1、 $C_2^n > 100$，$\frac{n(n-1)}{2} > 100$ （可想成 $n^2 \approx 200$，$n \approx 14$）

$n=14$ 代入：$\frac{14\times13}{2}=91$

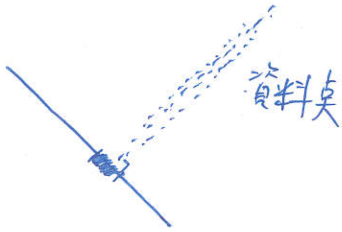
$n=15$ 代入：$\frac{15\times14}{2}=105$　　故 $n=15$

任選兩種（相異口味）（相同口味）

$C_2^{15} + C_1^{15} = 105+15=120$，選(4)

2、 $\frac{\log_b a}{\log_a b}=\frac{9}{4}$，$\frac{\frac{\log a}{\log b}}{\frac{\log b}{\log a}}=\frac{9}{4}$，$\left(\frac{\log a}{\log b}\right)^2=\frac{9}{4}$，$\frac{\log a}{\log b}=\frac{3}{2}$（$\because a,b>1$），$2\log a=3\log b$，$\log a^2=\log b^3$，$a^2=b^3$

選(1)



3. 資料越集中，變異數(σ^2)越小，

故投影在垂直方向時，資料最集中

這些資料大約落在斜率為2的直線，

故選投影在斜率為$-\frac{1}{2}$的直線上，資料最集中，選(5)

4. 等差 ⇒ 化為 a_1, d

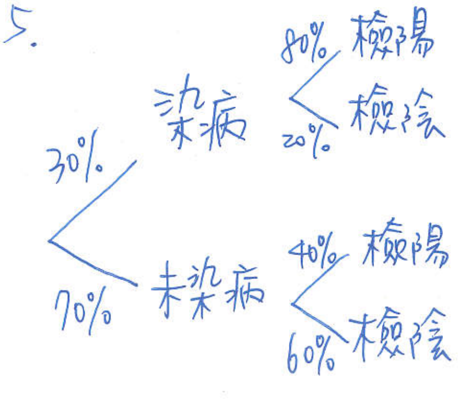
$\log a_1$，$\log(a_1+2d)$，$\log(a_1+5d)$ 成等差 ⇒ $2\log(a_1+2d)=\log a_1+\log(a_1+5d)$

$\Rightarrow \log(a_1+2d)^2=\log[a_1\cdot(a_1+5d)]$，$(a_1+2d)^2=a_1(a_1+5d)$，$a_1^2+4a_1d+4d^2=a_1^2+5a_1d$，

$\Rightarrow a_1d=4d^2$，$a_1=4d$ or $d=0$（不合）

公差為 $\log(a_1+2d)-\log a_1=\log 6d-\log 4d=\log\frac{6d}{4d}=\log\frac{3}{2}$，選(3)

5.



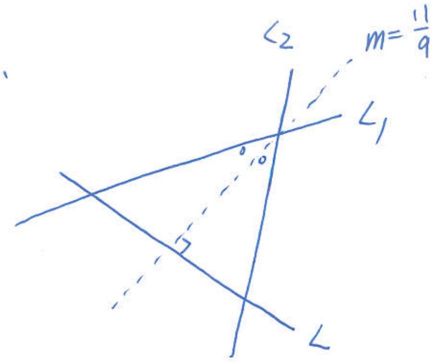
$P=\frac{30\%\times20\%}{30\%\times20\%+70\%\times60\%}=\frac{6}{6+42}=\frac{1}{8}$

$P'=\frac{30\%\times20\%\times20\%\times20\%}{30\%\times20\%\times20\%\times20\%+70\%\times60\%\times60\%\times60\%}=\frac{24}{24+1512}$

$=\frac{24}{1536}=\frac{1}{63}$

$\frac{P}{P'}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{63}}=\frac{63}{8}\approx 8$，選(2)

6.



∵ L 垂直角平分線

∴ L 的斜率為 $\frac{-9}{11}$，又過點 $(2,\frac{1}{3})$

∴ $y-\frac{1}{3}=\frac{-9}{11}(x-2)$，$33y-11=-27x+54$

$\Rightarrow 27x+33y=65$，選 (5)

7.

