1. (1) 小文可能英文70分以上，只是數學不及格.
(2) 小文可能數學有及格，只是英文未達70分.
(3) 小文可能數學有及格，只是英文未達70分
(4) 只要有一項（英文未達70分、數學不及格）就不符合系選模範生
(5) 正確

(5) #

2. $a = 2.6^{10} - 2.6^{9} > 0$

$b = 2.6^{11} - 2.6^{10} = 2.6\,(2.6^{10} - 2.6^{9}) = 2.6\,a$

$c = \dfrac{2.6^{11} - 2.6^{9}}{2} = \dfrac{2.6^{11} - 2.6^{10} + (2.6^{10} - 2.6^{9})}{2} = \dfrac{a+b}{2} = \dfrac{3.6a}{2} = 1.8a$

$\therefore\ a < \underset{c}{\underset{\shortparallel}{1.8a}} < \underset{b}{\underset{\shortparallel}{2.6a}}$

(4) #

3. 機率：所有物品均視為"相異"物.

$P = \dfrac{P(\text{甲乙同色，且丙是白色})}{P(\text{甲乙同色})}$

$P(\text{甲乙同色}) = \dfrac{n(\text{甲乙同})}{n(S)} = \dfrac{\overset{\text{白白}}{3\times2} + \overset{\text{黑黑}}{2\times1}}{5\times4} = \dfrac{8}{20}$

$P(\text{甲乙同色，且丙是白色}) = \dfrac{n(\text{甲乙同色，丙是白色})}{n(S)} = \dfrac{\overset{\text{白白白}}{3\times2\times1} + \overset{\text{黑黑白}}{2\times1\times3}}{5\times4\times3} = \dfrac{12}{60}$

$\therefore\ P = \dfrac{\frac{12}{60}}{\frac{8}{20}} = \dfrac{1}{2}$

(3) #

4. 相關係數最小，且皆為負相關 ⇒ 即找相關程度最"大"（負最多）
不難發現，x 均為 (2, 3, 5) ∴ y 需由大至小 才會負最多，如 
僅 (5) 符合此規則

(5) #

5、黃、綠為正奇數 ⇒ 紅必為正偶數．

設 黃袋有 $2x+1$ 個球
　 綠袋有 $2y+1$ 個球
　 紅袋有 $2z+2$ 個球

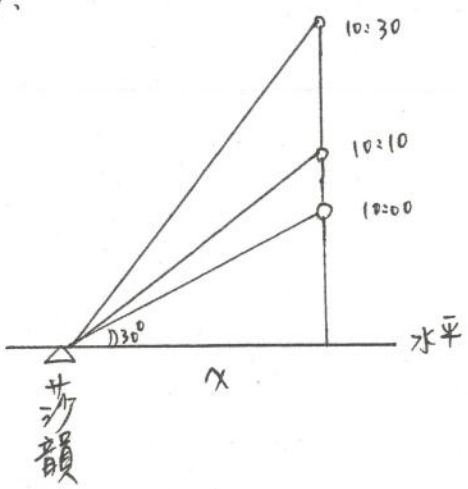
其中 x,y,z 均為非負整數．

$\Rightarrow (2x+1)+(2y+1)+(2z+2)=24 \Rightarrow 2(x+y+z)=20$

$\Rightarrow x+y+z=10 \Rightarrow H^3_{10}=C^{12}_{10}=C^{12}_{2}=\frac{12\times 11}{2\times 1}=66$

(2) #

6.



