1、代入檢查即可

(1) $a_2=3a_1-1$ (o) , $a_3=3a_2-1$ (x)

(2) $a_4=4!=24$ (x)

(3) $a_2=a_1+1^2$ (o) , $a_3=a_2+2^2$ (o) , $a_4=a_3+3^2$ (o) , $a_5=a_4+4^2$ (o)

(4) $a_3=2^3-1=7$ (x)

(5) $a_2=a_1+1$ (o) , $a_3=2a_2+1$ (x)

(3) ※

2、第1天 1元

2 : 2^1元

3 : 2^2元

4 : 2^3元

⋮

30 2^{29}元

$$\text{總和}=1+2^1+2^2+\cdots+2^{29}$$
$$=\frac{1\cdot(2^{30}-1)}{2-1}$$
$$=2^{30}-1=(2^{10})^3-1=1024^3-1$$
$$\approx 1000^3=1000000000$$

(4) ※

3.

(一) — A — B — $P_1=$ 前面不通 0.1

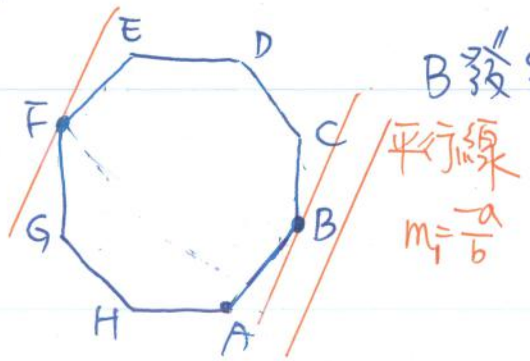
(二) — B — A — $P_2=0.15$

(三) $-\left[\begin{matrix}A\\B\end{matrix}\right]-$ $P_3=$ A、B都不通 $=0.1\times0.15=0.015$

$P_2>P_1>P_3$

(2) ※

4. $ax+by+3$ 的直線斜率 $m_1=\frac{-a}{b}$



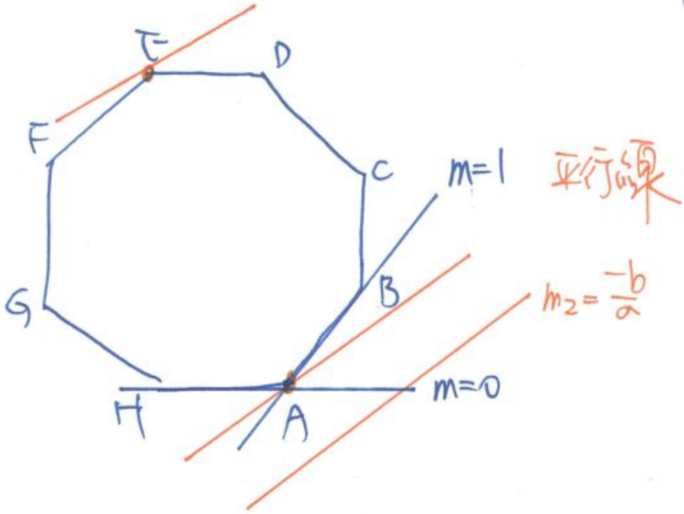
B發生最大值 ⇒ 右邊大，下面大

$a>0$ $b<0$

$m_{AB}<m_1<m_{BC} \Rightarrow m_1>1$

4. 目標函數：$3-bx-ay$ 的直線斜率 $m_2=\frac{-b}{a}$

發現 $m_1\cdot m_2=1$，亦即互為倒數 $\Rightarrow 0<m_2<1$



$(-b)>0 \Rightarrow$ 右邊大

$\therefore$ A為最大值

(1) *

5. (1) 平均心率 188，最高心率沒有限制 (x)

(2) 由步數知 $\Rightarrow$ 平均步數應大於1000步

$\Rightarrow$ 平均每步小於 $\frac{1000\text{公尺}}{1000\text{步}}=1$ 公尺 (o)

(3) 時間越少，平均心率越高 $\Rightarrow$ 負相關 (x)

(4) 步數越多，平均心率越高 $\Rightarrow$ 正相關 (o)

(5) 時間越少，步數越多 $\Rightarrow$ 負相關 (o)

(2)(4)(5) *

6. (1) $f(2)=0$ 表示 $f(x)$ 有因式 $(x-2)$ (o)

