1.

$\log 2^{(3^5)} = 3^5 \log 2$　　(5)

2.

P在 xy平面上 ⇒ 設 $P(x, y, 0)$

$\overline{PA} = \overline{PB} = 13 \Rightarrow \sqrt{(x-5)^2+y^2+12^2} = \sqrt{(x+5)^2+y^2+12^2} = 13$

$\Rightarrow \underline{\underline{(x-5)^2+y^2 = (x+5)^2+y^2}} = 25$

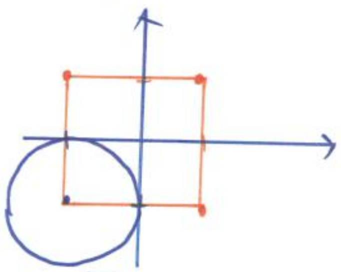
$x = 0$

$\therefore y = 0$　　$P(0, 0, 0)$

(4)

3.

$x^2+y^2+2x+2y+1=0 \Rightarrow (x+1)^2+(y+1)^2=1$. 圓心 $(-1,-1)$, $r=1$



圓

⇒ 2個交點

(2)

4.

$|4x-12| \le 2x$

[法一] 平方

$16x^2-96x+144 \le 4x^2$

$12x^2-96x+144 \le 0$

$x^2-8x+12 \le 0$

$(x-2)(x-6) \le 0$

$2 \le x \le 6$

[法二] 討論

Ⅱ , Ⅰ (分界點 3)

Ⅰ $x \ge 3$: $4x-12 \le 2x$
$\Rightarrow 2x \le 12$
$\Rightarrow x \le 6$
取交集 $\Rightarrow 3 \le x \le 6$

Ⅱ $x \le 3$: $12-4x \le 2x \Rightarrow 2 \le x \le 3$
$\Rightarrow 6x \ge 12$
$\Rightarrow x \ge 2$

由Ⅰ,Ⅱ知 $2 \le x \le 6$

(4)

(103學測)

5. $(1+\sqrt{2})^6 = 1^6 + \underline{C^6_1\cdot(\sqrt{2})\cdot 1^5} + C^6_2(\sqrt{2})^2\cdot 1^4 + \underline{C^6_3\cdot(\sqrt{2})^3\cdot 1^3} + C^6_4(\sqrt{2})^4\cdot 1^2$

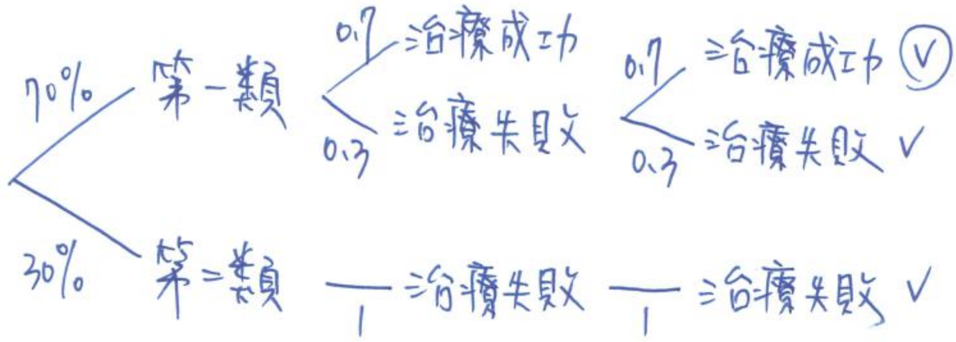
$+ \underline{C^6_5(\sqrt{2})^5\cdot 1} + C^6_6(\sqrt{2})^6$

僅 $C^6_1\sqrt{2}\cdot 1^5 + C^6_3(\sqrt{2})^3\cdot 1^3 + C^6_5(\sqrt{2})^5\cdot 1$ 整理後尚有 $\sqrt{2}$

$=(C^6_1 + 2C^6_3 + 4C^6_5)\sqrt{2}$

(2) #

6.



$$P = \frac{0.7\times0.3\times0.7}{0.7\times0.3\times0.7+0.7\times0.3\times0.3+0.3\times1\times1} = \frac{147}{147+63+300} \approx 0.288$$

(2) #

7.

