1、 $\sqrt{0.04+0.0625+1}=\sqrt{1.1025}=1.05$

(2) #

2、 前、後 $=2\times(1+2+\cdots+10)=110$

上、下 $=2\times10=20$

左右 $=2\times10=20$

} 150

(5) #

3. 設 $x=10^{3.032}$

$\Rightarrow \log x=\log 10^{3.032}$

$=3.032=3+0.032=n+\log a$

$\therefore n=3 \to 4$ 位數

$\log a=0.032 \to a\approx1.07\cdots$

(4) #

4. ① 甲平均 < 乙平均：甲的頂峰在乙的左邊

② 甲的標準差 > 乙的標準差：甲的寬度 > 乙的寬度.

③ 甲.乙參加人數一樣：甲乙下方之面積相等

(1) #

5、 $\log x=2.8 \Rightarrow x=10^{2.8}$

$\log y=5.6 \Rightarrow y=10^{5.6} \Rightarrow \log(x^2+y)=\log(10^{5.6}+10^{5.6})$

$=\log 2\times10^{5.6}=\log 2+\log 10^{5.6}$

$=0.301+5.6=5.901$

(3) #

6、

(1) 0：兩次相同 (0,0),(1,1),⋯,(9,9)

$\Rightarrow \frac{10}{10^2}=\frac{1}{10}$

(2) 1：(0,1),(1, $\frac{0}{2}$),⋯,(8, $\frac{7}{9}$),(9,8)

$\Rightarrow \frac{18}{10^2}$

(3) 4：(0,4),(1,5),(2,6),(3,7),(4, $\frac{0}{8}$),(5, $\frac{1}{9}$),(6,2),(7,3),(8,4),(9,5)

$\Rightarrow \frac{12}{10^2}$

(4) 5：(0,5),(1,6),(2,7),(3,8),(4,9),(5,0),(6,1),(7,2),(8,3),(9,4)

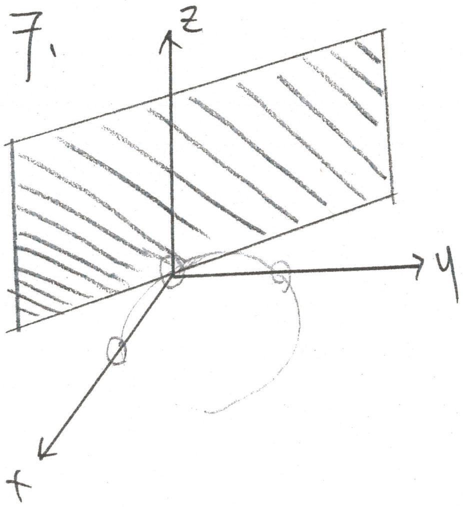
$\Rightarrow \frac{10}{10^2}$

(5) 9：(0,9),(9,0)

$\Rightarrow \frac{2}{10^2}$

(2)#

7.



如右圖，$3x+4y=0$ 為一包含 z 軸之平面，
且此球與 x軸、y軸 均會有2交點，
但此球切與原點 (0,0,0)，
所以有一交點重覆 ⇒ 故 3個交點

(3)#

8. $f(x)$ 為實係數方程式，i 是 $f(x)=0$ 之一根 ⇒ $-i$ 是 $f(x)=0$ 的另一根。

$\therefore (x-i)(x-(-i))$ 是 $f(x)$ 的因式

$= x^2+1$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -5 & 0 & & \\ 1\ 0\ 1 & 1 & -5 & 1 & a & b \\ & 1 & 0 & 1 & & \\ \hline & & -5 & 0 & a & \\ & & -5 & 0 & -5 & \\ \hline & & & 0 & a+5 & b \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \hline & & & & & 0 \end{array}$$

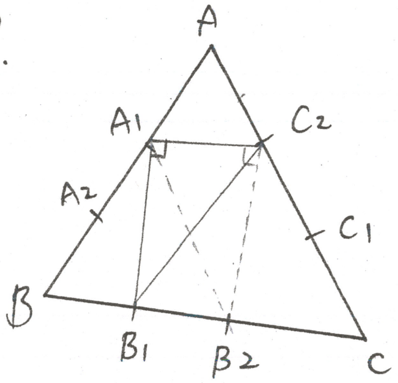
$\therefore a=-5$

$b=0$

$\therefore f(x)=(x^2+1)(x^2-5x)=0 \Rightarrow x=\pm i, 5, 0$

(1)(2)(5) #

9.



