高三彈性數學

班級:　　　　　　座號:　　　　　　姓名:

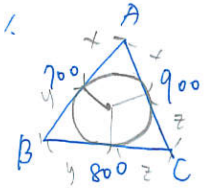
第 1 至 3 題為題組

某小鎮有 A,B,C 三個里，A 和 B 二里的直線道路相距 700 公尺，A 和 C 二里的直線道路相距 900 公尺，B 和 C 二里的直線道路相距 800 公尺。

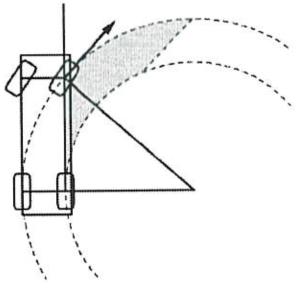
1. 若市政府計畫設置一便民中心，此便民中心到這三個里的距離必須相等，則此距離為多少公尺？
   (1) $150\sqrt{5}$　(2) 210　(3) $210\sqrt{5}$　(4) 280　(5) $280\sqrt{5}$

2. 市政府還想將鄉里間的土地充分利用，計畫在這三里中間的土地設置一圓形公園且公園不超越道路建設，則此公園最大面積為何？

3. 承上題，市政府分別於三條連接道路上設置公園的出入口，則 A 里的里民要走多少距離才可以由 A 和 B 二里的直線道路上的出入口進入公園？

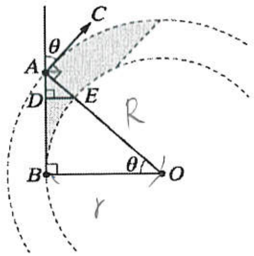
題號	作答區
1	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 − ±
2	1.  求 R $S=\frac{7+8+9}{2}=12$ $\triangle ABC$面積 $=\sqrt{12\times5\times4\times3}=\frac{7\times8\times9}{4R}$ $R=\frac{126}{12\sqrt{5}}=\frac{21}{2\sqrt{5}}$ $\frac{21}{2\sqrt{5}}\times100=210\sqrt{5}$，選 (3)
3	2. $\triangle ABC$面積 $=r\cdot s$ $\Rightarrow\sqrt{12\times5\times4\times3}=r\cdot12$，$r=\sqrt{5}$ $\sqrt{5}\times100=100\sqrt{5}$ $\pi r^2=\underline{50000\pi}$ # 3. $x+y=700$ $y+z=800$ $\Rightarrow$ $x+y+z=1200$ $z+x=900$ $\therefore x=1200-800=\underline{400}$ #

第 4 至 6 題為題組



根據統計，視野死角以及內輪差為大型車肇事的主要原因。車輛轉彎時，前後側內輪行經軌跡的差距即為內輪差，如圖灰色區域。

4. 假設有一輛右轉的大型車，前輪轉向的角度即轉向角為 θ，前輪迴轉半徑 $\overline{OA}=R$ 且 $\overline{OA}\perp\overline{AC}$，後輪迴轉半徑 $\overline{OB}=r$ 且 $\overline{OB}\perp\overline{AB}$，前後輪距離即軸距為 $\overline{AB}$，請選出正確的選項。(單選)



(1) $R=\overline{AB}\cdot\sin\theta$，$r=\overline{AB}\cdot\cos\theta$

(2) $R=\overline{AB}\cdot\sin\theta$，$r=\overline{AB}\cdot\tan\theta$ (3) $R=\dfrac{\overline{AB}}{\sin\theta}$，$r=\dfrac{\overline{AB}}{\cos\theta}$

(4) $R=\dfrac{\overline{AB}}{\sin\theta}$，$r=\dfrac{\overline{AB}}{\tan\theta}$ (5) $R=\dfrac{\overline{AB}}{\cos\theta}$，$r=\dfrac{\overline{AB}}{\sin\theta}$。

5. 設行人與行進中汽車的安全距離為 $\overline{DE}$，請以 $\overline{AB}$ 與 θ 的正弦、餘弦或正切值表示 $\overline{DE}$ 的大小。

6. 假設轉向角為 30°時，安全距離為 a，轉向角為 60°時，安全距離為 b，試比較 a、b 的大小關係。(已知 $\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{3}\approx1.732$)