(2) $f(x)=(x-2)(x-\sqrt{2})$ 滿足 $f(2)=0$. (x)

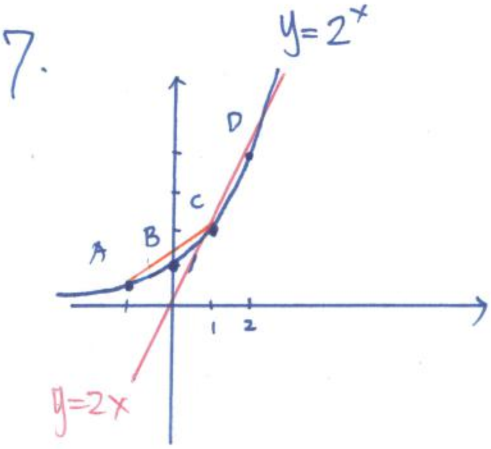
(3) 同(2) 滿足 $f(\sqrt{2})=0$ (x)

(4)(5) 實係數方程式，虛根共軛，$\Rightarrow f(2i)=0$ 可推得 $f(-2i)=0$. (o)

$\therefore f(x)=(x-(2i))(x-(-2i))=x^2+4$ 是實係數多項式 (o)

(1)(4)(5) *

7.



(1) 如圖，B在AC下方 (O)

(2) 如圖 CD斜率最大 (O)

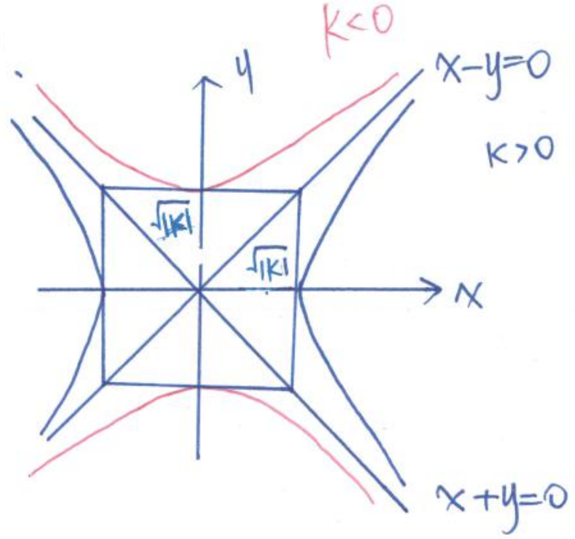
(3) A最靠近x軸 (X)

(4) 如圖，2個交點 (O)

(5) A、C沒有對稱y軸 (X)

(1)(2)(4) #

8.



$K>0$ (1) 雙曲線方程式：(漸近線假設法)

$(x+y)(x-y)=K \Rightarrow x^2-y^2=K$ (O)

(2)

$$\frac{x^2}{K}-\frac{y^2}{K}=1$$

$\therefore a^2=b^2 \Rightarrow 2a=2b$ (O)

(3) (a,b)在雙曲線上

$\Rightarrow (a+b)(a-b)=K$

若 $a>1000$，設 $K=10000 \Rightarrow |a-b|>1$ (X)

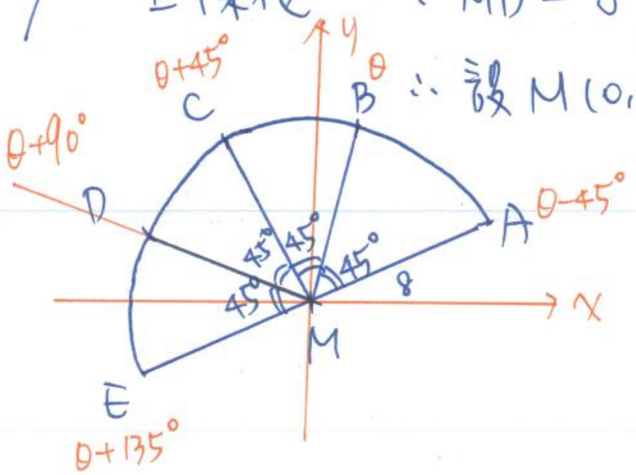
(4) 不論 $K>0$ 或 $K<0$，如圖，雙曲線在第一象限均為遞增。

$\therefore$ 若 $a<a' \Rightarrow b<b'$ (O)