(1) 共有 $C^2_1 \cdot C^2_1 \cdot C^2_1 = 8$ 種 △

A_1, A_2 挑 1　B_1, B_2 挑 1　C_1, C_2 挑 1

(2) $\triangle A_1B_1C_1$ 及 $\triangle A_2B_2C_2$ 為正 △

(成比例)

(3) $\triangle A_1C_2B_1$、$\triangle A_1C_2B_2$ 均為直角 △ ($30°$-$60°$-$90°$)

$\triangle B_1A_2C_2$、$\triangle A_2B_1C_1$ 均為直角 △ ($30°$-$60°$-$90°$)

$\triangle B_2C_1A_1$、$\triangle C_1B_2A_2$ 均為直角 △ ($30°$-$60°$-$90°$)

$\therefore$ 8 個中有 2 個正 △ 及 6 個直角 △.

(1)(2) #

10. 設 $z = r_A(\cos\theta_A + i\sin\theta_A)$. $w = r_B(\cos\theta_B + i\sin\theta_B)$

$\because \angle AOB = 90^\circ$ $\therefore |\theta_A - \theta_B| = 90^\circ$

(1) $\dfrac{z}{w} = \dfrac{r_A}{r_B}\left(\cos(\theta_A-\theta_B) + i\sin(\theta_A-\theta_B)\right)$

$\because \theta_A-\theta_B = 90^\circ$ or -90° $\Rightarrow$ $\frac{z}{w}$ 為純虛數 (×)

(2)
$z\cdot w = r_A\cdot r_B(\cos(\theta_A+\theta_B) + i\sin(\theta_A+\theta_B))$

$\because \theta_A+\theta_B$ 不一定，所以 $z\cdot w$ 可能是任意值 (×)

(3) $(z\cdot w)^2 = (r_A\cdot r_B)^2\cdot(\cos(2(\theta_A+\theta_B)) + i\sin(2\theta_A+\theta_B)))$

$\because 2(\theta_A+\theta_B)$ 不一定，所以 $(z\cdot w)^2$ 可能是任意值 (×)

(4)
$\dfrac{z^2}{w^2} = \left(\dfrac{r_A}{r_B}\right)^2\cdot[\cos(2(\theta_A-\theta_B)) + i\sin(2(\theta_A-\theta_B))]$

$\because 2(\theta_A-\theta_B) = 180^\circ$ $\Rightarrow$ $\frac{z^2}{w^2}$ 必為負實數 (O)

(5) $(z\bar{w})^2 = \left(\dfrac{z}{w}\right)^2$，同上，必為負實數 (O)   (4)(5) #

11. (1)(2)(3)(4)

$\because \begin{cases} ax+8y=c \\ x-4y=3 \end{cases}$ 有解 ① 無限多解：$\frac{a}{1} = \frac{8}{-4} = \frac{c}{3}$ $\Rightarrow$ $a=-2$, $c=-6$.

② 一解：$\frac{a}{1} \neq \frac{8}{-4}$ $\Rightarrow a \neq -2$

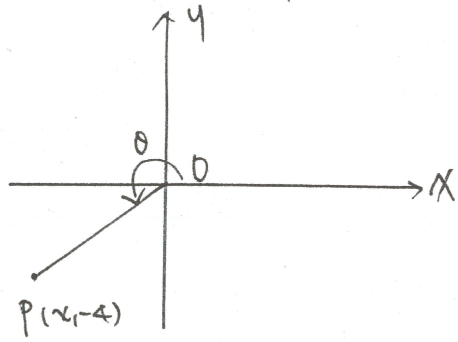
$\because \begin{cases} -3x+by=d \\ x-4y=3 \end{cases}$ 無解：$\frac{-3}{1} = \frac{b}{-4} \neq \frac{d}{3}$ $\Rightarrow$ $b=12$ 且 $d\neq -9$

(5) 若 $\begin{cases} ax+8y=c \\ x-4y=3 \end{cases}$ 交於一点 $\Rightarrow$ $ax+8y=c$ 與 $x-4y=3$ 不平行

又 $\begin{cases} -3x+by=d \\ x-4y=3 \end{cases}$ 無解 $\Rightarrow$ $-3x+by=d$ 與 $x-4y=3$ 平行

$\Rightarrow$ $ax+8y=c$ 與 $-3x+by=d$ 不平行 $\Rightarrow$ 必交於一点(有解) (×)   (3)(4) #

12. $\tan\theta=\frac{2}{3}$ 且 $y=-4$ $\Rightarrow \theta\in$ Ⅲ.