(1) 取 $(x,y)=(1,1)$

(2) $3y=9x+1 \Rightarrow 3(y-3x)=1$

若 x,y 均為整數 $\Rightarrow 3(y-3x)$ 為 3的倍數 (×)

(3) 取 $(x,y)=(-2,0)$

(4) 若 $x=0$, $y^2=3$ (×) 均無格子點.

$x=1$, $y^2=2$ (×)

(5) 取 $(x,y)=(3,1)$

(1)(3)(5) #

8\. (1) $(3.5)^2 = 12.25 \Rightarrow \sqrt{13} > 3.5$ (O)

(2) $(3.6)^2 = 12.96 \Rightarrow \sqrt{13} > 3.6$ (X)

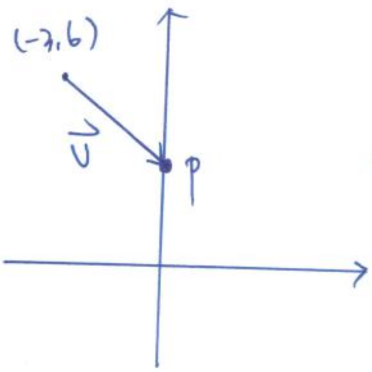
(3) $\underbrace{\sqrt{13}}_{=3.\cdots} - \underbrace{\sqrt{3}}_{=1.\cdots} > \underbrace{\sqrt{10}}_{=3.\cdots}$ (X)

(4) $\underbrace{\sqrt{13}}_{=3.\cdots} + \underbrace{\sqrt{3}}_{=1.\cdots} > \underbrace{\sqrt{16}}_{=4}$ (O)

(5) $\dfrac{1}{\sqrt{13}-\sqrt{3}} > 0.6 \underset{\text{有理化}}{\Leftrightarrow} \dfrac{\sqrt{13}+\sqrt{3}}{10} > 0.6 \Leftrightarrow \underbrace{\sqrt{13}}_{=3.\cdots} + \underbrace{\sqrt{3}}_{=1.\cdots} > 6$ (X)

(1)(4) #

9\.



∵ 直線前進

∴ 若碰到 y 軸時，在 x 軸上方 ⇒ 會通過 I.

下方 ⇒ 不會通過 I

(1) $(-3,6)+t(1,-2)=(-3+t,6-2t)$

$x=0 \Rightarrow t=3$, $P(0,0)$ (X)

(2) $(-3,6)+t(1,-1)=(-3+t,6-t)$

$x=0 \Rightarrow t=3$, $P(0,3)$ (O)

(3) $(-3,6)+t(0.001,0)=(-3+0.001t,6)$

$x=0 \Rightarrow t=3000$. $P(0,6)$ (O)

(4) $(-3,6)+t(0.001,1)=(-3+0.001t,6+t)$

$x=0 \Rightarrow t=3000$, $P(0,3006)$ (O)

(5) $(-3,6)+t(-0.001,1)$ (X)

往後走

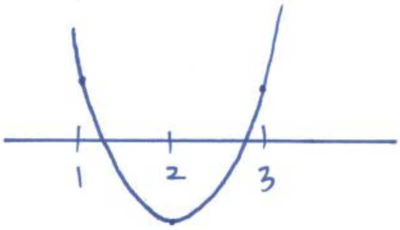
(2)(3)(4) #

10.

(1) $f(1)>0$, $f(2)<0$, $f(3)>0$

(2)

(3)

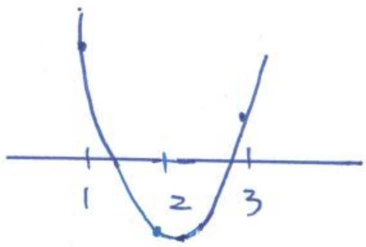


$g(x)=f(x)+(x-2)(x-3)$

$g(1)=f(1)+(-1)(-2)>0 \Rightarrow g(1)>f(1)$

$g(2)=f(2)<0$

$g(3)=f(3)>0$



(4) $g(1)\cdot g(2)<0 \Rightarrow g(x)$ 在1和2之間必有實根

(5) $f(x)=0$ 有2實根 $\Rightarrow$ 分別介於1和2之間、2和3之間

$\Rightarrow 2<\alpha<3$

$\therefore g(\alpha)=f(\alpha)+\underbrace{(\alpha-2)(\alpha-3)}_{<0}<f(\alpha)=0$ (x)

