1. $A(2,2) \Rightarrow K=0$

$B(3,4) \Rightarrow K=-1$

$C(4,5) \Rightarrow K=-1$

$D(6,4) \Rightarrow K=2$

$E(7,1) \Rightarrow K=6$

E代入K值最大

(5) #

2. 化為最簡分數之分母為原分母之最小公倍數

2	4369	5911	1
	3084	4369	
5	1285	1542	1
	1285	1285	
	0	257	

最大公因數 $\rightarrow (4369, 5911) = 257$

最小公倍數 $\rightarrow [4369, 5911] = \dfrac{4369 \times \cancel{5911}^{\,23}}{\cancel{257}} = 100487$

(1) #

3. 第一層 第二層 第三層 第四層 第五層

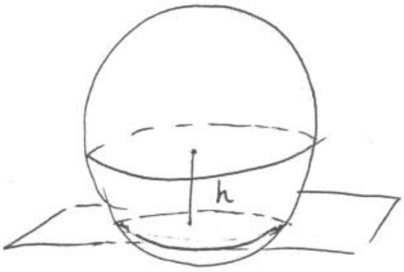
10×5 9×4 8×3 7×2 6×1 ⇒ 不能再疊

$\Rightarrow 50+36+24+14+6 = 130$

(3) #

4. 不難發現球心與平面距離越近

⇒ 平面與球交之圓面積越大



球: $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2 = 25 = 5^2$

∴ 球心: $(1,-2,-1)$

(1) $h = \dfrac{|1-2-1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

(2) $h = \dfrac{|-1+1|}{\sqrt{1^2}} = 0$

(3) $\dfrac{|-2-1|}{\sqrt{1^2}} = 3$

(4) $\dfrac{|1-2|}{\sqrt{1^2}} = 1$

(5) $\dfrac{|1-2(-2)|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{5}}$

(2)之h最小

即所截之圓面積最大

(2) #

5. AB − 0950

$\downarrow\ \downarrow\quad \downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow$

26個選擇 26個選擇 10個選擇 10個選擇 10個選擇 9個選擇

要扣一個「0000」

$\Rightarrow 26\times 26\times[10\times10\times10\times9-1]$

$= 26\times26\times(9000-1)$

(4) #

6. x變大,則y變小 ⇒ x,y為負相關

x+y = 20 or 21 相當接近 ⇒ x,y為高度相關

⇒ x,y為高度負相關

(5) #

7. ∵ $y = mx^2+10x+m+6$ 恆在 $y=2$ 的上方 ∴ $m>0$ —— ①

$\begin{cases} y=mx^2+10x+m+6 \\ y=2 \end{cases}$ 無解 $\Rightarrow mx^2+10x+m+6=2$ 無解

$\Rightarrow mx^2+10x+m+4=0$ 無解

$\Rightarrow 10^2-4\times m\times(m+4)<0$

$\Rightarrow 25-m^2-4m<0 \Rightarrow m^2+4m-25>0$

(考慮 $m^2+4m-25=0$

$\Rightarrow m=\dfrac{-4\pm\sqrt{16+100}}{2}=-2\pm\sqrt{29}$)

+ − + ; $-2-\sqrt{29}$, $-2+\sqrt{29}$

$\Rightarrow m>-2+\sqrt{29}$ or $m<-2-\sqrt{29}$ —— ②

①、② 取交集 $\Rightarrow m>-2+\sqrt{29}$

(2) #

8. 若 函數1 $x \longrightarrow -x$ 函數2 ⟺ 對稱y軸

$y\longrightarrow -y$ ⟺ 對稱x軸

(1) 函數1: $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{3x} \xrightarrow{\text{對稱y軸}} y=\left(\frac{1}{2}\right)^{-3x}=2^{3x}$,(即為函數2)

(2) 函數1: $y=2^{3x} \xrightarrow{\text{對稱y軸}} y=2^{-3x}$,(與函數2不同)

(3) 函數1: $y=x^2 \xrightarrow{\text{對稱y軸}} y=(-x)^2=x^2$,(與函數2不同)

(4) 函數1: $y=\log x \xrightarrow{\text{對稱y軸}} y=\log(-x)$,(即為函數2)

(5) 函數2: $y=\sin(x-\frac{\pi}{2}) \xrightarrow{\text{對稱y軸}} y=\sin(-x-\frac{\pi}{2})=\cos(\pi+x)=-\cos x$,(與函數1不同)

(1)(4)

9.