(1) $\tan\theta=\frac{-4}{x}=\frac{2}{3} \Rightarrow x=-6$ (X)

(2) $\overline{OP}=\sqrt{(-4)^2+(-6)^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$ (O)

(3) $\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-6}{2\sqrt{13}}=\frac{-3}{\sqrt{13}}$ (X)

(4) $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\cdot\frac{-4}{2\sqrt{13}}\cdot\frac{-6}{2\sqrt{13}}=\frac{12}{13}>0$ (O)

(5) $\theta\in$ Ⅲ, $180^\circ+360^\circ k<\theta<270^\circ+360^\circ k$

$\Rightarrow 90^\circ+180^\circ k<\frac{\theta}{2}<135^\circ+180^\circ k$

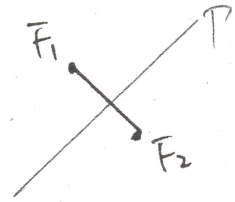
$k=0 \Rightarrow 90^\circ<\frac{\theta}{2}<135^\circ$
$k=1 \Rightarrow 270^\circ<\frac{\theta}{2}<315^\circ$
$\Rightarrow \frac{\theta}{2}\in$ Ⅱ, Ⅳ

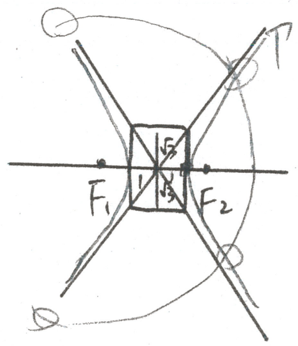
$\cos\frac{\theta}{2}$ 可能正,可能負 (X)

(2)(4) *

13. $\overline{F_1F_2}=4\ (=2c)$, $|\overline{PF_1}-\overline{PF_2}|=d\ (=2a)$

(1) $d=0 \Rightarrow \overline{PF_1}-\overline{PF_2}=0 \Rightarrow \overline{PF_1}=\overline{PF_2} \Rightarrow$ 表一直線($\overline{F_1F_2}$之中垂線)





(2) $d=1 \Rightarrow a<c \Rightarrow$ 表雙曲線

(3) $d=2 \Rightarrow a=1, c=2, b=\sqrt{3}$ 之雙曲線

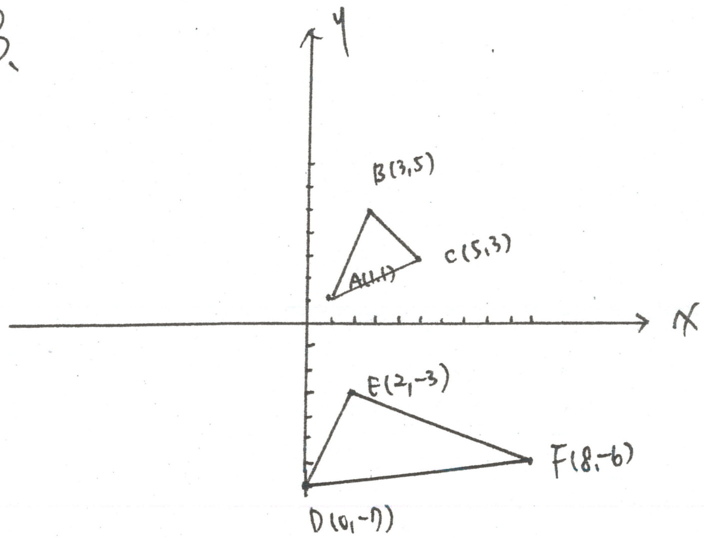
$\Rightarrow$ 4個交點.

(4) $d=4 \Rightarrow$

A. 無窮等比級數求和公式 $=\frac{a}{1-r}=\frac{a}{1-0.01}=1.\bar{2}=1\frac{2}{9}=\frac{11}{9}$

$\Rightarrow a=\frac{99}{100}\times\frac{11}{9}=1.21$ *

B、



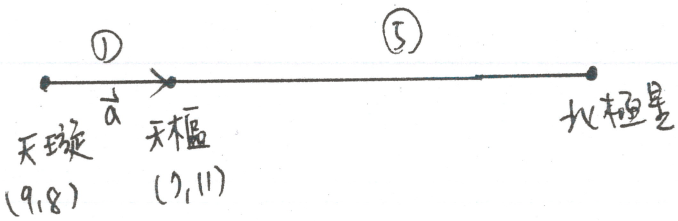
∵ L 與 △ABC 及 △DEF 各恰有一交點

∴ 交點必為頂點.

⇒ 依圖不難看出，$\overline{CF}$ 之斜率最小

∴ $m_{\overline{CF}} = \frac{3-(-6)}{5-8} = \frac{9}{-3} = \underline{-3}$ #

C、



$\vec{a} = (-2,3)$.