$|5n-21|\geq 7|n|\,(\geq 0) \xRightarrow{\text{平方}} (5n-21)^2\geq 49n^2 \cdots (*) \Rightarrow 25n^2-210n+441\geq 49n^2$，

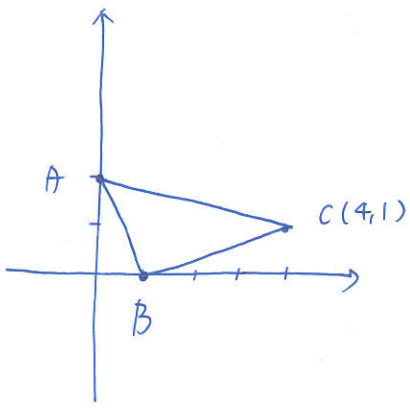
$24n^2+210n-441\leq 0$，$8n^2+70n-147\leq 0$，$(2n+21)(4n-7)\leq 0$，$\frac{-21}{2}\leq n\leq \frac{7}{4} \cdots (**)$

(1) $|-2n|=|2n|\leq 21$ (x)　(2) 由題目知 $\frac{7|n|}{|5n-21|}\leq 1$，$\left|\frac{7n}{5n-21}\right|\leq 1$，$-1\leq \frac{7n}{5n-21}\leq 1$ (o)

(3) $7n\leq 5n-21$，$2n\leq -21$，$n\leq \frac{-21}{2}$，與 $(**)$ 不合 (x)　(4) 由 $(*)$ 知 (o)

(5) 由 $(**)$ 知，恰有 12 個整數解 (x)　，選 (2)(4)

8.



(1) $a=\overline{BC}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，$b=\overline{AC}=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$

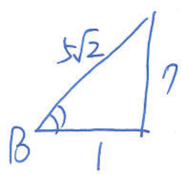
$c=\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，　$b>a>c$ (o)

(2) $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$　∵ $a>c$　∴ $\sin A>\sin C$ (x)

(3) $(\sqrt{17})^2>(\sqrt{10})^2+(\sqrt{5})^2$　∴ $\angle B$ 是鈍角 (x)

(4) $\cos B=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|}=\frac{(-1,2)\cdot(3,1)}{\sqrt{5}\,\sqrt{10}}=\frac{-1}{5\sqrt{2}}$

∴ $\sin B=\frac{7}{5\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{10}$ (o)

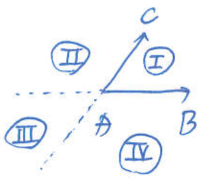


(5) $\frac{b}{\sin B}=2R=\frac{\sqrt{17}}{\frac{7\sqrt{2}}{10}}=\frac{10\sqrt{17}}{7\sqrt{2}}\Rightarrow R=\frac{5\sqrt{17}}{7\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{425}}{\sqrt{98}}>\sqrt{4}=2$ (x)

選 (1)(4)

9.

(1) 若 $b<0.05$，$\overrightarrow{AR}=\overrightarrow{AB}+(b-0.05)\overrightarrow{AC}$，其中 $b-0.05<0$，



如下圖所示，R 落在區塊 Ⅳ

必不在 △ABC 內部 (×)

(2) $|\overrightarrow{AP}|^2=a^2|\overrightarrow{AB}|^2+2ab\,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+b^2|\overrightarrow{AC}|^2$，故無法確定 $|\overrightarrow{AP}|=|\overrightarrow{AQ}|$ (×)

$|\overrightarrow{AQ}|=b^2|\overrightarrow{AB}|^2+2ab\,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+a^2|\overrightarrow{AC}|^2$

(3)

$\triangle ABP$ 面積 $=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AB}\\\overrightarrow{AP}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AB}\\a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AC}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AB}\\b\overrightarrow{AC}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\cdot b\cdot\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AB}\\\overrightarrow{AC}\end{vmatrix}\right|$

$\triangle ACQ$ 面積 $=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AC}\\\overrightarrow{AQ}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AC}\\b\overrightarrow{AB}+a\overrightarrow{AC}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AC}\\b\overrightarrow{AB}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\cdot b\cdot\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AC}\\\overrightarrow{AB}\end{vmatrix}\right|$

故 $\triangle ABP=\triangle ACQ$ (O)

(4)

$\triangle BCP$ 面積 $=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{BC}\\\overrightarrow{BP}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\\\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AB}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\\(a-1)\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AC}\end{vmatrix}\right|\times(a-1)=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\\(a+b-1)\overrightarrow{AC}\end{vmatrix}\right|$

$\triangle BCQ$ 面積 $=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{BC}\\\overrightarrow{BQ}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\\\overrightarrow{AQ}-\overrightarrow{AB}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\\(b-1)\overrightarrow{AB}+a\overrightarrow{AC}\end{vmatrix}\right|\times(b-1)=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\\(a+b-1)\overrightarrow{AC}\end{vmatrix}\right|$

