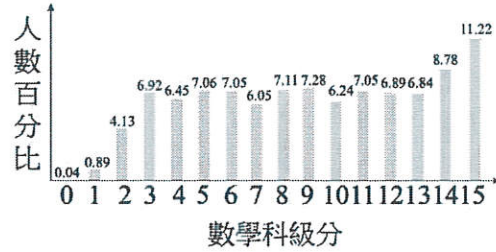
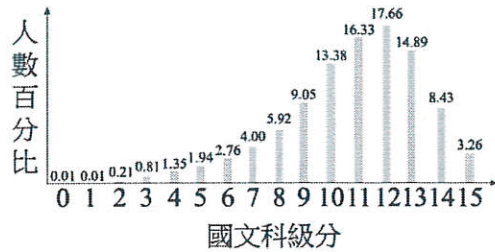
$$\begin{aligned}
 & 1. \quad \mu_x = 9, \quad \mu_y = 80 \\
 & \quad \begin{array}{c|ccccc} x - \mu_x & -1 & 0 & -2 & 1 & 2 \\ \hline y - \mu_y & -10 & -5 & 0 & 5 & 10 \end{array} \\
 & \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{1+0+4+1+4}{5}} = \sqrt{\frac{10}{5}}, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{10^2+5^2+0^2+5^2+10^2}{5}} = \sqrt{\frac{250}{5}} \\
 & \quad r = \frac{10+0+0+5+20}{\sqrt{10} \sqrt{250}}, \quad m = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{35}{\sqrt{10} \sqrt{250}} \cdot \frac{\sqrt{250}}{\sqrt{10}} = \frac{35}{10} = \frac{7}{2} \\
 & \quad = \frac{35}{50} = 0.7 \#
 \end{aligned}$$

$$8. \quad y - 80 = \frac{7}{2}(x - 9) \#$$

$$9. \quad x = 5 \text{ 代入 } \frac{7}{2}. \quad y = 80 + \frac{7}{2} \times (-4) = 66 \#$$

第 10 至 12 題為題組

以下為某學年度學測國文科與數學科級分的人數百分比分布圖。



10. 下列敘述何者正確？（多選）
- (1) 數學科得 15 級分的人數是該科中最多
 - (2) 兩科 0 級分的人數比例都小於百分之五
 - (3) 國文科得 12 級分以上（含）的人數超過該科人數的一半
 - (4) 國文科的標準差小於數學科的標準差
 - (5) 數學科滿級分的人數比國文科滿級分的人數還要多
11. 小明的數學成績在第 50 百分位數，請問他的數學成績為多少級分？
12. 成績位於第 88 百分位數的考生級分稱為頂標，試問哪一科的頂標比較高？

10. (1) 正確 (2) 正確 (3) $17.66 + 14.89 + 8.43 + 3.26 < 50$ (x)
 (4) 國文成績較集中 (0) (5) 無法判定 (不知道考生人數) (x)

PE
 (1)(2)(4)

11. 9 級分

12. 數學