(5) $\frac{x^2}{K}-\frac{y^2}{K}=1$：2個對稱軸 $x=0$, $y=0$ (O)

(1)(2)(4)(5) #

9. 坐標化 $\because \overrightarrow{MD}=8(\cos(\theta+90°), \sin(\theta+90°))$



$\therefore$ 設 $M(0,0)$，$\overline{MD}=8$，D的標準位置角為 $\theta+90°$

(1) $\overrightarrow{MA}=8(\cos(\theta-45°), \sin(\theta-45°))$ (X)

(2) $\overrightarrow{MC}=8(\cos(\theta+45°), \sin(\theta+45°))$ (O)

(3) $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MA}=|\overrightarrow{MA}|^2=64$ (X)

(4) $\overrightarrow{MB}\perp\overrightarrow{MD} \Rightarrow \overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MD}=0$ (O)

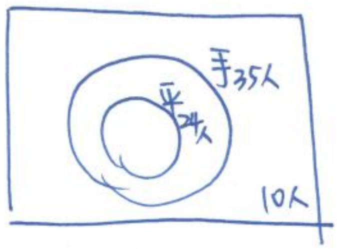
9. (5) $B(8\cos\theta, 8\sin\theta)$

$D(8\cos(\theta+90^\circ), 8\sin(\theta+90^\circ))$

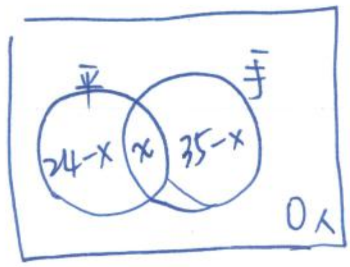
$\Rightarrow \overrightarrow{BD} = (8\cos(\theta+90^\circ)-8\cos\theta, 8\sin(\theta+90^\circ)-8\sin\theta)$ (×)

(2)(4) ✱

10.



	A	B	C	D
	最多24人	最少11人	最少0人	最多10人
	最少14人	最多21人	最多10人	最少0人

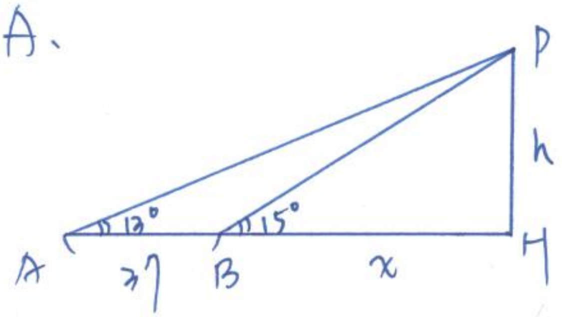


$(24-x)+x+(35-x)=45$

$\Rightarrow x=14$

(2)(3)(4) ✱

A.



設山高 h 公尺，$\overline{BH}=x$ 公尺

$\tan 13^\circ = \frac{h}{37+x} \approx 0.231 \cdots ①$

$\tan 15^\circ = \frac{h}{x} \approx 0.268$

$\Rightarrow h = x\cdot 0.268 \cdots ②$

②代入① $\Rightarrow \frac{0.268x}{37+x} = 0.231 \Rightarrow 0.268x = 37\times 0.231 + 0.231x$

$\Rightarrow 0.037x = 37\times 0.231 \Rightarrow x = 231$

$\therefore h = 231\times 0.268 = 61.908 \approx 62$ ✱

B. 在甲、乙取出不同色(1白1紅)的條件下 ⇒ 剩下2紅2白

戊取得紅球的機率 $= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ✱ (不分順序)

C. ∵ 玫瑰、百合、菊花、向日葵各至少一盆

∴ 剩下 4 盆可空間.

設玫瑰買 x_1 盆, 百合買 x_2 盆, 菊花 買 x_3 盆, 向日葵買 x_4 盆.