(1) $\cos 74^\circ - \cos 14^\circ = -2\sin 44^\circ \sin 30^\circ = -\sin 44^\circ \neq \cos 60^\circ$

(2) $-2\sin 44^\circ \sin 30^\circ \neq 2\sin 44^\circ \sin 30^\circ$

(3) $2\cos 30^\circ \cos 44^\circ = \sqrt{3}\cos 44^\circ \neq -\sin 44^\circ$

(4) $\cos 74^\circ = \sin 16^\circ$, $\cos 14^\circ = \sin 76^\circ$ $\Rightarrow \cos 74^\circ - \cos 14^\circ = \sin 16^\circ - \sin 76^\circ$

(5) $\sin 16^\circ = \sin 164^\circ$, $\cos 14^\circ = -\cos 166^\circ$ $\Rightarrow \cos 74^\circ - \cos 14^\circ = \sin 164^\circ + \cos 166^\circ$

(4)(5) #

10. 等軸雙曲線之兩漸近線必互相垂直,

設另一漸近線 $x+y=k$, ∵漸近線必過中心 $(1,1)$ $\Rightarrow k=2$

※漸近線假設法:已知兩漸近線 $L_1=0$, $L_2=0$, 可設漸近線方程式為 $L_1 \times L_2 = k$

$\Rightarrow$ 設此漸近線方程式為 $(x-y)(x+y-2)=k$.

又過點 $(3,0)$, ∴ $3\times 1 = k \Rightarrow k=3$

$(x-y)(x+y-2)=3 \Rightarrow x^2-y^2-2x+2y=3 \Rightarrow (x-1)^2-(y-1)^2=3$

$\Rightarrow \frac{(x-1)^2}{3} - \frac{(y-1)^2}{3} = 1$, $a=\sqrt{3}$, $b=\sqrt{3}$, $\Rightarrow c=\sqrt{6}$

頂點 $(1\pm\sqrt{3}, 1)$ 焦點 $(1\pm\sqrt{6}, 1)$ 貫軸 $y=1$

(1)(3) #

11.

(1) 由 $\triangle ACD$ 知 $\Rightarrow \overline{AM} \perp \overline{CD}$
由 $\triangle BCD$ 知 $\Rightarrow \overline{BM} \perp \overline{CD}$
$\Rightarrow \overline{CD} \perp$ 平面 ABM

(2) ∵ 平面 $ABM \perp \overline{CD}$

∴ 平面 ABM 上的 $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$

(3) $\cos AMB = \frac{1}{3} > \frac{1}{2} \Rightarrow \angle AMB > 60^\circ = \angle ADB$

(4) $\angle AMB$ 即為二面角 $> 60^\circ$

(5) $\overline{BM}$ 為正三角形的高, $\overline{BA}$ 為正三角形的邊 $\Rightarrow \overline{BM} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{BA}$

(1)(2)(3)(4) #

12、

即 $\begin{cases} x = y^2+3y-2 \\ y = x^2+kx+19 \\ x+y=3 \end{cases}$ 有 2 個共同交點

$\Rightarrow \begin{cases} x = y^2+3y-2 \\ x+y=3 \end{cases} \Rightarrow 3-y = y^2+3y-2 \Rightarrow y^2+4y-5=0$

$\Rightarrow y = 1 \text{ or } -5$. $\begin{cases} y=1 \Rightarrow x=2 \\ y=-5 \Rightarrow x=8 \end{cases}$

又 $(2,1)$ 在 $y=x^2+kx+19 \Rightarrow 1 = 4+2k+19 \Rightarrow k=-11$ $\underline{-11}$.

13. $P(x) = 1+2x+3x^2+4x^3+5x^4+6x^5+7x^6+8x^7+9x^8+10x^9+11x^{10}$

$Q(x) = 1+3x^2+5x^4+7x^6+9x^8+11x^{10}$.

x^9

$P(x)$	$10x^9$	$8x^7$	$6x^5$	$4x^3$	$2x$
$Q(x)$	1	$3x^2$	$5x^4$	$7x^6$	$9x^8$

$\Rightarrow x^9$ 係數 $= 10\times1+8\times3+6\times5+4\times7+2\times9$

$= 10+24+30+28+18 = 110$ $\underline{110}$ #

14.

即 林先生沒射中且陳小姐射中

$= \frac{3}{5}\times\frac{1}{2} = \frac{3}{10}$ $\underline{\frac{3}{10}}$ #

15. 看到未知數在指數位 $\Rightarrow$ 取 log.

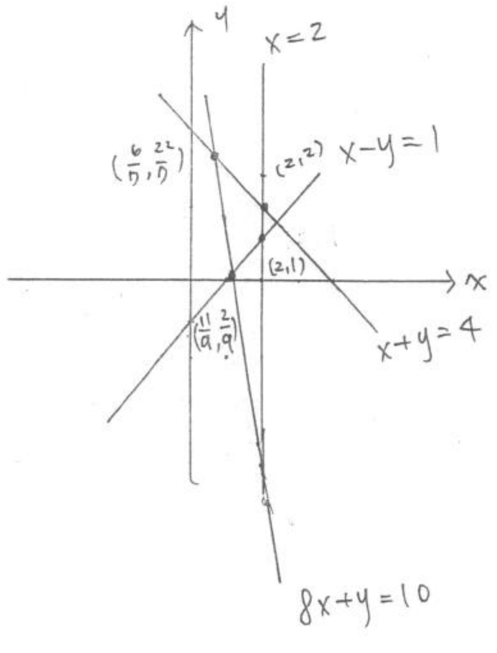
$\log 10^{n-1} > \log 9^n \Rightarrow n-1 > n\log 9 \Rightarrow n-1 > 0.9542n$

$\Rightarrow 0.0458n > 1 \Rightarrow n > 21.\cdots \Rightarrow n \geq 22$

$\underline{22}$ #

注意：應會給 $\log 3 = 0.4771$

16.



