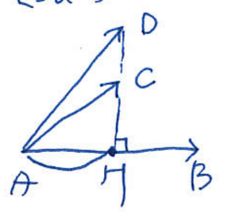
1、 $\sin\alpha = \frac{3}{5}$，$\sin\beta = \frac{5}{13}$，$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

∵ $\frac{3}{5} > \frac{1}{2} > \frac{5}{13}$ ∴ $\sin\alpha > \sin 30^\circ > \sin\beta$，故選 (2).

2、 [法一]



∵ 內積＝投影長×被投影長

且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$

∴ $\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{AD}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上之投影長相同.

亦即 D、C 在 $\overrightarrow{AB}$ 之投影點相同，設H。

故 $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} = 0$

[法二]

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD} = 0$

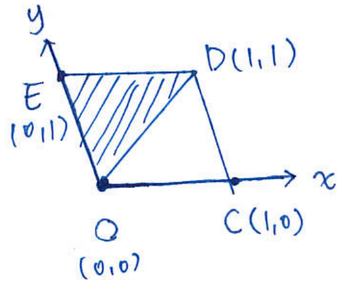
$\Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC} = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{DC}$

故選 (1)

3、 選項均為 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OC} + y\overrightarrow{OE}$，可想成 $\overrightarrow{OC}$、$\overrightarrow{OE}$ 之線性組合。




[斜座標] C(1,0), E(0,1)

$\Rightarrow \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} \Rightarrow D(1,1) \Rightarrow \begin{cases} \overleftrightarrow{OD}: y = x \\ \overleftrightarrow{OE}: x = 0 \\ \overleftrightarrow{DE}: y = 1 \end{cases}$

△ODE 內部 $\begin{cases} x - y < 0 \ (\text{左}) \cdots ① \\ x > 0 \ (\text{右}) \cdots ② \\ y < 1 \ (\text{下}) \cdots ③ \end{cases}$

(1) $(x,y) = (1,1)$ 不符合 ①、③

(2) $(x,y) = (\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ 合

(3) $(x,y) = (-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ 不符合 ②

(4) $(x,y) = (\frac{1}{4}, -\frac{1}{2})$ 不符合 ①

(5) $(x,y) = (-\frac{1}{4}, -\frac{1}{2})$ 不符合 ①、②

故選 (2)

4. $B = I + A + A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \frac{1}{4-3}\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = 6I$

$BA = (6I)A = 6A = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 18 & 24 \end{bmatrix}$ 故選 (5)

5. $\left|x - \overset{\overset{10.\cdots}{\approx}}{\sqrt{101}}\right| < 5 \Rightarrow 5.\cdots < x < 15.\cdots$

$\left|x - \underset{\underset{6.\cdots}{\approx}}{\sqrt{38}}\right| > 3 \Rightarrow x < 3.\cdots$ 或 $x > 9.\cdots$

因為 $x$ 為整數 $\Rightarrow x = 10, 11, 12, 13, 14, 15$ 共6個，故選 (3)

6. $\log a^2 + \log b = \log(a^2 b) > 1 = \log 10 \Rightarrow a^2 b > 10$

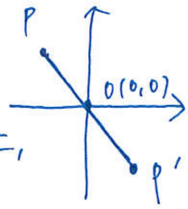
$\Rightarrow (a,b)$ 可能值為 $(2, 3\sim 6)$ $\Rightarrow n(A) = 4 + 5 + 3\times 6 = 27$

$(3, 2\sim 6)$

$(4\sim 6, 1\sim 6)$

又 $n(S) = 6^2 = 36$， $P(A) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$，故選(4).

