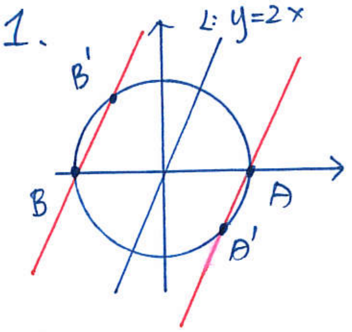
1.



兩平行線等距.

過A(1,0)作與L平行之直線交圓於A、A'

以 $y=2x$ 為對稱軸作 AA' 的對稱，與圓交於BB'

(∵圓以圓心(0,0)為點對稱，∴B(−1,0))

得A、A'、B、B'四點到L等距，除了A還有三點，選(3).

2. $x^3-x^2+4x-4=0 \Rightarrow x^2(x-1)+4(x-1)=0 \Rightarrow (x^2+4)(x-1)=0$

$\Rightarrow x=\pm 2i$ 或 1，故選(1)

3. $2^k\cdot(2^2)^m\cdot(2^3)^n=2^9$，得 $k+2m+3n=9$.

n	1	1	2	
m	1	2	1	
K	4	2	1	

共3組正整數解，故選(3).

4. 每道菜都有肉，要出三道菜且恰有三種肉，可想成

豬　雞　牛　三道菜加入素類食材

可加入任一道菜

白菜　豆腐　香菇

$3 \times 3 \times 3 = 27$，故選(5).

5. 原式為 $2\log b+2+\log b=7 \Rightarrow 3\log b=5 \Rightarrow \log b=\frac{5}{3} \Rightarrow b=10^{\frac{5}{3}}$

又 $1=10^0$，$\sqrt{10}=10^{\frac{1}{2}}$，$10=10^1$，$10\sqrt{10}=10^{\frac{3}{2}}$，$100=10^2$，$100\sqrt{10}=10^{\frac{5}{2}}$

所以 $10^{\frac{3}{2}}<10^{\frac{5}{3}}<10^2$，選(4).

6. 因為相關係數為−0.99，所以趨近直線相關。

13°C → 11°C　∴每降2°C增加75杯

(賣437杯)　(賣512杯)　得降3°C約增加 $75\times\frac{3}{2}\doteqdot 112.5$ 杯

→ 8°C 約賣 $512+112.5=624.5$ 杯，故選(2).

(108學測)

7. $\langle a_n \rangle$ 是等差數列且公差為 α，即 $a_{n+1}-a_n=\alpha(>0)$

(1) $b_{n+1}-b_n=-a_{n+1}-(-a_n)=-(a_{n+1}-a_n)=-\alpha<0$

故 $\langle b_n \rangle$ 為等差數列且公差為 $-\alpha$ (o)

(2) 設 $\langle a_n \rangle = -1, 0, 1, 2, \cdots$

則 $\langle c_n \rangle = 1, 0, 1, 4, \cdots \Rightarrow c_1 > c_2$ (x)

(3) $d_{n+1}-d_n=(a_{n+1}+a_{n+2})-(a_n+a_{n+1})=(a_{n+1}-a_n)+(a_{n+2}-a_{n+1})=\alpha+\alpha=2\alpha$

故 $\langle d_n \rangle$ 為等差數列且公差為 2α. (x)

(4) $e_{n+1}-e_n=(a_{n+1}+n+1)-(a_n+n)=(a_{n+1}-a_n)+1=\alpha+1$

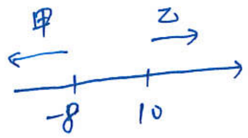
故 $\langle e_n \rangle$ 為等差數列且公差為 $\alpha+1$. (o)

(5) $f_{n+1}-f_n=\left(\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_{n+1}}{n+1}\right)-\left(\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}\right)=\dfrac{\frac{n+1}{2}[2a_1+n\alpha]}{n+1}-\dfrac{\frac{n}{2}[2a_1+(n-1)\alpha]}{n}$

$=(a_1+\frac{n}{2}\alpha)-(a_1+\frac{n-1}{2}\alpha)=\frac{\alpha}{2}$

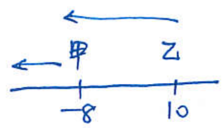
故 $\langle f_n \rangle$ 為等差數列且公差為 $\frac{\alpha}{2}$. (x)　　選 (1)(4)

8. (1)



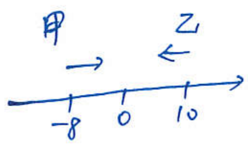
不會相遇 (x)

(2)



因為乙較快，所以會相遇 (x)

(3)

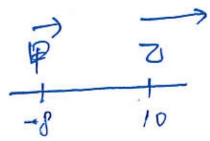


若乙的速率為甲的 1.1 倍.