$\Rightarrow x_1+x_2+x_3+x_4 \leq 4$ (可不必擺滿)

設 x_5 滿足 $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=4$. 其中 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 均為非負實數

$\therefore H^5_4 = C^8_4 = \dfrac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1} = \underline{70}$ #

D. 三平面可交於一頂點 ⇒ 先找出三角形之三頂點

A $\begin{cases} x-y+z=0 \\ x=2 \\ x-y=-2 \end{cases}$ B $\begin{cases} x-y+z=0 \\ x=2 \\ x+y=2 \end{cases}$ C $\begin{cases} x-y+z=0 \\ x-y=-2 \\ x+y=2 \end{cases}$

$(2,4,2)$ $(2,0,-2)$ $(0,2,2)$

$\overline{AB}=\sqrt{0+16+16}=4\sqrt{2}$

$\overline{AC}=\sqrt{4+4+0}=2\sqrt{2}$

$\overline{BC}=\sqrt{4+4+16}=2\sqrt{6}$

∴ 周長 $=\underline{6\sqrt{2}+2\sqrt{6}}$ #

E. 設 $P(a,b)$

$\because \overrightarrow{Q_1P}=(-7,9) \Rightarrow Q_1(a+7,\ b-9)$ 在 L_1 上 $\Rightarrow (a+7)+2(b-9)=0$

$a+2b=11 \cdots ①$

$\overrightarrow{Q_2P}=(-6,-8) \Rightarrow Q_2(a+6,\ b+8)$ 在 L_2 上 $\Rightarrow 3(a+6)-5(b+8)=0$

$3a-5b=22 \cdots ②$

$①\cdot 3-② \Rightarrow 11b=11,\ b=1,\ a=9$

$\underline{P(9,1)}$ #

F. 單利 = 本金和 × (1 + 利率 × 期數) = 300 (1 + 3% × 3)

複利 = 本金和 × $(1 + 利率)^{期數}$ = $300(1+3\%)^3$

300 (1 + 3% × 3) = 327萬

$300\underline{(1.03)}^3 = 300 \times 1.092727 = 327.8181$ 萬.

直接乘開

G.

$$\begin{array}{c|ccc} & A & B & C\ (原) \\ \hline A & \frac{4}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ B & \frac{1}{6} & \frac{3}{6} & \frac{1}{6} \\ C & \frac{1}{6} & \frac{2}{6} & \frac{4}{6} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 36 & A \\ 36 & B \\ 36 & C \end{array}$$

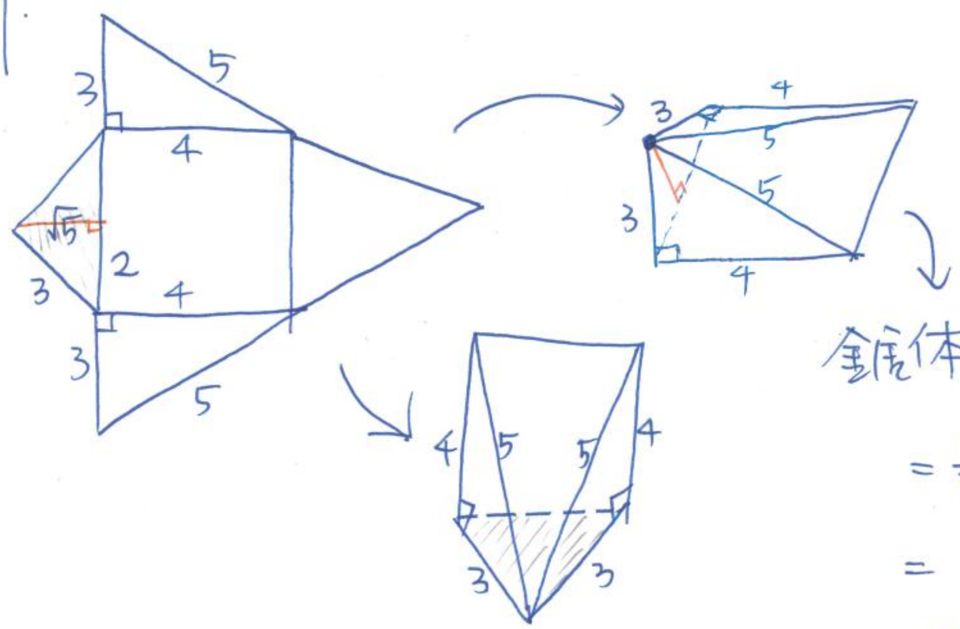
(新)　　起始.