7. $\because y = -\sqrt{3}x^3$ 是奇函數 $\therefore (0,0)$ 是對稱中心.（點對稱）




$P(\cos\theta, \sin\theta)$ 在圖形上，則 $P'(-\cos\theta, -\sin\theta)$ 也在圖形上，

且 $\overline{OP'} = \overline{OP} = 1$，即 $Q = P'(-\cos\theta, -\sin\theta)$

(1) $(\cos(-\theta), \sin(-\theta)) = (\cos\theta, -\sin\theta)$ (2) $(-\cos\theta, \sin\theta)$

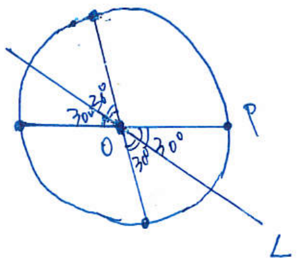
(3) $(\cos(-\theta), -\sin\theta) = (\cos\theta, -\sin\theta)$ (4) $(-\cos\theta, \sin(-\theta)) = (-\cos\theta, -\sin\theta)$

(5) $(\cos\theta, -\sin\theta)$ 故選(4).

8. 討論
1, 3, 1 ⇒ 全奇數 ⇒ 100元
1, 3, 2 ⇒ 等差 ⇒ 100元
1, 3, 3 ⇒ 全奇數 ⇒ 100元
1, 3, 4 ⇒ 無 ⇒ 0元
1, 3, 5 ⇒ 全奇且等差 ⇒ 200元
1, 3, 6 ⇒ 無 ⇒ 0元

故選 (1)(2).

9.




設直線 L 過圓心，有4個點可使得 OP 與 L 夾角為30°.
(P)

故 $\angle POQ = 120°$ 或 $180°$.（如右圖）

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ} = |\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OQ}|\cdot\cos\angle POQ$

$= 2\times 2\times\cos 120°$ 或 $2\times 2\times\cos 180°$

$= -2$ 或 $-4$，故選(4)(5)

10. $3x^4 + 11x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (3x^2-1)(x^2+4) = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3}$ 或 $-1$

$\therefore x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\pm i$

(1) 與 y 軸 (x=0) 的交點 $\begin{cases} y=3x^4+11x^2-4 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow (0,-4)$ (○)

(2)
(3) $f(x)=0$ 的實根為 $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$，僅 2 實根，均為無理根.
(4)
(5) $0<\frac{\sqrt{3}}{3}<1$ ， $-1<-\frac{\sqrt{3}}{3}<0$

故選 (1)(4).

11. $\log a=1.1$，得 $a=10^{1.1}$。$\log b=2.2$，得 $b=10^{2.2}$。$\log c=3.3$，得 $c=10^{3.3}$。

(1) $a+c=10^{1.1}+\underbrace{10^{3.3}}_{>1000}\neq\underbrace{2\times10^{2.2}}_{<1000}=2b$ (×)

(2) $a=10^{1.1}>10^{1}=10$ (×)

(3) $c=10^{3.3}=10^{0.3}\times10^{3}<10^{\log 2}\times10^{3}=2\times10^{3}$ (○)

(4) $b=\underbrace{10^{2.2}}_{>100}\neq\underbrace{2\times10^{1.1}}_{<100}=2a$ (×)

(5) $\begin{cases} \frac{b}{a}=10^{1.1} \\ \frac{c}{b}=10^{1.1} \end{cases}$ $\frac{後}{前}$ = 定值，為等比數列 (○)  故選 (3)(5)

12. (1) 2013 年到 2018 年，男性農業就業人口均增加。(○)
(65歲以上)

(2) 2015 年到 2016 年，男性農業就業人口減少。(×)
(181.3) (176.4) (50~64歲)

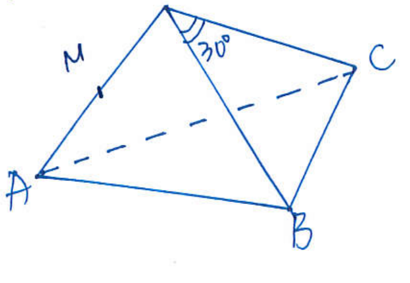
(3) 1000萬人 × 5% = 50萬人 = 500千人
總就業人口均超過 1000萬人，且男性農業就業人口均低於 500千人。(○)

(4) 2011 年中，50−64歲 共 164.2 (千人) ，(×)
49歲以下 共 67.6+85.4=153 (千人)

(5) 2018 年 比 2011 年，65歲以上 增加 10.3 (千人). (×)
(79.4) (69.1)

故選 (1)(3).