設莎韻與熱氣球水平距為 x

⇒ 10:00 熱氣球高度為 $x\cdot\tan 30^\circ=0.577x$

⇒ 10:10 熱氣球高度為 $x\cdot\tan 34^\circ=0.675x$

∴ 10分鐘上升 $0.098x$

⇒ 10:30 熱氣球高度為 $0.675x+0.098x\cdot 2$

$=0.871x\approx x\cdot\tan 41$

(3) #

7. n=次 ⇒ 找規律

$\begin{bmatrix}1&1\\0&2\end{bmatrix}^1=\begin{bmatrix}1&1\\0&2\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}1&1\\0&2\end{bmatrix}^2=\begin{bmatrix}1&1\\0&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1\\0&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&3\\0&4\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}1&1\\0&2\end{bmatrix}^3=\begin{bmatrix}1&3\\0&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1\\0&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&7\\0&8\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}1&1\\0&2\end{bmatrix}^4=\begin{bmatrix}1&7\\0&8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1\\0&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&15\\0&16\end{bmatrix}$

$\Rightarrow \langle a_n\rangle = 1,1,1,\cdots = \langle 1\rangle$

$\langle b_n\rangle = 1,3,7,15,\cdots = \langle 2^n-1\rangle$

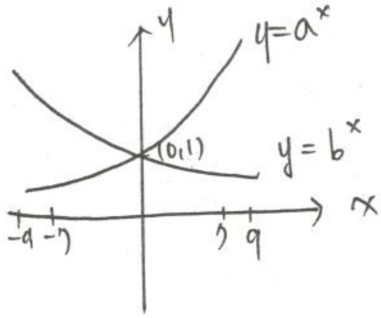
$\langle c_n\rangle = 0,0,0,\cdots = \langle 0\rangle$

$\langle d_n\rangle = 2,4,8,16,\cdots = \langle 2^n\rangle$

(1)(2)(3)(5) #

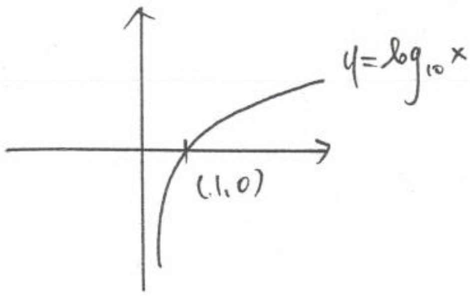
8. (1) $a>1 \Rightarrow a^7<a^9 \Rightarrow -a^7>-a^9$ (o)

(2) $0<b<1 \Rightarrow b^{-9}>b^{-7}$ (o)



(3)

$\because a>1>b \Rightarrow \frac{1}{a}<1<\frac{1}{b} \Rightarrow \log_{10}\frac{1}{a}<\log_{10}\frac{1}{b}$ (x)



(4)

$\log_a 1=\log_b 1=0$ (x)

(5) $\log_a b=\dfrac{\log_{10} b}{\log_{10} a}<1$ $\quad \therefore \log_a b<\log_b a$ (x)

$\log_b a=\dfrac{\log_{10} a}{\log_{10} b}>1$

$(\because a>b \Rightarrow \log_{10} a>\log_{10} b)$

(1)(2) #

9. $f(x)$ 通過 $(a,0)$, $(b,0)$ $\Rightarrow f(x)=k_1(x-a)(x-b)$ $\quad (k_1>0)$

$g(x)$ 通過 $(b,0)$, $(c,0)$ $\Rightarrow g(x)=k_2(x-b)(x-c)$ $\quad (k_2>0)$

$\Rightarrow f(x)+g(x)=k_1(x-a)(x-b)+k_2(x-b)(x-c)$

$=(x-b)[(k_1+k_2)x-(ak_1+ck_2)]$

$\therefore f(x)+g(x)=0 \Rightarrow x=b,\ \underbrace{\frac{ak_1+ck_2}{k_1+k_2}}$

必介於 a, c 之間 (可能是 b)

