1. $2|x| < 10 - x \overset{平方}{\Rightarrow} 4x^2 < 100 - 20x + x^2$， $3x^2 + 20x - 100 < 0$

$(3x-10)(x+10) < 0$， $-10 < x < \frac{10}{3}$， 整數解為 $-9, -8, \cdots, 0, 1, 2, 3$，共 13 個

選 (1)

2. 藍－白－紅－白 共 $5+2+6+2 = 15$ 秒

$99 \div 15 \cdots 9$ ， 亦即第 9 到 11 秒， $\underbrace{5+2}_{7} + \underbrace{6}_{8\sim13}$ ，故皆為紅燈， 選 (3)

$101 \div 15 \cdots 11$

3. 3號不設立，可想成（剩下7大樓，任挑三棟設立，且不相鄰）＋（剩下7大樓，挑2.4設立，及另一不相鄰設立）

另一設立為 6、7，8

$= C^5_3 + 3 = 13$ ， 選 (2)

4. $Q = P + \overrightarrow{PQ} = \left(\log\frac{1}{2} + \log\frac{1}{5},\ 2^{-5} - 10^{-5}\right) = \left(-\log 2 - \log 5,\ (\frac{1}{2})^5 - (\frac{1}{10})^5\right)$

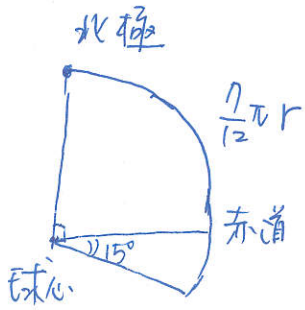
$= (-, +)$ ， 選 (2)

5. $A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I$

$A^7 = (A^2)^3 \cdot A = (2I)^3 \cdot A = 8A$

$A^7 - 3A = 8A - 3A = 5A = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 5 & -5 \end{bmatrix}$ ， $a+b+c+d = 10$ ， 選 (5)

6.



∵ 弧長 $\frac{7\pi}{12} r = r \cdot \theta$ ，得圓心角 $\theta = \frac{7\pi}{12} = 105°$

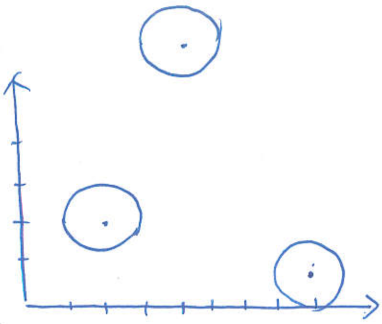
故甲地位於南緯 15° ， 選 (3)

7. $K = \dfrac{\overline{Q_1Q_4} \times \overline{Q_2Q_3}}{\overline{Q_1Q_3} \times \overline{Q_2Q_4}} = \dfrac{3 \times 1}{2 \times 2} = \dfrac{3}{4}$

選 (5)

(1) $K = \frac{7 \times 2}{3 \times 6} = \frac{7}{9}$ (2) $\frac{6 \times 2}{3 \times 5} = \frac{4}{5}$ (3) $K = \frac{8 \times 3}{3 \times 7} = \frac{8}{7}$ (4) $K = \frac{8 \times 2}{3 \times 7} = \frac{16}{21}$ (5) $K = \frac{9 \times 2}{8 \times 3} = \frac{3}{4}$

8.



(1) 斜率 $\frac{a}{1}=a$ (o)

(2) $a=\frac{3}{2}=\frac{6-0}{4-0}$ (o)

(3)

(4) 光束方程式為 $y=ax$, $ax-y=0$.

① 若通過(2,2)圓盤, $d(O,L)\le r$, $\frac{|2a-2|}{\sqrt{a^2+1^2}}\le 1$

$\Rightarrow |2a-2|\le\sqrt{a^2+1}$, $4a^2-8a+4\le a^2+1$, $3a^2-8a+3\le 0$,

$\Rightarrow \frac{8-\sqrt{28}}{6}\le a\le\frac{8+\sqrt{28}}{6}$, $\frac{4-\sqrt{7}}{3}\le a\le\frac{4+\sqrt{7}}{3}$ … ①

② 若通過(4,6)圓盤, $\frac{|4a-6|}{\sqrt{a^2+1^2}}\le 1$

$\Rightarrow |4a-6|\le\sqrt{a^2+1}$, $16a^2-48a+36\le a^2+1$, $15a^2-48a+35\le 0$

$\Rightarrow \frac{24-\sqrt{51}}{15}\le a\le\frac{24+\sqrt{51}}{15}$ … ②

③ 若通過(8,1)圓盤, $\frac{|8a-1|}{\sqrt{a^2+1}}\le 1$

$\Rightarrow |8a-1|\le\sqrt{a^2+1}$, $64a^2-16a+1\le a^2+1$, $63a^2-16a\le 0$

$\Rightarrow a(63a-16)\le 0$, $0\le a\le\frac{16}{63}$ … ③

由①.②.③知, 取 $a=\frac{4}{3}$ 時, 通過兩圓盤 (x)

(5) 由③知正確 (o)

選 (1)(2)(5)

9.