(3)(4) ※

11. (1) 若 $d=\frac{-1}{100} \Rightarrow a_{100}=\frac{1}{100}>0$, $a_{1000}=-\frac{899}{100}<0$ (x)

(2) $a_1>0$, $a_{100}<0 \Rightarrow d<0 \Rightarrow a_{1000}<0$ (o)

(3) 等差數列必為遞增 $(d>0)$ or 遞減 $(d<0)$

$\therefore a_1>0, a_{1000}>0$，若 $a_{100}<0$ 則先增後減 $\Rightarrow$ 不可能

$\therefore a_{100}>0$ (o)

(4) 同(1) (x)

(5) $a_{1000}-a_{10}=(1000-10)d=990d$

$a_{100}-a_1=(100-1)d=99d$

10倍

$\therefore a_{1000}-a_{10}=10(a_{100}-a_1)$ (o)

(2)(3)(5) ※

12.

(1) 由表知 13.17最大 (o)

(2) 沒有 40~44 的總人數和 45~49 的總人數

⇒ 無法從比例判斷人數 (x)

(3) 同(2)，沒有人數無法判斷. (x)

(4) 35~44 可分成"35~39" + "40~44"

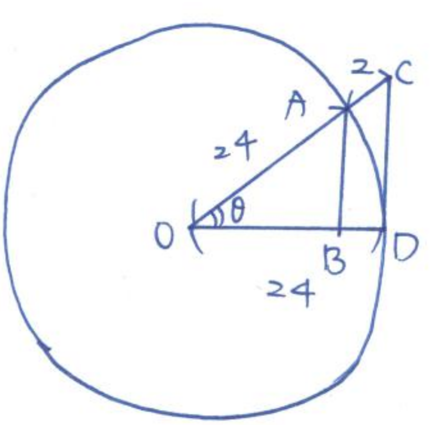
12.66%　　9.8%　　13.17%

"35~44"比例偏向"40~44"比例 ⇒ 40~44人數較多. (o)

(5) 無法判斷 (x)

(1)(4) #

A.



$\triangle OAB$　　$\triangle OCD$

$$\sin\theta = \frac{\overline{AB}}{24} = \frac{10}{26}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \frac{120}{13}$$ #

$$\overline{CD} = \sqrt{26^2 - 24^2} = 10$$

B.

$$\begin{cases} y = ax+b \\ y = x^2 \end{cases}$$ 兩圖形恰一交點. ⟺ $x^2 = ax+b$ 恰有一實數解

$\therefore x^2 - ax - b = 0$

$D = a^2 + 4b = 0 \cdots (1)$

同理

$$\begin{cases} y = ax+b \\ y = (x-2)^2+12 \end{cases} \Leftrightarrow (x-2)^2 + 12 = ax+b$$ 恰有一實數解.

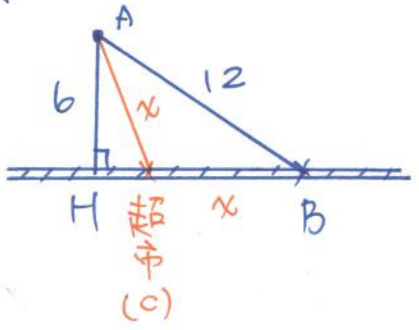
$x^2 - (4+a)x + (16-b) = 0$

$D = (4+a)^2 - 4(16-b)$

$= a^2 + 8a + 16 - 64 + 4b = 0 \cdots (2)$

$\therefore 8a = 48 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow b = -9$ #

C.



設超市点 C ⇒ $\overline{AC}=\overline{BC}=x$

$\overline{CH}=\sqrt{x^2-36}$

$\overline{BH}=\sqrt{12^2-6^2}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}=x+\sqrt{x^2-36}$

$\Rightarrow 6\sqrt{3}-x=\sqrt{x^2-36}$

平方 $\Rightarrow 108-12\sqrt{3}x+x^2=x^2-36 \Rightarrow 12\sqrt{3}x=144 \Rightarrow x=\frac{12}{\sqrt{3}}=\underline{4\sqrt{3}}$ ※

D. P在 $\overleftrightarrow{CD}$ 上，利用 $\overleftrightarrow{CD}$ 的參數式，設 P

$\overrightarrow{CD}=(1,-1,1)$，$\overleftrightarrow{CD}$ 參數式 $\begin{cases} x=-2+t \\ y=4-t \\ z=0+t \end{cases}$

