一、

1. $\sqrt{7+\sqrt{47}} \doteqdot \sqrt{7+6.\cdots} = \sqrt{13.\cdots} \doteqdot 3.\cdots$

$\therefore \quad 3 < a < 4$ (4) #

2. 若直線與平面垂直，則 $\vec{u} \perp \vec{n}$，也就是 $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$

直線 $\Downarrow$ 方向向量($\vec{u}$)　平面 $\Downarrow$ 法向量($\vec{n}$)

(1) $(2,-1,1)\cdot(3,-1,2) = 9$

(2) $(1,1,-1)\cdot(3,-1,2) = 0$

(3) $(3,-1,2)\cdot(3,-1,2) = 14$

(4) $(3,2,1)\cdot(3,-1,2) = 9$

(5) $(1,-2,1)\cdot(3,-1,2) = 7$

(2) #

3. 丟2次出現一正一反的機率為 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2 = \frac{1}{2}$

$\therefore$ 至少出現一次一正一反的機率

$= 1 -$ 都不出現一正一反的機率 $= 1 - \left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]^2 = \frac{3}{4}$ (4) #

4. $\underset{\text{任取3點}}{C^6_3} - \underset{\substack{\text{取到共線的三點} \\ (A,B,C \text{ or } D,E,F)}}{C^3_3 \times 2} = 20-2 = 18$

(4) #

5. 觀察數字可得：

甲 = 乙 + 10，甲 × 0.8 = 丙

$\Rightarrow S_1 = S_2,\quad 0.8\,S_1 = S_3 \Rightarrow S_1 = S_2 > S_3$ (5) #

6. 注意題目需增加
$\log 2.4 = 0.3802$　$\log 2.7 = 0.4313$
$\log 2.5 = 0.3979$　$\log 2.8 = 0.4472$
$\log 2.6 = 0.4150$　$\log 2.9 = 0.4624$

0 7 . 8 . (?)

$$\log x = \log \frac{\sqrt[3]{88.3}}{\sqrt{2.56}} = \frac{1}{3}\log 88.3 - \frac{1}{2}\log 2.56$$

$$= \frac{1}{3}\times 1.946 - \frac{1}{2}\times 0.4082 \doteqdot 0.4446$$

$\therefore \log 2.7 < \log x < \log 2.8 \Rightarrow 2.7 < x < 2.8$

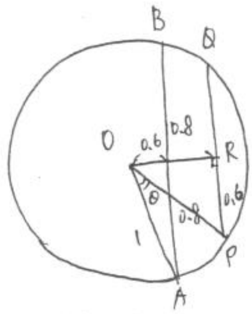
(2) #

7. 設 $\angle AOP = \theta$, $\angle AOR = \alpha$, $\angle POR = \beta \Rightarrow \theta = \alpha - \beta$

$$\sin\theta = \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

$$= \frac{4}{5}\times\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\times\frac{3}{5} = \frac{7}{25} = 0.28$$

$\Rightarrow 16^\circ < \theta < 17^\circ$



(4) #

※注意此題需增加 $\sin 13^\circ = 0.2250$

$\sin 14^\circ = 0.2419$

$\sin 15^\circ = 0.2588$

$\sin 16^\circ = 0.2756$

$\sin 17^\circ = 0.2924$

$\sin 18^\circ = 0.3090$

8.

(1) a：開口，開口朝上 $\therefore a>0$

(2) b：與 y 軸交點之切線斜率，此切線斜率為正 $\therefore b>0$

(3) c：與 y 軸交點之 y 坐標，此坐標為負 $\therefore c<0$

(4) b^2-4ac：與 x 軸之交點個數，有2個交點 $\therefore b^2-4ac>0$

(5) $a-b+c = f(-1)$，即 $x=-1$ 之 y 坐標為負 $\therefore a-b+c<0$

(3)(5) #

9. (1) 正確（直線方向當法向量，又過一定點）

(2) 有無限多平面可滿足此性質

(3) 有無限多直線可滿足此性質

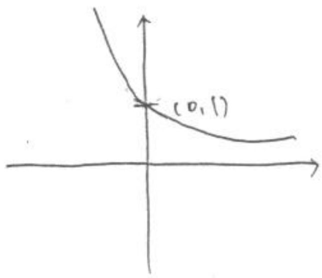
(4) 有無限多平面可滿足此性質

(5) 正確（平面法向量固定，且過一定點）

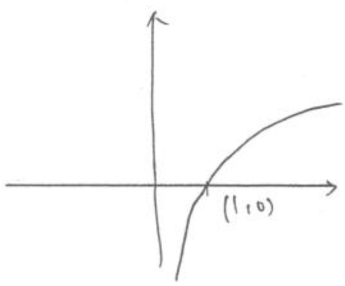
(1)(5) #

10.