13.




△OAB 和 △OAC 均為正三角形，故
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{AC}=\overline{AB}$。
$\because \angle BOC=30^\circ$ $\therefore \angle OBC=\angle OCB=75^\circ$

109學測

(1) $\triangle OBC$ 中，大角對大邊 $\overline{BC} < \overline{OC}$ (×)
$(30^\circ)$ $(75^\circ)$

(2) $\because \overline{OB}=\overline{OC}$ $\therefore \triangle OBC$ 為等腰三角形 (O)

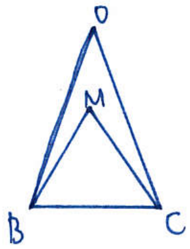
(3)
$\triangle OBC = \frac{1}{2}\times\overline{OB}\times\overline{OC}\times\sin30^\circ$
$\triangle OAB = \frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{OB}\times\sin60^\circ$
$\because \overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ 且 $\sin30^\circ<\sin60^\circ$
$\therefore \triangle OBC < \triangle OAB$ (×)

(4)
$\triangle CAB \cong \triangle COB$ $\therefore \angle CAB=30^\circ$ (O)

(5) 設 M 為 $\overline{OA}$ 之中點，$\because \triangle OAB$ 和 $\triangle OAC$ 均為正三角形 $\therefore \overline{BM}\perp\overline{OA}$ 且 $\overline{CM}\perp\overline{OA}$

故平面 OAB 和平面 OAC 之兩面角為 $\angle BMC$

考慮 $\triangle MBC$ 和 $\triangle OBC$ 均為等腰三角形且底邊均為 BC




又 $\overline{BM} < \overline{BO}$，$\therefore \angle BMC > \angle BOC = 30^\circ$ (×)
(高)

故選 (2)(4)

A. 成本 ⟶ 售價 ⟶ 調降一次 ⟶ 調降二次 ⟶ 調降三次
200元　200×5 = 1000元　200+400 = 600元　200+200 = 400元　200+100 = 300元

利潤 800元
利潤 400元
利潤 200元
利潤 100元

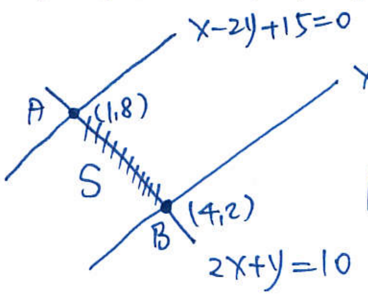
故調降三次後的售價為 300元.

B. 第一次　第二次　第三次

$1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ #

(黑白皆可)　(同色)　(同色)

C.




$A\begin{cases}2x+y=10\\x-2y+15=0\end{cases} \Rightarrow A(1,8)$

$B\begin{cases}2x+y=10\\x-2y=0\end{cases} \Rightarrow B(4,2)$

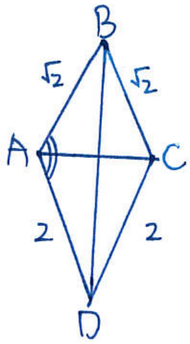
S 表示 AB 線段

[法一] 最大(小)值必發生在端點
$3x-y \xrightarrow{A(1,8)} -5 \longrightarrow$ 最小值.
$3x-y \xrightarrow{B(4,2)} 10$

[法二] $3x-y$ 越右邊越大，越左邊越小，故最小值發生在A點

$$3x-y \xrightarrow{A(1,8)} -5_{\#}$$

D.



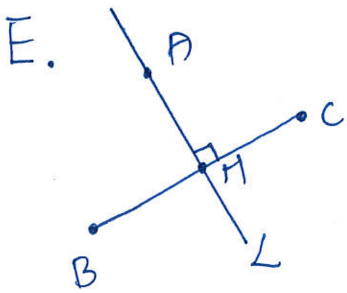
$\overline{BD}=\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2-2\times2\times\sqrt{2}\times\cos135^\circ}=\sqrt{10}$

箏形ABCD面積 $=2\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}$

$\Rightarrow 2\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times2\times\sin135^\circ=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\sqrt{10}$

$\Rightarrow \overline{AC}=\frac{4}{\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{10}}{5}_{\#}$

E.