北極星 $=(7,11)+5(-2,3) = \underline{(-3,26)}$ #

D、利用參數式，設點 $C(t,\frac{1}{2}t^2)$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = (6,6)\cdot(t+2,\frac{1}{2}t^2-2)$

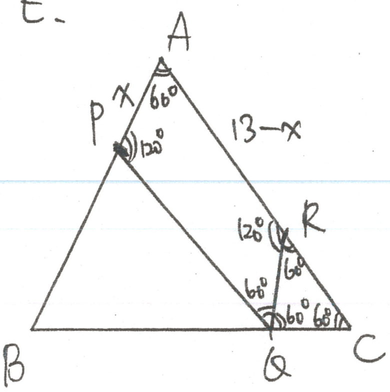
$= 6t+12+3t^2-12 = 3t^2+6t = 3(t+1)^2-3$

二次函數求極值⇒配方.

∴ $t=-1$ 時 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 有最小值 -3

$\underline{-1, -3}$ #

E、



∵ $\angle A = 60°$ ⇒ $\begin{cases} \angle APQ = 120° \Rightarrow \angle QRC = 60° \Rightarrow \triangle QRC\text{為正}\triangle. \\ \angle PQR = 60° \\ \angle QRA = 120° \end{cases}$

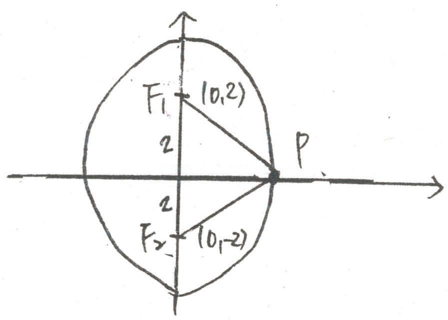
設 $\overline{AP} = x \Rightarrow \overline{RQ} = \overline{RC} = x \Rightarrow \overline{AR} = 13-x$

△APR面積 $= \frac{1}{2}\cdot x\cdot(13-x)\cdot\cancel{\sin 60°} = \cancel{\frac{1}{2}}\cdot(20\cancel{\sqrt{3}})$

$\Rightarrow x(13-x) = 40 \Rightarrow x = 5$ or 8

$\Rightarrow \overline{PR} = \sqrt{5^2+8^2-2\cdot5\cdot8\cdot\cos 60°} = \underline{7}$ #

F、 $\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{n}=1 \Rightarrow$ 中心 $(0,0)$，焦點 $(0,2)$，$(0,-2) \Rightarrow$ 上下型



$\because \triangle PF_1F_2$ 為正△ $\Rightarrow$ P 必為短軸頂點

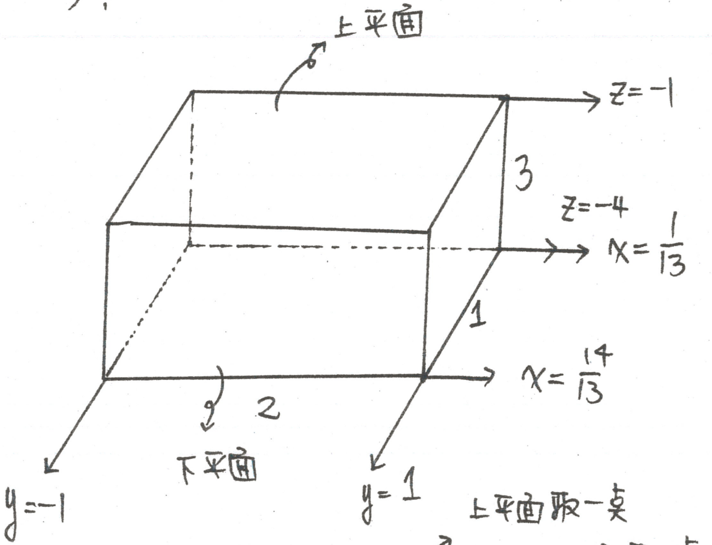
$\therefore \overline{PF_1}=4$，$\overline{PF_2}=4 \Rightarrow \overline{PF_1}+\overline{PF_2}=2a=8$

$\therefore a=4$，$c=2 \Rightarrow b=2\sqrt{3}$ $(a^2=b^2+c^2)$

$\therefore m=b^2=12$，$n=a^2=16$

$\underline{12;16}$ \#

G.



由右圖長方体可知，
若任兩點距離大於 3
$\Rightarrow$ 一點在上方平面，另一點在下方平面
且此兩點不在同一面上.

上平面取一點
下平面取一點

$$P=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{C^4_1\cdot C^3_1}{C^8_2}$$

$$=\frac{12}{28}=\underline{\frac{3}{7}}$$ \#