設 $P(-2+t,4-t,t)$

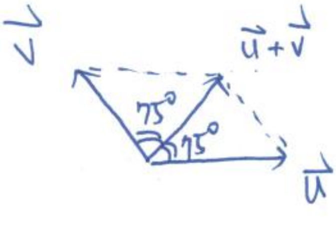
$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(4-t,t-4,-t)\cdot(5-t,t,2-t)$

$=t^2-9t+20+t^2-4t+t^2-2t$

$=3t^2-15t+20=3(t^2-5t)+20$

$=3(t-\frac{5}{2})^2+20-\frac{75}{4}$ ∴ 最小值 $=\underline{\frac{5}{4}}$ ※

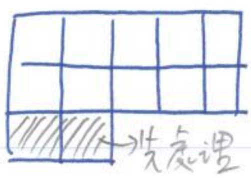
E. $|\vec{u}|=|\vec{v}|=1 \Rightarrow \vec{u}+\vec{v}$ 為 $\vec{u}$、$\vec{v}$ 的角平分向量



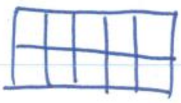
$\Rightarrow \vec{u}$、$\vec{v}$ 夾角 $=150°$

$\therefore \vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}||\vec{v}|\cos150°=1\cdot1\cdot\frac{-\sqrt{3}}{2}=\underline{\frac{-\sqrt{3}}{2}}$ ※

F.



case1：若下方二塊為

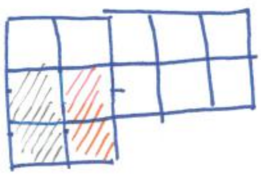
⇒  所以是 5個 ⇒ 1種

3個 2個 ⇒ 4種

1個 4個 ⇒ 3種

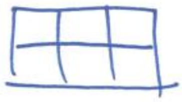
F. case 2：若下方二塊為 日+日 (103學測)

亦即



⇒ 左上必為 ▭

⇒ 剩下



可以是 3個 日 ⇒ 1種

1個日，2個 ▭ ⇒ 2種.

由 case1. case 2 知 $\underline{共\ 11種}$ #

G.

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 是轉移矩陣 ⇒ $a+c=1 \Rightarrow c=1-a$

$b+d=1 \Rightarrow b=1-d$

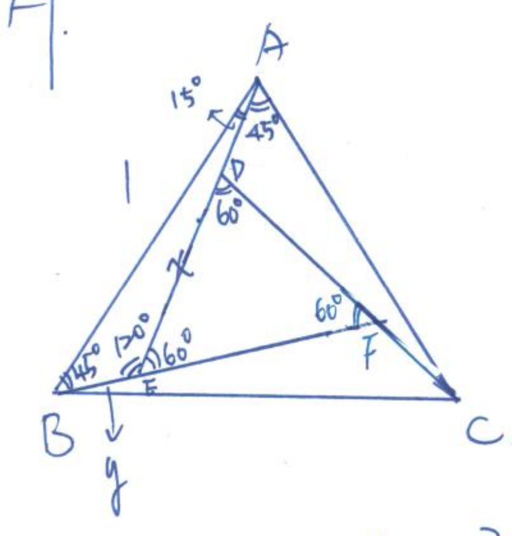
行列式值為 $\frac{5}{8}$ ⇒ $ad-bc=\frac{5}{8}$

(題目要求 $a+d$ ⇒ 把 b, c 換掉)

$ad-bc=ad-(1-d)(1-a)=\frac{5}{8}$

$\Rightarrow ad-(1-a-d+ad)=\frac{5}{8} \Rightarrow a+d=\underline{\frac{13}{8}}$ #

H.



設 $\overline{DE}=x$，$\overline{AD}=y$

由對稱性知 $\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}=y$

∵ 所有角度皆可得知且為特殊角

正弦定理 (△ABE)

$\frac{1}{\sin 120^\circ}=\frac{x+y}{\sin 45^\circ}=\frac{y}{\sin 15^\circ}=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\therefore y=\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\sin 15^\circ=\frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ $\Rightarrow x=\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{2\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)$

$x+y=\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\sin 45^\circ=\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{\cancel{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\cancel{4}\,2}$

$=\frac{3\sqrt{6}-3\sqrt{2}}{6}=\underline{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}}$ # P7.