當甲到 0 時，乙前進 8.8，未抵達 0. (x)

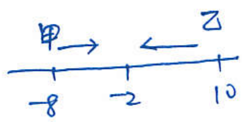
(移動 8)

(4)



因為乙較快，所以會越遠離 (o)

(5)



∵ 在 −2 相遇，甲移動 6，乙移動 12

∴ 乙的速率為甲的 2 倍. (o)　　故選 (4)(5).

9. $n(S)=C^7_2=21$

(1) 和大於10：$(7,6),(7,5),(7,4),(6,5)$ $\Rightarrow n(A)=4 \Rightarrow P=\frac{4}{21}$ (×)

(2) 和小於5：$(1,2),(1,3)$, $\Rightarrow n(B)=2 \Rightarrow P=\frac{2}{21}$ (×)

(3) 和為奇數 ⇒ 一奇一偶 $\Rightarrow n(C)=\underset{奇}{C^4_1}\underset{偶}{C^3_1}=12 \Rightarrow P=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$ (○)

(4) 差為偶數 ⇒ 二奇 或 二偶 $\Rightarrow n(D)=\underset{二奇}{C^4_2}+\underset{二偶}{C^3_2}=9 \Rightarrow P=\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$ (×)

(5) 積為奇數 ⇒ 二奇 $\Rightarrow n(E)=C^4_2=6 \Rightarrow P=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$ (○)　　故選(3)(5)

10. $\because \angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$　$\therefore \angle A\le\angle B\le 60^\circ\le\angle C<80^\circ$

(1) $\angle A<\angle B \Rightarrow \sin A<\sin B$ (○)

(2) $\angle B<\angle C \Rightarrow \sin B<\sin C$ (○)

(3) $\angle A<\angle B \Rightarrow \cos A>\cos B$ (×)

(4) $\sin45^\circ=\cos45^\circ$，$\cos C<\cos45^\circ=\sin45^\circ<\sin C$ (×)

(5) $\frac{\overline{AB}}{\sin C}=\frac{\overline{BC}}{\sin A}$ (正弦定理) 又 $\sin A<\sin C$，得 $\overline{BC}<\overline{AB}$ (×)　故選(1)(2).

11.

	總人數	曾大腸篩檢人數	分年計數
50~59歲	220	$x=22$	一年內 一年前
60歲以上	280	$120-x=98$	一年內 一年前

45人

75人

60歲以上曾篩檢比率 $=\frac{120-x}{280}$

50~59歲曾篩檢比率 $=\frac{x}{220}$

$\Rightarrow \frac{120-x}{\cancel{280}_{14}}=3.5\,\frac{x}{\cancel{220}_{11}}$

$\Rightarrow 1320-11x=49x \Rightarrow 60x=1320 \Rightarrow x=22.$

(1) 受訪者超過60歲比例 $=\frac{280}{500}=56\%$ (×)

(2) 隨機抽2人均落在50~59歲的機率 $=\frac{220\times219}{500\times499}\doteqdot\left(\frac{22}{50}\right)^2>\left(\frac{1}{2}\right)^2=0.25$ (×)

(3) $n(S)=120\times119$

$n(A)=\underset{1年內}{45}\times\underset{1年前}{75}+\underset{或\ 1年前}{75}\times\underset{1年內}{45}$ $\Rightarrow P(A)=\frac{45\times75\times2}{120\times119}$ (○)

(4) 未曾篩檢比率 $=\frac{380}{500}=76\%$ (×)

(5) 此即為 $x=98$. (○)　　故選(3)(5).