故 $\triangle BCP=\triangle BCQ$ (O)

(5)

$\triangle ABR$ 面積 $=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AB}\\\overrightarrow{AR}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AB}\\a\overrightarrow{AB}+(b-0.05)\overrightarrow{AC}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AB}\\(b-0.05)\overrightarrow{AC}\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\times|b-0.05|\times\left|\begin{vmatrix}\overrightarrow{AB}\\\overrightarrow{AC}\end{vmatrix}\right|$

∵ 無法比較 b 和 $|b-0.05|$ 之大小，故無法判斷 (×)　　選(3)(4)

10. (1) $g(x)=f(-x)-3=a(-x)^3+b(-x)^2+c(-x)+3-3=-ax^3+bx^2-cx$

∵ $g(0)=0$ 且 $(1,0)$ 為對稱中心，∴ $(2,0)$ 在 $y=g(x)$ 上

$(0,0)$ 在 $y=g(x)$ 上

$y=g(x)$ 過 $(0,0)$, $(1,0)$, $(2,0)$，故 $g(x)=0$ 有三相異整數解 $x=0,1,2$ (O)

(2) $g(x)=-a(x-0)(x-1)(x-2)=-ax^3+3ax^2-2ax$，得 $b=3a$, $c=2a$

$g(-1)=-a(-1)+3a(-1)^2-2a(-1)=6a<0$，故 $a<0$ (O)

(3) $f(x)=ax^3+3ax^2+2ax+3$，對稱中心 (h,k)，其中 $h=\frac{-3a}{3a}=-1$，中心 $(-1,3)$ (×)

$k=f(-1)=-a+3a-2a=3$.

(4)
$f(100)=1030200a+3$，若 $a=-\frac{1}{10000000}$，則 $f(100)>0$ (×)

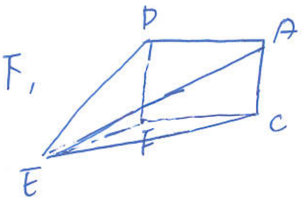
(5)
$$\begin{array}{cccc|c} a & 3a & 2a & 3 & -1 \\ & -a & -2a & & \\ \hline a & 2a & 0 & 3 & \\ & -a & -a & & \\ \hline a & a & -a & & \\ & -a & & & \\ \hline a & 0 & & & \end{array}$$

$\therefore f(x)=a(x+1)^3-a(x+1)+3$

在 $(-1,f(-1))$ 近似直線 $y=-a(x+1)+3$，

斜率為 $-a$ (×)

選(1)(2)

11.
(1) 沿ACE切下，，則 $E-ACFD$ 是(四角錐)五面體 (×)

(2) $\because \overline{BA}\perp\overline{AD}$(矩形)且 $\overline{CA}\perp\overline{AD}$(矩形)

$\therefore \angle BAC$ 為二面角(銳角)　又 $\tan\angle BAC=\frac{6}{5}>\tan 45^\circ=1$，$\therefore \angle BAC>45^\circ$ (○)

(3) $\tan\angle CEB=\frac{\overline{BC}}{\overline{EB}}=\frac{6}{\overline{EB}}$，$\tan\angle AEB=\frac{\overline{AB}}{\overline{EB}}=\frac{\sqrt{61}}{\overline{EB}}$

$\because \tan\angle CEB<\tan\angle AEB$　$\therefore \angle CEB<\angle AEB$ (○)

(4)
$\tan\angle AEC=\frac{5}{\overline{EC}}$，$\sin\angle CEB=\frac{6}{\overline{CE}}$　$\therefore \tan\angle AEC<\sin\angle CEB$ (○)

(5)
$\underbrace{\sin\angle AEC<\tan\angle AEC}_{\sin\theta<\tan\theta\ (\theta\in \text{I})}\underbrace{<\sin\angle CEB}_{\text{由(4)知}}$　$\therefore \angle AEC<\angle CEB$ (×)

選(2)(3)(4)

12. 設 $g(x)=a(x-h)^2+k$，其中 $a>0$，

$(g(x))^2=f(x)\cdot Q(x)+g(x)$.

$\because g(x)$ 為二次式且 $(g(x))^2$ 為四次式，可得 $f(x)$ 為三次或四次.

又 $y=f(x)$ 與 x 軸無交點　$\therefore f(x)$ 必為四次式，故 $Q(x)$ 為常數，設 r。

$(g(x))^2=f(x)\cdot r+g(x)\Rightarrow (g(x))^2-g(x)=r\cdot f(x)$，$[g(x)][g(x)-1]=r\cdot f(x)$.