(1) $f(1)=2-3+1=0$, (o)

(2) 由(1)知 $f(x)$ 有因式 $(x-1)$, $f(x)=(x-1)(x^2+x-1)$

$f(x)=0$, $x=1$ 或 $\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$, 有3個交點 (x)

(3) $f(x)=2(x-0)^3-3(x-0)+1$, 故中心 $(0,1)$ (x)

(4) 在 $x=0$ 附近近似 $y=-3(x-0)+1=-3x+1$ (x)

(5) 標準式 $y=a(x-h)^3+p(x-h)+k$ 中, a,p 相同者, 可以平移得到

此題 a 分別為2, 3 不相同 (x)

選(1)

10.

(1) $0.8x+20\ge x$, $0.2x\le 20$, $x\le 100$，即 100分內調整分數均不低於原始分數 (○)

(2) 設原始平均分別為 μ_1, μ_2

$60=0.8\cdot\mu_1+20$, $\mu_1=\frac{40}{0.8}=50$

$60=0.75\mu_2+25$, $\mu_2=\frac{35}{0.75}=46\frac{2}{3}$

$\mu_1>\mu_2$ (○)

(3) 設原始標準差分別為 σ_1, σ_2

$16=0.8\cdot\sigma_1$, $\sigma_1=\frac{16}{0.8}=20$

$15=0.75\cdot\sigma_2$, $\sigma_2=\frac{15}{0.75}=20$

$\sigma_1=\sigma_2$ (×)

(4) $0.8x_1+20>0.75x_2+25 \Rightarrow 0.75(x_1-x_2)>5-0.05x_1\ge 5-0.05\times 100=0$

$\Rightarrow x_1-x_2\ge 0$, $x_1\ge x_2$ (○)

(5) 調整後不及格，僅表示原始成績小於50，無法判斷 50~60分人數 (×)

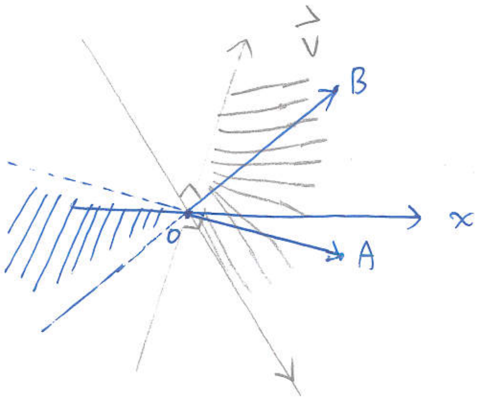
解

選(1)(2)(4)

11.

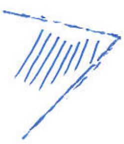
$\vec{v}\cdot\overrightarrow{OA}>0$ 表示 $\vec{v}$ 與 $\overrightarrow{OA}$ 夾角為銳角

$\vec{v}\cdot\overrightarrow{OB}>0$ 表示 $\vec{v}$ 與 $\overrightarrow{OB}$ 夾角為銳角



如圖  為 $\vec{v}$ 可能的位置.

故 $\vec{v}\cdot\vec{x}<0$，表示夾角必為鈍角

故必落在 $-\overrightarrow{OA}$、$-\overrightarrow{OB}$  所圍區間

選(2)(3)

12.