108學測

12. $f_1(x)=g(x)\cdot Q_1(x)+r_1(x)$ ……(甲)　其中 $\deg r_1(x)=0$ 或 1

$f_2(x)=g(x)\cdot Q_2(x)+r_2(x)$ ……(乙)　　$\deg r_2(x)=0$ 或 1

(1) 由(甲)知：$\underbrace{-f_1(x)}_{\text{被除式}}=-[g(x)Q_1(x)+r_1(x)]=\underbrace{g(x)}_{\substack{\text{除式}\\(2\text{次})}}\cdot\underbrace{(-Q_1(x))}_{\text{商式}}+\underbrace{(-r_1(x))}_{\substack{\text{餘式}\\(\text{低於}2\text{次})}}$　(o)

(2) 由(甲)+(乙)知：$\underbrace{f_1(x)+f_2(x)}_{\text{被除式}}=g(x)Q_1(x)+r_1(x)+g(x)Q_2(x)+r_2(x)$

$=\underbrace{g(x)}_{\substack{\text{除式}\\(2\text{次})}}[\underbrace{Q_1(x)+Q_2(x)}_{\text{商式}}]+\underbrace{[r_1(x)+r_2(x)]}_{\substack{\text{餘式}\\(\text{低於}2\text{次})}}$　(o)

(3) 由(甲)·(乙)知：$\underbrace{f_1(x)\cdot f_2(x)}_{\text{被除式}}=[g(x)Q_1(x)+r_1(x)][g(x)Q_2(x)+r_2(x)]$

$=\underbrace{g(x)}_{\text{除式}}[\underbrace{g(x)Q_1(x)Q_2(x)+r_2(x)+r_1(x)}_{\text{商式}}]+\underbrace{r_1(x)r_2(x)}_{\text{餘式}}$

若 $r_1(x)$、$r_2(x)$ 均為一次式，則 $r_1(x)\cdot r_2(x)$ 為二次式.

此時 $\deg[r_1(x)r_2(x)]=\deg g(x)$，故 $r_1(x)r_2(x)$ 不是真正餘式.(x)

(無法確定)

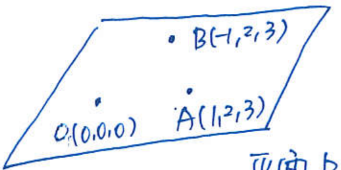
(4) 由(甲)知：$\underbrace{f_1(x)}_{\text{被除式}}=g(x)Q_1(x)+r_1(x)=\underbrace{(-3g(x))}_{\text{除式}}\underbrace{(\frac{-1}{3}Q_1(x))}_{\text{商式}}+\underbrace{r_1(x)}_{\text{餘式}}$　(x)

(5) 由(甲)、(乙)知：$f_1(x)r_2(x)-f_2(x)r_1(x)=[g(x)Q_1(x)+r_1(x)]r_2(x)-[g(x)Q_2(x)+r_2(x)]r_1(x)$

$=g(x)[Q_1(x)r_2(x)-Q_2(x)r_1(x)]$，所以可以整除　(o)

故選(1)(2)(5).

13.



平面P

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & -1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$
$(0,-6,4)$

以平面P的 ① $\vec{n}\parallel\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=(0,-6,4)\parallel(0,3,-2)$

② 過點(0,0,0)

得P的方程式為 $3y-2z=0$

(1) 平面法向量 $\parallel(0,3,-2)$　(x)

(2) xy平面為 $z=0$，兩平面法向量內積不為0，故不垂直.(x)

$(0,3,-2)\cdot(0,0,1)=-2$

(3) $(0,4,6)$ 代入 $3y-2z=12-12=0$ (合)　(o)

(4) x軸上任一點 $(a,0,0)$ 代入 $3y-2z=0$ (合)　(o)

(5) $\dfrac{|3\times1-2\times1|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{13}}$　(x)　　故選(3)(4).

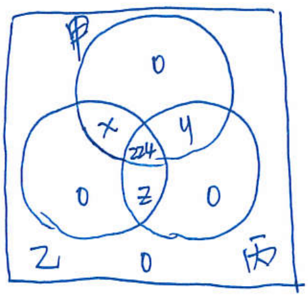
A. $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3x-y+3=6 \\ 2x+4y-1=-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-y=3 \cdots ① \\ 2x+4y=-5 \cdots ② \end{cases}$

①×4+②：$14x=7$，$x=\frac{1}{2}$，$y=-\frac{3}{2}$，得 $x+3y=\underline{-4}$ #

B. 四邊形ABCD面積 $=\frac{1}{2}\overline{AC}\times\overline{BD}=\frac{1}{2}(2a)\cdot 8=58$，得 $a=\frac{58}{8}=\underline{\frac{29}{4}}$ #