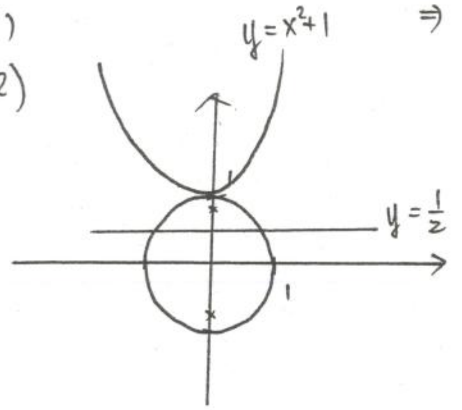
(4)(5) #

10、設動點 $P(x,y)$

$\Rightarrow \overrightarrow{PQ_1}\cdot\overrightarrow{PQ_2}<0 \Rightarrow (x-1,y)\cdot(x+1,y)<0$

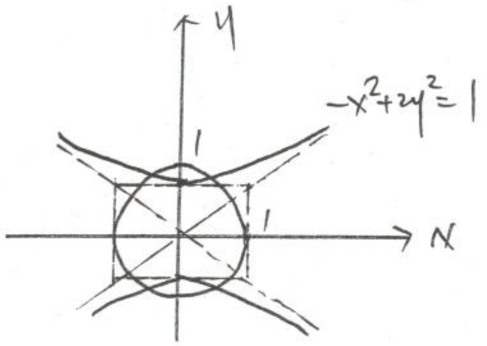
(1) $\Rightarrow x^2-1+y^2<0 \Rightarrow x^2+y^2<1$ (單位圓內部)

(2)



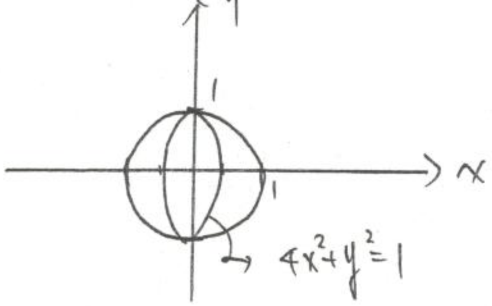
(3) $-x^2+2y^2=1 \Rightarrow -\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{\frac{1}{2}}=1$，上下型，$a=\frac{1}{\sqrt{2}}$，$b=1$，(O)

中心$(0,0)$ 頂點$(0,\pm\frac{1}{\sqrt{2}})$

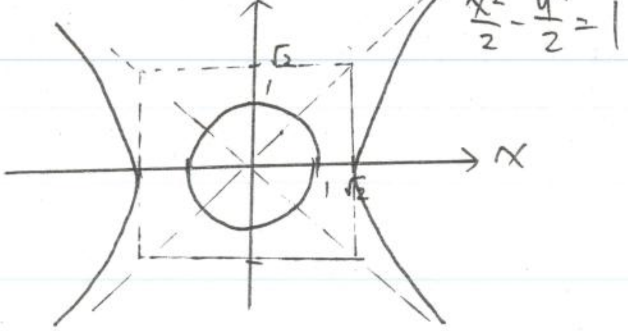


(4) $4x^2+y^2=1 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{4}}+\frac{y^2}{1}=1 \Rightarrow$ 上下型 $a=1$，$b=\frac{1}{2}$ (O)

中心$(0,0)$.



(5) $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1 \Rightarrow$ 左右型 $a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{2}$，中心$(0,0)$ (X)



(1)(3)(4) #

11、

①若S的各邊平行軸 ⇒ 0, 2

②若S的各邊不平行軸 ⇒ 0, 1, 2

(1)(2)(5) #

12、

(1) ∵ $d=-0.8$ ∴ a_9, a_{10} 必一正一負 ∴ $a_9 \cdot a_{10} < 0$ (O)

(2) ∵ $a_9 > b_9$, $a_{10} > b_{10}$，又 a_9, a_{10} 其一為負.

∴ b_9, b_{10} 至少有一負.

case 1: $b_9 < 0$, 又 $b_1 = 10$ ∴ $d < 0$ ⇒ $b_{10} < 0$. → (X)

case 2: $b_{10} < 0$

(3)

如(2)知 $d<0$ ⇒ $b_9 > b_{10}$ (O)

(4)

a_9, a_{10} 無絕對的大小關係.