先將所圍四邊形畫出來並算出頂點坐標

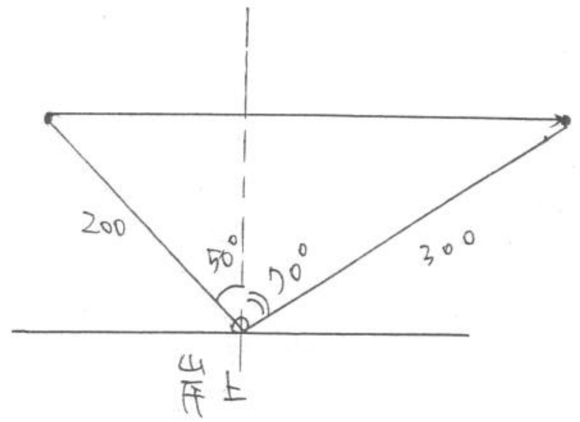
對角線長 $= \sqrt{\left(2-\frac{11}{9}\right)^2+\left(2-\frac{2}{9}\right)^2} = \frac{\sqrt{7^2+16^2}}{9} = \frac{\sqrt{3\ldots}}{9}$

or $= \sqrt{\left(2-\frac{6}{7}\right)^2+\left(1-\frac{22}{7}\right)^2} = \frac{\sqrt{8^2+15^2}}{7} = \frac{17}{7}$

$\frac{\sqrt{305}}{9} < 2 < \frac{17}{7}$ ⇒ 較短為 $\frac{\sqrt{305}}{9}$

$\frac{\sqrt{305}}{9}$

17.



$\sqrt{200^2+300^2-2\times200\times300\times\cos120^\circ}$

$= 100\sqrt{2^2+3^2-2\times2\times3\times\left(\frac{-1}{2}\right)}$

$= 100\sqrt{4+9+6} = 100\sqrt{19}$

$100\sqrt{19}$ #

18.

十年前　今年　十年後　二十年後

25　30

已知此數列為等比數列　$r = \frac{6}{5}$ ⇒ 十年後 $30\times\frac{6}{5}$

二十年後 $30\times\left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{216}{5}$

$= 43.2$

43.2萬 #

19. 令 $t = \sin x + \cos x$ (注意令 t 後,常常 t 都有範圍限制)

由疊合公式知 ⇒ $|\sin x + \cos x| \le \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$ ⇒ $|t| \le \sqrt{2}$

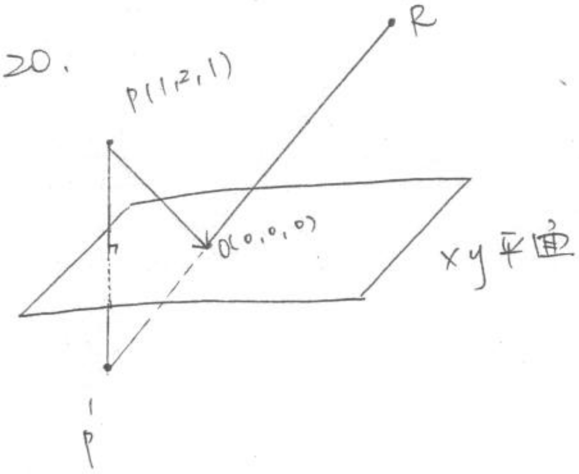
$f(x) = t^2+4t = (t+2)^2-4$

當 $t=-\sqrt{2}$ 時，$f(x)$ 有最小值 $(-\sqrt{2}+2)^2-4=2-4\sqrt{2}$

$\left(\text{or } (-\sqrt{2})^2+4(-\sqrt{2})=2-4\sqrt{2}\right)$

$\underline{2-4\sqrt{2}}$ #

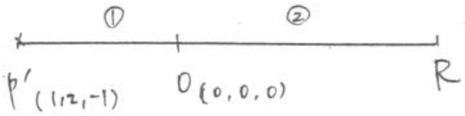
20.



先作 P 對 xy 平面之對稱點 P'

$\Rightarrow P'(1,2,-1)$

$\because 2\overline{PO}=\overline{RO}$ $\therefore \overline{P'O}:\overline{OR}=1:2$



由分點公式可得 $R(-2,-4,2)$

$\underline{(-2,-4,2)}$ #