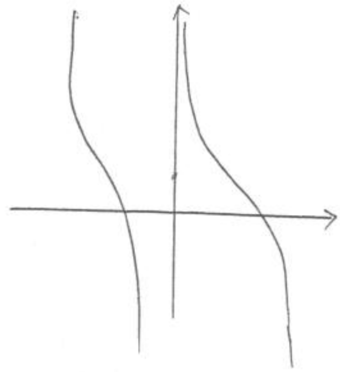
(1) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 圖形為



(2) $y=\log_2 x$ 圖形為



(3) $y=\cot x$ 圖形為



(4) $5x^2+4x-6y-3=0$

$\Rightarrow y=\frac{5}{6}x^2+\frac{4}{6}x-\frac{3}{6}$

圖形為向上的拋物線

(5) $x^2-y^2+4x-6y-10=0$

$\Rightarrow (x+2)^2-(y+3)^2=10+4-9$

$\Rightarrow \frac{(x+2)^2}{5}-\frac{(y+3)^2}{5}=1$

圖形為左右型的双曲線

(3)(4)(5) #

二、

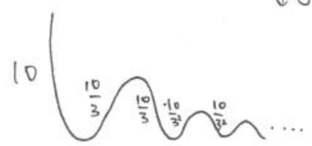
1.

$\begin{cases} y=4^x \\ y=2^{3x+2} \end{cases} \Rightarrow 4^x=2^{3x+2} \Rightarrow 2^{2x}=2^{3x+2} \Rightarrow 2x=3x+2 \Rightarrow x=-2$

此時 $y=4^{-2}=\frac{1}{16}$

-2 #

2.

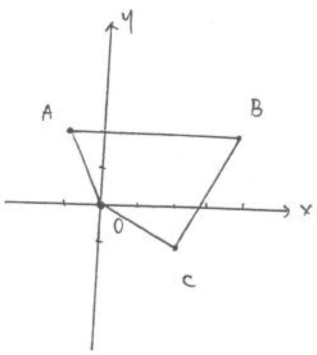


路徑 $\Rightarrow 10+2\left(\frac{10}{3}+\frac{10}{3^2}+\frac{10}{3^3}+\cdots\right)$

$=10+2\times\frac{\frac{10}{3}}{1-\frac{1}{3}}=20$

20 #

3.



$\overleftrightarrow{OC}$: $m_{OC}=\frac{-1}{2}$, $\overleftrightarrow{OC}$方程式 $y=\frac{-1}{2}x \Rightarrow x+2y=0$

過B平行 $\overleftrightarrow{OC}$ 方程式為 $x+2y=8$

$\overleftrightarrow{OA}$: $m_{OA}=-2$, $\overleftrightarrow{OA}$方程式 $y=-2x$

$\begin{cases} x+2y=8 \\ y=-2x \end{cases} \Rightarrow x=\frac{-8}{3}, y=\frac{16}{3}$

$D\left(\frac{-8}{3},\frac{16}{3}\right)$

$\left(\frac{-8}{3},\frac{16}{3}\right)$ #

4. 滿足 $\overline{PA}=\overline{PB} \Rightarrow P$ 在 $\overline{AB}$ 之中垂線上

AB 中點為 $(2,3)$ 且 $m_{AB}=1$

$\therefore$ AB 之中垂線方程式為 $y-3=-1(x-2) \Rightarrow x+y=5$

又 P 在 $x+2y=3$ 上，$\begin{cases} x+y=5 \\ x+2y=3 \end{cases} \Rightarrow y=-2,\ x=7$

$\underline{(7,-2)}$ #

5. 相切（若是圓錐曲線）$\Rightarrow$ 只有一個交點

$$\begin{cases} x^2+y^2+2x-3=0 \\ y=mx+3 \end{cases} \Rightarrow x^2+(mx+3)^2+2x-3=0$$

$$\Rightarrow x^2+m^2x^2+6mx+9+2x-3=0$$

$$\Rightarrow (1+m^2)x^2+(6m+2)x+6=0$$

$\because$ 只有一解 $\Rightarrow D=b^2-4ac=0 \Rightarrow (6m+2)^2-4\times(1+m^2)\times 6=0$

$$\Rightarrow (3m+1)^2-6(1+m^2)=0$$

$$\Rightarrow 9m^2+6m+1-6-6m^2=0$$

$$\Rightarrow 3m^2+6m-5=0$$

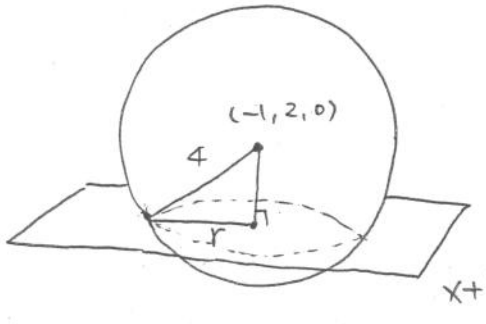
$$\Rightarrow m=\frac{-6\pm\sqrt{36+60}}{6}=-1\pm\frac{2\sqrt{6}}{3}$$