(1) 圖形向右平移2單位，故兩根落在 3,5 之間 (×)

(2) 圖形向左平移2單位，故兩根落在 −1,1 之間 (×)

(3) $x \longrightarrow x-7 \xrightarrow{x\to\frac{x}{2}} 2x-7$ (○)

(圖形向右移7)　(圖形水平方向縮小$\frac{1}{2}$倍)

2根落在 8,10 之間　2根落在 4,5 之間

(4) $x \longrightarrow \frac{x}{2} \xrightarrow{x \to x+7} \frac{x+7}{2}$ (×)

(水平放大2倍)　(向左移7)

2根落在2和6之間　2根落在 -5 和 -1 之間

(5) $x \longrightarrow x-11 \xrightarrow{x \to \frac{x}{\frac{1}{3}}} 3x-11$ (○)

(向右平移11)　(水平方向縮小 $\frac{1}{3}$ 倍)

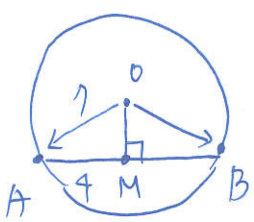
2根落在12和14之間　2根落在4和 $\frac{14}{3}$ 之間

選(3)(5)

13. $2\log y = 1$, $\log y^2 = 1$, $y^2 = 10$

$x^{-\frac{1}{3}} \cdot 10 = 1$, $x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{10}$, $x^{\frac{1}{3}} = 10$, $x = 10^3 = 1000$, $\frac{x-y^2}{10} = \frac{1000-10}{10} = \underline{99}$

14.

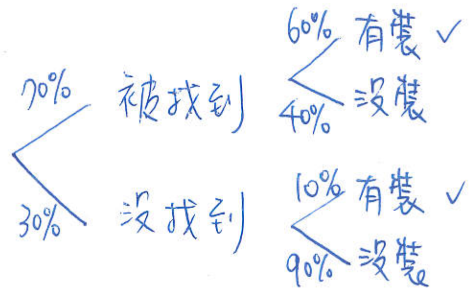


設 $\overline{AB}$ 之中點 M, ∵ $\overline{OA} = \overline{OB}$, ∴ $\overline{OM} \perp \overline{AB}$, $\overline{OM} = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{33}$

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MA}) \cdot (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB}) = |\overrightarrow{OM}|^2 + \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$

$= 33 + 0 + 0 + 4 \times 4 \times \cos 180^\circ = 33 - 16 = \underline{17}$

15.



$P(\text{被找到} \mid \text{有裝}) = \dfrac{70\% \times 60\%}{70\% \times 60\% + 30\% \times 10\%} = \dfrac{42}{45} = \dfrac{14}{15}$

16. 設藍球 x 個, 綠球 y 個

$\frac{1}{15} = \frac{C^x_2}{C^{10}_2} \Rightarrow C^x_2 = 3,\ x = 3$

$\frac{2}{9} = \frac{C^y_2}{C^{10}_2} \Rightarrow C^y_2 = 10,\ y = 5$

故黃球有2個.

所求 $= \dfrac{\overset{\text{藍綠}}{3 \times 5} + \overset{\text{綠黃}}{5 \times 2} + \overset{\text{黃藍}}{2 \times 3}}{C^{10}_2} = \underline{\dfrac{31}{45}}$

17.

— — — 師 — — —

全 −(一男一女相鄰)−(三男站同側)+(一男一女相鄰)且(三男站同側)

$= 6! - \underset{\uparrow\ \text{相鄰僅4種}}{C^4_1} \times \underset{\text{一男一女}}{2!} \times \underset{\text{其他}}{4!} - \underset{\uparrow\ \text{挑1側站男}}{C^2_1} \times \underset{\text{男}}{3!} \times \underset{\text{女}}{3!} + 0 = 720 - 192 - 72 = \underline{456}$ ※

18. $18^\circ \times \dfrac{\pi}{180^\circ} = \dfrac{\pi}{10}$ ，選(4) ※

19. $\sin\theta_1 = \dfrac{2.3}{48}$ ，$\sin\theta_2 = \dfrac{2.3}{19}$ ，$\sin\theta_3 = \dfrac{4}{57} = \dfrac{1.33\cdots}{19}$

$\therefore \sin\theta_2 > \sin\theta_3 > \sin\theta_1$ ，又 $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$，$\sin\theta$ 為嚴格遞增 $\therefore \underline{\theta_2 > \theta_3 > \theta_1}$

20. $\sin\alpha = \dfrac{5}{25} = \dfrac{50}{250}$ ，故塔高250公尺，偏移分別為50公尺和70公尺.

$\sin\beta = \dfrac{7}{25} = \dfrac{70}{250}$

塔頂到地面距分別為 $\sqrt{250^2 - 50^2}$、$\sqrt{250^2 - 70^2}$

相差 $50\sqrt{5^2 - 1^2} - 10\sqrt{25^2 - 7^2} = \underline{100\sqrt{6} - 240}$ ※