(5) 若 $a_9 > 0$ ⇒ $a_8 < 0$，但 b_8 可能大於 0

∴ a_8, b_8 無絕對的大小關係 (1)(3) #

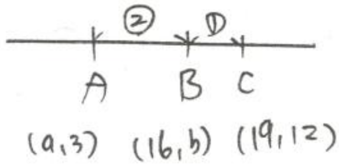
A、 $\frac{k}{3} < \sqrt{31} < \frac{k+1}{3}$ ⇒ $k < 3\sqrt{31} = \sqrt{279} < k+1$

$\sqrt{279} = 16.\cdots$ ⇒ $k = 16$ #

B、 $(a+bi)(2+6i) = (2a-6b) + (6a+2b)i = -80 + 0i$

$$\begin{cases} 2a-6b=-80 \Rightarrow a-3b=-40 \\ 6a+2b=0 \Rightarrow b=-3a \end{cases} \Rightarrow a=-4,\ b=12$$ #

C、



$\because \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow (19-a, 9) = 3(3, 12-b)$

$\begin{cases} 19-a=9 \Rightarrow a=10 \\ 9=36-3b \Rightarrow b=9 \end{cases}$ $\quad a+b = \underline{19}$ #

D、第三天賣 t 公斤
第二天賣 $at+b$ 公斤
第一天賣 $100-t-(at+b)$ 公斤
$= 100-b-(a+1)t$

註：t 是變數，
a、b 為定值。

$\because [100-b-(a+1)t]\cdot 40 + (at+b)\cdot 36 + 32t = 3720$

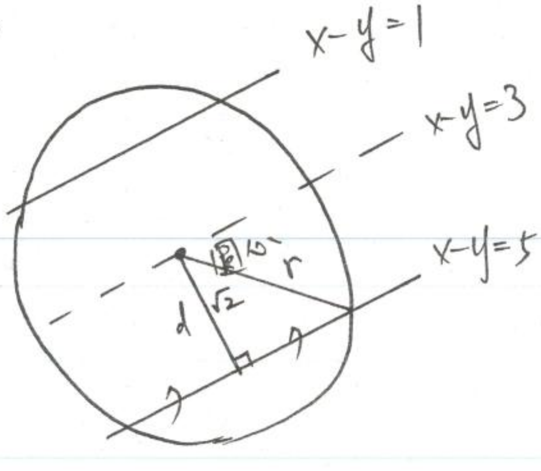
$\Rightarrow 4000 - 40b - 40(a+1)t + 36at + 36b + 32t = 3720$

$\Rightarrow 280 - 4at - 4b - 8t = 0$ （對 t 整理）

$\Rightarrow (4a+8)t = 280-4b$

$\therefore \begin{cases} 4a+8=0 \\ 280-4b=0 \end{cases} \Rightarrow \underline{a=-2,\ b=70}$ #

E、



$\because x-y=1$，$x-y=5$ 為兩平行線

$\therefore$ 圓心在 $x-y=3$ 上

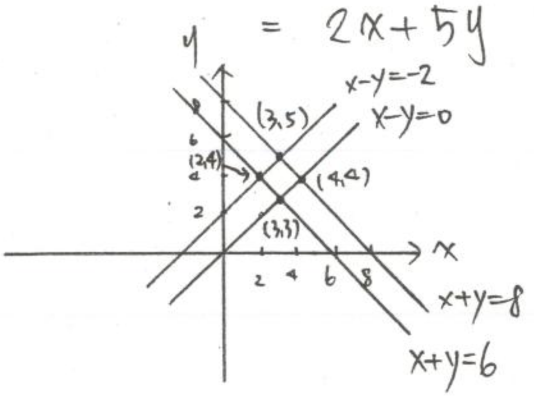
$d = \dfrac{2}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \sqrt{2}$

$r = \sqrt{7^2+(\sqrt{2})^2} = \sqrt{51}$

圓面積 $= \underline{51\pi}$ #

F.