6. $x^2+y^2+z^2+2x-4y-11=0$

$\Rightarrow (x+1)^2+(y-2)^2+z^2=11+1+4=4^2$

先求 $(-1,2,0)$ 到平面 $x+3y+z=1$ 的距離

$$=\frac{|-1+6+0-1|}{\sqrt{1^2+3^2+1^2}}=\frac{4}{\sqrt{11}}$$



$\Rightarrow 16=\frac{16}{11}+r^2 \Rightarrow r^2=\frac{160}{11}$

圓面積 $=\pi r^2=\frac{160}{11}\pi$

7. $L: \begin{cases} x-y+z=1 \\ x+y-z=1 \end{cases}$ 兩面式先化參數式

方向向量

$$\begin{array}{cccccccc} & -1 & 1 & 1 & -1 & & \\ & 1 & -1 & 1 & 1 & & \\ \hline & & 0 & 2 & 2 & & \end{array}$$

$\therefore \vec{L} \parallel (0,1,1)$

點 設 $z=0 \Rightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ x+y=1 \end{cases} \Rightarrow x=1,\ y=0$

$(1,0,0)$

L 參數式 $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ $(1,2,3)$ 到直線 L 的距離為

$= \sqrt{(1-1)^2+(t-2)^2+(t-3)^2}$

$= \sqrt{t^2-4t+4+t^2-6t+9} = \sqrt{2t^2-10t+13}$

$= \sqrt{2(t-\frac{5}{2})^2+13-\frac{25}{2}} = \sqrt{2(t-\frac{5}{2})^2+\frac{1}{2}}$

$\therefore$ 最近點坐標 $t=\frac{5}{2}$

$\Rightarrow (1,\frac{5}{2},\frac{5}{2})$

$\underline{(1,\frac{5}{2},\frac{5}{2})}$ #

8、設三邊長為 x,y,z，不失一般性設 $x\geq y\geq z$

又 $x<y+z$ $\therefore x<10$ $\because x$ 為整數 $\Rightarrow x\leq 9$

$x+y+z=20$

$20=9+9+2=9+8+3=9+7+4=9+6+5$

$=8+8+4=8+7+5=8+6+6$ $\Rightarrow$ 共8種

$=7+7+6$

$\underline{8}$ #

9. 看到 $\sin\theta$、$\cos\theta$ 解方程 $\Rightarrow \sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

$\begin{cases} \sin^2\theta+\cos^2\theta=1 & —① \\ \sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{5} \Rightarrow \sin\theta=\frac{1}{5}-\cos\theta & —② \end{cases}$

② 代入 ① $\Rightarrow (\frac{1}{5}-\cos\theta)^2+\cos^2\theta=1 \Rightarrow \frac{1}{25}-\frac{2}{5}\cos\theta+2\cos^2\theta=1$

$\Rightarrow 2\cos^2\theta-\frac{2}{5}\cos\theta-\frac{24}{25}=0 \Rightarrow 50\cos^2\theta-10\cos\theta-24=0$

$\Rightarrow 25\cos^2\theta-5\cos\theta-12=0 \Rightarrow (5\cos\theta-4)(5\cos\theta+3)=0$

$\Rightarrow \cos\theta=\frac{4}{5}$ or $\frac{-3}{5}$ $\because \theta\in \text{IV} \Rightarrow \cos\theta=\frac{4}{5}$

$\underline{\frac{4}{5}}$ #

10、關於最高公因式、最低公倍式 $\Longrightarrow$ 一定是要用 最高公因式
最大公因數、最小公倍數 最大公因數.

83學測

設最高公因式 H.C.F，∵最低公倍式四次 ⇒ 最高公因式一次

$$\left.\begin{array}{l} H.C.F \mid x^2+px+6 \\ H.C.F \mid x^3+px+6 \end{array}\right. \Rightarrow H.C.F \mid (x^3+px+6)-(x^2+px+6) = x^3-x^2$$

$$\Rightarrow H.C.F \mid x^2(x-1)$$

$$(\because x \nmid x^2+px+6 \Rightarrow x \nmid H.C.F)$$

$$\Rightarrow H.C.F \mid x-1$$

又 H.C.F 為一次式 ∴ H.C.F $= x-1$

$\because x-1 \mid x^2+px+6 \Rightarrow 1+p+6=0 \Rightarrow p=-7$

$\underline{-7}$ #