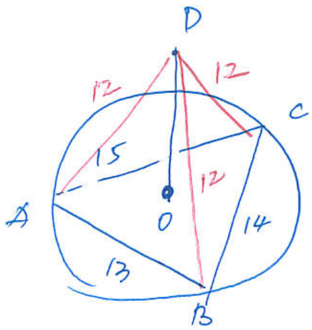
題號	作答區
4	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 − ±
	4. $\frac{\overline{AB}}{R}=\sin\theta$, $R=\frac{\overline{AB}}{\sin\theta}$ $\frac{\overline{AB}}{r}=\tan\theta$, $r=\frac{\overline{AB}}{\tan\theta}$ ∴選(4)
5	5. $\overline{DE}=\overline{AE}\cdot\cos\theta=(R-r)\cdot\cos\theta$ $=\overline{AB}\cdot\left(\frac{1}{\sin\theta}-\frac{1}{\tan\theta}\right)\cos\theta$ 6. $a=\overline{AB}\cdot\left(\frac{1}{\sin30^\circ}-\frac{1}{\tan30^\circ}\right)\cdot\cos30^\circ$ $=\overline{AB}\cdot(2-\sqrt{3})\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\overline{AB}\cdot(\sqrt{3}-\frac{3}{2})\approx0.232\overline{AB}$
6	$b=\overline{AB}\cdot\left(\frac{1}{\sin60^\circ}-\frac{1}{\tan60^\circ}\right)\cdot\cos60^\circ$ $=\overline{AB}\cdot\left(\frac{2}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\cdot\frac{1}{2}=\overline{AB}\cdot\frac{1}{2\sqrt{3}}\approx0.28\cdot\overline{AB}$ $\therefore b>a$ 答案: 4 AB(1-cos())/tan() b>a

補充試題

第 7 至 9 題為題組

畢業旅行舉辦奪寶活動：在一個高臺上（視為一點）放置戰利品，有三位同學分別由地面上各架一座長度皆為 12 公尺的長梯爬上高臺奪得戰利品。假設三座長梯在地面上的三點分別為 A、B、C，且已知 A、B 兩點距離為 13 公尺，B、C 兩點距離為 14 公尺，A、C 兩點距離為 15 公尺。

7. 高臺底部（視為一點）為$\triangle ABC$的
   (1)外心　(2)內心　(3)重心　(4)垂心　(5)對稱中心



8. 求$\triangle ABC$中最大角的餘弦值。

9. 求高臺的高度。

7. 設高台底部為 O

$\because \overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$　$\therefore \overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$

$\therefore$ O為$\triangle ABC$之外心，選(1)#

8. 大角對大邊　$\therefore \angle B$為最大角.

$\therefore \cos B = \dfrac{13^2+14^2-15^2}{2\cdot 13\cdot 14} = \dfrac{140}{2\cdot 13\cdot 14} = \dfrac{5}{13}$#，$\sin B = \dfrac{12}{13}$

9. $\overline{OA}=R \Rightarrow \dfrac{15}{\frac{12}{13}} = 2R$，$R = \dfrac{1}{2}\times 15\times\dfrac{13}{12} = \dfrac{65}{8}$#

第 10 至 12 題為題組

在△ABC 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{AC}=4$，$\cos\angle BAC=\frac{3}{4}$。設點 P，Q 分別在 $\overline{AB}$，$\overline{AC}$ 上，試回答下列問題：

10. △ABC 的面積為下列何者？（單選）

(1) $\frac{5\sqrt{7}}{2}$ (2) 6 (3) 8 (4) $5\sqrt{7}$ (5) 9

11. 設 $\overline{AP}=x$，$\overline{AQ}=y$，若△APQ 之面積為△ABC 面積之一半，試選出下列正確的選項。（多選） (1) $xy=10$ (2)若 P 點為 $\overline{AB}$ 的中點，則 Q 點與 C 點重合 (3)若 $\overline{PQ}//\overline{BC}$，則 $\overline{BC}=2\overline{PQ}$ (4) $\overline{PQ}^2=x^2+y^2-15$

12. 承上題，$\overline{PQ}$ 之最小可能值為何？

答案: 1 124 5^.5

10、 $\sin\angle BAC=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\triangle ABC$ 面積 $=\frac{1}{2}\times5\times4\times\frac{\sqrt{7}}{4}=\frac{5\sqrt{7}}{2}$，選(1)

11、(1) $\frac{1}{2}\cdot x\cdot y\cdot\sin A=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot5\cdot4\cdot\sin A\right) \Rightarrow xy=10$ (o)

(2) 同(1)：$\frac{5}{2}\cdot y=10$，$y=4$ (o)

(3) 設 $\overline{BC}=k\,\overline{PQ} \Rightarrow 5=k\cdot\overline{AP}$，$4=k\cdot\overline{AQ} \Rightarrow \frac{5}{k}\times\frac{4}{k}=10$

$\therefore k^2=2$，$k=\sqrt{2}$ (x)

(4) $\overline{PQ}^2=x^2+y^2-2\cdot x\cdot y\cos A=x^2+y^2-20\times\frac{3}{4}=x^2+y^2-15$ (o)

12. $\frac{x^2+y^2}{2}\geq\sqrt{x^2y^2} \Rightarrow x^2+y^2\geq2xy=20$

$\therefore x^2+y^2-15\geq5$

$\therefore \overline{PQ}^2\geq5$，$\overline{PQ}\geq\sqrt{5}$