C. 設左右兩側半圓半徑 r $(2r\geq 60)$，
兩側跑道越短，$\overline{AB}$ 越大。故取 $r=30$，所求得之跑道 $\overline{AB}$ 最大。
兩側跑道長為 $2\pi r=60\pi \doteqdot 60\times 3.142=188.52$，
（兩個半圓合為一個圓）
剩下兩直線跑道 $2\overline{AB}=400-188.52=211.48 \Rightarrow \overline{AB}$ 最大可能為 105.74
求最大整數為 $\underline{105}$ #

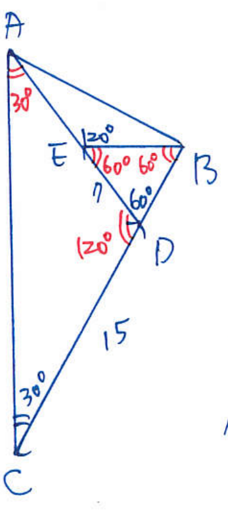
D.



甲：$x+224+y=765$
乙：$x+224+z=537$
丙：$y+224+z=648 \cdots ③$
+)
$2(x+y+z)=1278$
$\Rightarrow x+y+z=639 \cdots ④$

④−③：$x=\underline{215}$ #

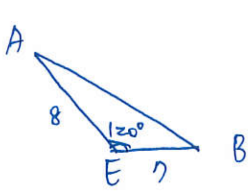
E.



由三角形內角和180° 及平角180° 知：
$\angle ADC=120°$、$\angle DAC=30° \Rightarrow \overline{AD}=15$，$\overline{AE}=8$
（等腰）

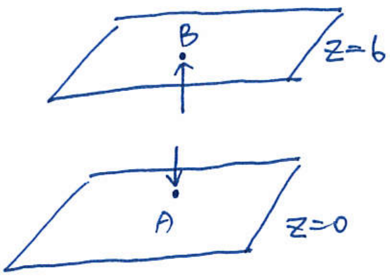
$\angle DEB=60°$、$\angle EBD=60° \Rightarrow \overline{BE}=7$

考慮 △AEB：



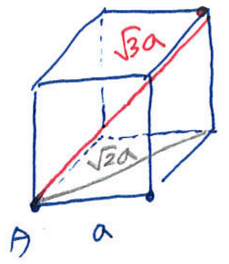
$\overline{AB}=\sqrt{7^2+8^2-2\times 7\times 8\times\cos 120°}$
$=\sqrt{49+64+56}=\underline{13}$ #

F.



設頂點 A 在 $z=0$ 上，頂點 B 在 $z=6$ 上，

$\Rightarrow$ $\overline{AB}$ 最小值為 = 平面距離 = 6



設正立方体的邊長為 a

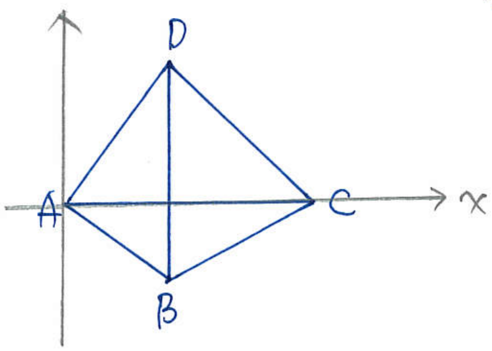
若正立方体邊長要最小，則 $\sqrt{3}a=6$。

（兩頂點間距離有三種：a, $\sqrt{2}a$, $\sqrt{3}a$.）

$\therefore a=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=\underline{2\sqrt{3}}$ #

G. $\because \overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{BD}$ 垂直 $\therefore$ 坐標化，設 $A(0,0)$，$C(1,0)$，$B(b_1,b_2)$

$\because |\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BD}| \Rightarrow D(b_1, b_2+1)$



又 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

$\Rightarrow (1-b_1, -b_2)=(b_1,b_2)+(b_1,b_2+1)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-b_1=b_1+b_1 \\ -b_2=b_2+b_2+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} b_1=\frac{1}{3} \\ b_2=-\frac{1}{3} \end{matrix} \quad , \begin{matrix} B(\frac{1}{3},-\frac{1}{3}) \\ D(\frac{1}{3},\frac{2}{3}) \end{matrix}$$

$$\underbrace{\cos\angle BAD}_{\theta}=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|}=\frac{\frac{1}{9}-\frac{2}{9}}{\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{9}}\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{4}{9}}}=\frac{-1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \tan\angle BAD=-\frac{3}{1}=\underline{-3}\ \#$$