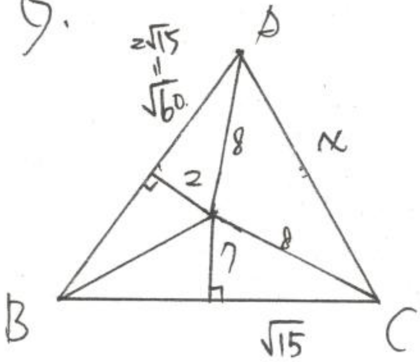
$$\vec{u}\cdot\vec{v} = (\vec{A}+\vec{B})\cdot(x\vec{A}+y\vec{B})$$
$$= x|\vec{A}|^2 + (x+y)\vec{A}\cdot\vec{B} + y|\vec{B}|^2$$
$$= x\cdot 1^2 + (x+y)\cdot 1\cdot 2\cdot \underbrace{\cos 60^\circ}_{\frac{1}{2}} + y\cdot 2^2$$
$$= 2x+5y$$



頂点	(2,4)	(3,3)	(4,4)	(3,5)
$2x+5y$	24	21	28	31

31 #

G.



$\because \overline{AB} = 4\sqrt{15}$，$\overline{BC} = 2\sqrt{15}$，設 $\overline{AC} = x$

$$\triangle ABC \text{面積} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{abc}{4R}$$

$$s = 3\sqrt{15} + \frac{x}{2}$$

$$\triangle ABC = \sqrt{\left(3\sqrt{15}+\frac{x}{2}\right)\left(-\sqrt{15}+\frac{x}{2}\right)\left(\sqrt{15}+\frac{x}{2}\right)\left(3\sqrt{15}-\frac{x}{2}\right)} = \frac{4\sqrt{15}\cdot 2\sqrt{15}\cdot x}{4\cdot 8}$$

$$\Rightarrow \left(135-\frac{x^2}{4}\right)\left(\frac{x^2}{4}-15\right) = \left(\frac{15x}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow -\frac{x^4}{16} + \frac{150}{4}x^2 - 2025 = \frac{225}{16}x^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16}x^4 - \frac{375}{16}x^2 + 2025 = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{16}x^2 - 15\right)(x^2-135) = 0$$

$\therefore x = 4\sqrt{15}$ or $3\sqrt{15}$

若 $x = 3\sqrt{15}$

$\Rightarrow \cos C = \dfrac{2^2+3^2-4^2}{2\cdot 2\cdot 3} < 0$

為鈍角∠

$\therefore x = 4\sqrt{15}$ #

H. $C(6,6,0)$, $G(6,6,6) \Rightarrow P(6,6,1)$ $> Q(0,y,0)$

$E(0,0,6)$, $H(0,6,6) \Rightarrow R(0,3,6)$

∵ P、Q、R平面 與 $\overleftrightarrow{AG}$ 不相交 ⇒ 平行

$\overrightarrow{AG}=(6,6,6) \parallel (1,1,1)$

⇒ P、Q、R平面之法向量 $\vec{n} \perp (1,1,1)$

$\overrightarrow{PQ}=(-6,\ y-6,\ -1)$

$\overrightarrow{PR}=(-6,\ -3,\ 5)$

$$\therefore \vec{n} \parallel \begin{array}{cccccc} \cancel{-6} & y-6 & -1 & -6 & y-6 & \cancel{-1} \\ \cancel{-6} & -3 & 5 & -6 & -3 & \cancel{5} \\ \hline \multicolumn{6}{c}{(5y-33,\ 36,\ -18+6y)} \end{array}$$

$(5y-33,\ 36,\ -18+6y)\cdot(1,1,1)=0$

$\Rightarrow 5y-33+36-18+6y=0 \Rightarrow 11y-15=0 \Rightarrow \underline{y=\frac{15}{11}}$ #