L與 $\overleftrightarrow{BC}$ 之交點H 即為A在 $\overleftrightarrow{BC}$ 之投影點

$\overleftrightarrow{BC}$：① 點 $C(0,-4,1)$

② $\overrightarrow{BC}=(-2,2,-2)\parallel(1,-1,1)$

$\Rightarrow$ 直線BC參數式 $\begin{cases}x=t\\y=-4-t\\z=1+t\end{cases}$，$t\in R$

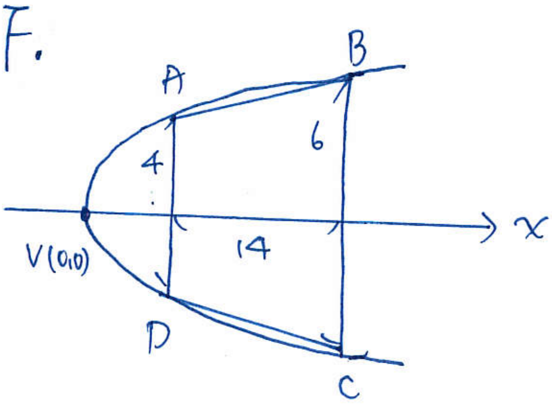
又H在 $\overleftrightarrow{BC}$ 上，設 $H(t,-4-t,1+t)$

$\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{BC}\Rightarrow(t-1,-t-11,t-1)\cdot(-2,2,-2)=0$

$\Rightarrow -2t+2-2t-22-2t+2=0\Rightarrow 6t=-18\Rightarrow t=-3$

故 $H(-3,-1,-2)_{\#}$

F.



設此拋物線頂點 $(0,0)$，焦點 $(c,0)$ $(c>0)$

以 $x$ 軸為對稱軸

$\Rightarrow$ 此拋物線方程式為 $y^2=4cx$

如右圖，設 $A(a,2)\Rightarrow B(a+14,3)$

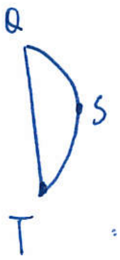
A代入拋：$4=4ca$ ⋯①

B代入拋：$9=4c(a+14)$ ⋯②

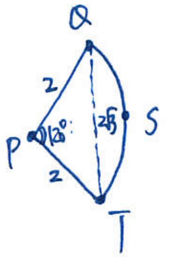
$\frac{①}{②}$：$\frac{4}{9}=\frac{a}{a+14}\Rightarrow 4a+56=9a\Rightarrow a=\frac{56}{5}$ ⋯③

③代入① $\Rightarrow a=\frac{1}{c}=\frac{5}{56}_{\#}$

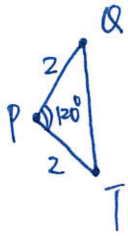
9.




$=$




$-$

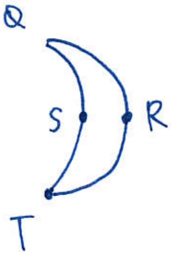



$$= \pi\cdot 2^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2}\times 2\times 2\times \sin 120^\circ$$

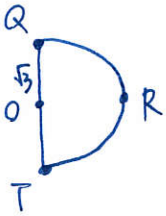
$$= \frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$$

$\angle QPT = 120^\circ$

(說明: $\cos\angle QPT = \frac{2^2+2^2-(2\sqrt{3})^2}{2\cdot 2\cdot 2} = \frac{-4}{8} = \frac{-1}{2}$)




$=$




$-$


$$= \pi\times(\sqrt{3})^2\times\frac{1}{2} - \left(\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}\right)$$

$$= \frac{3}{2}\pi - \frac{4}{3}\pi + \sqrt{3} = \underline{\frac{1}{6}\pi + \sqrt{3}}$$ #