$\because$ ㄱ. $f(x)=0$ 無解

$\therefore$ $g(x)\cdot[g(x)-1]=0$ 無解 $\Rightarrow$ $g(x)=0$ 和 $g(x)-1=0$ 無解

$\therefore$ $a(x-h)^2+k=0$ 無解 和 $a(x-h)^2+(k-1)=0$ 無解

$\therefore$ $k>0$ 且 $(k-1)>0$ $\Rightarrow$ $k>1$，選(1)(2)

13. 每一次「十連抽」金卡數期望值為 $9\times 2\%+1\times 10\%=0.28$

$23000=1500\times 15+500$，共可做 15 次「十連抽」

$\therefore$ 15 次「十連抽」金卡數期望值為 $15\times 0.28=4.2$

14.

$\because$ $\begin{cases} ax+5y+12z=4 \\ x+ay+\frac{8}{3}z=7 \\ 3x+8y+az=1 \end{cases}$ 與 $\begin{cases} x+2y+bz=7 \\ by+5z=-5 \\ bz=0 \end{cases}$ 有相同解（恰一組解）

$\therefore$ $b\neq 0 \Rightarrow z=0$，$\begin{cases} ax+5y=4 \cdots ① \\ x+ay=7 \cdots ② \\ 3x+8y=1 \cdots ③ \end{cases}$，$\begin{cases} x+2y=7 \cdots ④ \\ by=-5 \cdots ⑤ \end{cases}$

$\therefore$ $\begin{cases} x+2y=7 \\ 3x+8y=1 \end{cases}$，$2y=-20$，$y=-10$，$x=27$ 代入②：$27-10a=7$，$a=2$

代入⑤：$-10b=-5$，$b=\frac{1}{2}$

15. $\because$ $\triangle ADE\sim\triangle ABC$ 且 $\triangle ADE$面積 : $\triangle ABC$面積 $=9:16$，$\therefore$ $\overline{DE}:\overline{BC}=3:4$

得 $\overline{DE}=12$，

$\triangle BDE=\frac{1}{2}\cdot\overline{BE}\cdot 12\cdot\sin 30^\circ$

$\triangle BCE=\frac{1}{2}\cdot\overline{BE}\cdot 16\cdot\sin 30^\circ$

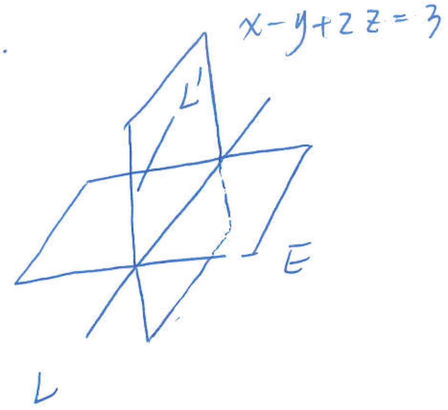
$\Rightarrow$ $\triangle BDE:\triangle BCE=12:16=3:4$

馬路寬 $h=16\cdot\sin 30^\circ=8$，四邊形 BCDE 面積 $=\frac{(12+16)\times 8}{2}=112$

四邊形 BCDE : 三角形 ABE $=7:12$

$\therefore$ $\triangle ABE$面積 $=\frac{12}{7}\times 112=192$

16.



$\because$ L' 在 E 的投影為 L（兩平面之交線）

$\because$ $E \perp (x-y+2z=3)$，即兩平面互相垂直

又 L 在平面 E 上

$\therefore$ 向量 $(1,-1,2)$ 在平面 E 上，設 E 之法向量 $\vec{n}$

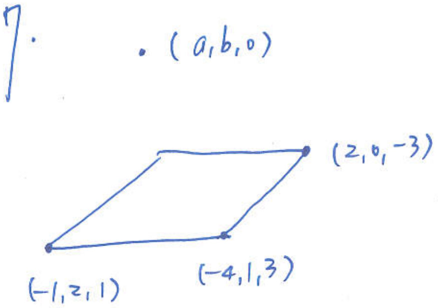
$\vec{L}=(2,1,-\frac{1}{2})$ 在平面 E 上

$\vec{n} \parallel (1,-1,2)\times(2,1,-\frac{1}{2})=(-\frac{3}{2},\frac{9}{2},3) \parallel (1,-3,-2)$

又直線 L 上點 $(2,-1,0)$ 在 E 上，

E 方程式：$x-3y-2z \overset{(2,-1,0)}{=\!=\!=} \underline{5}$ ※

17.