兩次

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{4}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{3}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{6} & \frac{4}{6} \end{bmatrix}^2 \begin{bmatrix} 36 \\ 36 \\ 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{3}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{6} & \frac{4}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 24+6+6 \\ 6+18+6 \\ 6+12+24 \end{bmatrix} \begin{matrix} =36 \\ =30 \\ =42 \end{matrix} = \begin{bmatrix} 24+5+7 \\ 6+15+7 \\ 6+10+28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36 \\ 28 \\ 44 \end{bmatrix}$$

$\underline{44}$ #

H.

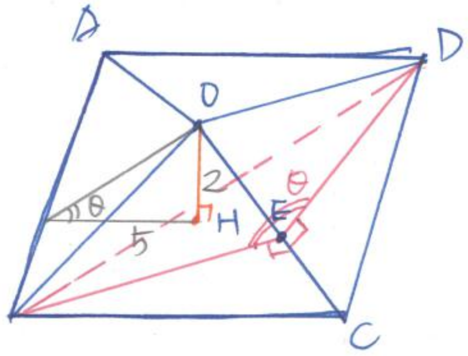


錐体 = $\frac{1}{3}$ × 底面積 × 高

$= \frac{1}{3} \times 4^2 \times \sqrt{5}$

$= \underline{\frac{16}{3}\sqrt{5}}$ #

I. 兩面角：到交線垂直的二線夾角



∵ $\tan\theta = \frac{2}{5}$. 設底邊正方形邊長 $= 10$

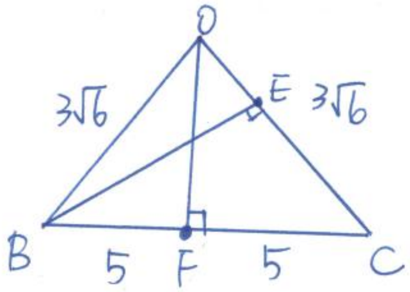
⇒ 高度 $= 2 = \overline{OH}$

⇒ $\overline{BH} = 5\sqrt{2}$ ， $\overline{OB} = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$

同理 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD} = 3\sqrt{6}$ $(\overline{BD} = 10\sqrt{2})$

從 B 作 $\overline{OC}$ 垂直到 E. $(\overline{OC} \perp \overline{BE})$.

∵ △OCB 和 △OCD 一樣 ∴ $\overline{OC} \perp \overline{DE}$ ⇒ ∠BED 為二面角

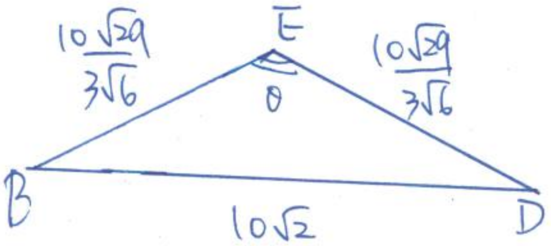


$\triangle OBC$ 面積 $= \frac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{29}$ ⇒ $\overline{BE} = \frac{10\sqrt{29}}{3\sqrt{6}}$

$= \frac{1}{2} \times 3\sqrt{6} \times \overline{BE}$

$\overline{OF} = \sqrt{54-25} = \sqrt{29}$

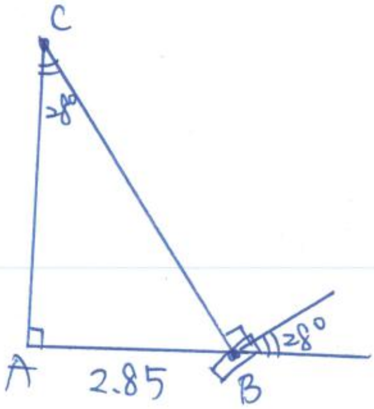
同理 $\overline{DE} = \overline{BE} = \frac{10\sqrt{29}}{3\sqrt{6}}$



$$\cos\theta = \frac{\frac{2900}{54} + \frac{2900}{54} - 200}{2 \cdot \frac{2900}{54}} = \frac{5800 - 10800}{5800} = \frac{-25}{29}$$

$$|\cos\theta| = \frac{25}{29}$$ ※

J.



$\angle C + \angle ABC = 90° = \angle ABC + 28°$

⇒ $\angle C = 28°$

∵ $\frac{\overline{BC}}{2.85} = \frac{1}{\sin 28°} = \frac{1}{0.4695}$

⇒ $\overline{BC} = \frac{2.85}{0.4695} \approx 6.07 \doteqdot 6.1$ ※