設 $A(-1,2,1)$，$B(-4,1,3)$，$C(2,0,-3)$，$D(a,b,0)$

平行六面體體積為 $= \left| \begin{vmatrix} \vec{AB} \\ \vec{AC} \\ \vec{AD} \end{vmatrix} \right| = \left| \begin{vmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -4 \\ a+1 & b-2 & -1 \end{vmatrix} \right|$

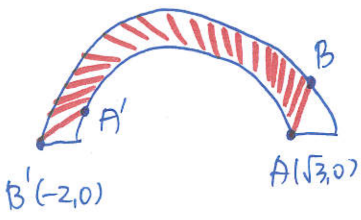
$=|(-6+6b-12+4a+4)-(-4a-4+12b-24+3)| = |8a-6b+11|$

又 $\overline{OD}=1$，$\sqrt{a^2+b^2+0^2}=1$，$a^2+b^2=1$

$(a^2+b^2)(8^2+6^2) \ge (8a+6b)^2$，$-10 \le 8a+6b \le 10$

$\therefore$ 體積 $|8a-6b+11| \le \underline{21}$ ※

18.



(1) 設 $B(x,y)$ 在 C_2 上，$x^2+y^2=4$ ⋯ ①

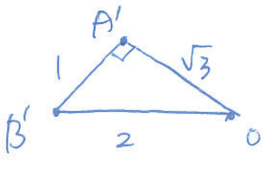
$\overline{AB}=1 \Rightarrow \sqrt{(x-\sqrt{3})^2+y^2}=1$，$x^2-2\sqrt{3}x+3+y^2=1$ ⋯ ②

① − ②：$2\sqrt{3}x=6$，$x=\sqrt{3}$，$y=\pm 1$（取正，$\because$ 在 x 軸上方），$\underline{選(4)}$ ※

(2) 設 $A'(x,y)$ 在 C_1 上，$x^2+y^2=3$ ⋯ ③

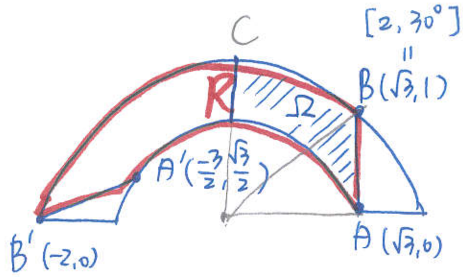
$\overline{A'B'}=1 \Rightarrow \sqrt{(x+2)^2+y^2}=1$，$x^2+4x+4+y^2=1$ ⋯ ④

③ − ④：$-4x=6$，$x=\frac{-3}{2}$，$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$（取正），$A'(\frac{-3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})=[\sqrt{3},150^\circ]$

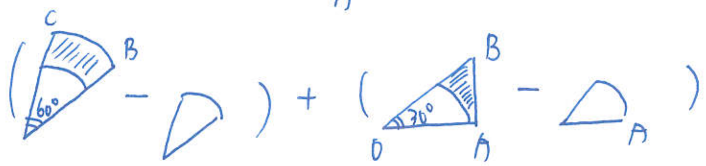


$\cos\angle OA'B'=\cos 90^\circ=\underline{0}$ ※

(3)

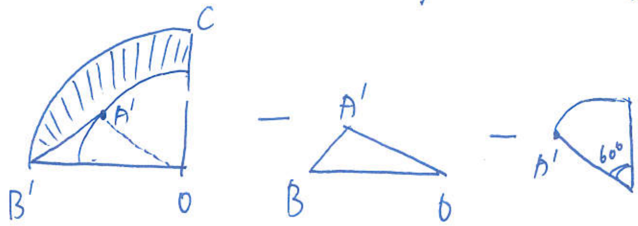


$\Omega =$  $+$ 

$=$ 

$= \left(\pi\cdot 2^2\times\frac{60°}{360°} - \pi\cdot\sqrt{3}^2\times\frac{60°}{360°}\right) + \left(\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 1 - \pi\cdot\sqrt{3}^2\times\frac{30°}{360°}\right)$

$= \left(\frac{2}{3}\pi - \frac{1}{2}\pi\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{12}\pi$

$R = \Omega +$ 

$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{12}\pi + \pi\cdot 2^2\times\frac{90°}{360°} - \frac{1}{2}\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2} - \pi\cdot\sqrt{3}^2\times\frac{60°}{360°}$

$= \frac{5}{12}\pi$