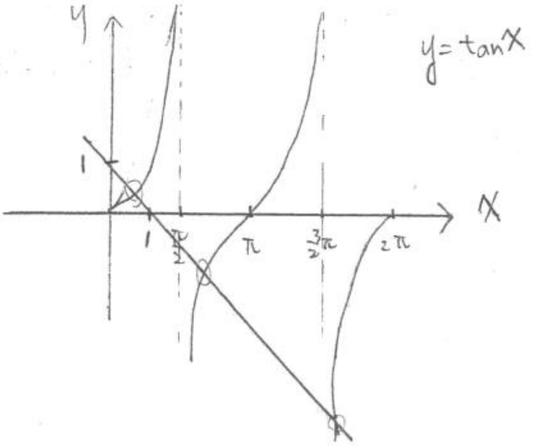
1.



3個交點

(4) #

2.

∵ $1-i$ 是一根，

∴ 把 $1-i$ 代入方程式 $\Rightarrow (1-i)^2 + a(1-i) + 3 - i = 0$

$\Rightarrow -2i + a(1-i) + 3 - i = 0$

$\Rightarrow (1-i)\cdot a = 3i - 3 \Rightarrow a = \dfrac{3i-3}{1-i} = \dfrac{(3i-3)(1+i)}{(1-i)(1+i)}$

$= \dfrac{3i-3-3-3i}{2} = -3$

(1) #

3.

$p = P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

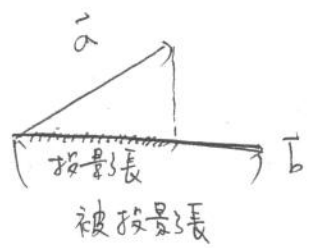
$0 \le P(A\cap B) \le \frac{1}{3} \Rightarrow p = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - P(A\cap B) = \frac{5}{6} - P(A\cap B)$

$\uparrow$ 沒有交集 $\quad \uparrow$ $B\subset A$

$\Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \le p \le \frac{5}{6} - 0 \Rightarrow \frac{1}{2} < p < \frac{5}{6}$

(4) #

4. 內積的幾何意義：投影長 × 被投影長



所有選項均有 $\overrightarrow{AB}$

(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}$

(2) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$

(3) $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}$

(4) $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AB}$

(5) $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AE}$

$\Rightarrow$ 被投影長均為 $|\overrightarrow{AB}|$

可以想成誰在 $\overrightarrow{AB}$ 的投影最長．

$\overrightarrow{AB}$
$\overrightarrow{AC}$
$\overrightarrow{AD}$
$\overrightarrow{AE}$
$\overrightarrow{AF}$

$\Rightarrow$ 很容易可以知道 $\overrightarrow{AC}$ 最大．

(2) #

5、
此題直接加即可

(1) 1026, 739, $\underbrace{729}$ ⇒ 平方數

(2) 739, 452, 442, 380, 371, 均無平方數.

(3) $\underline{729}$ ⇒ 平方數

(4) 667, 380, 370, 308, 299, 均無平方數

(5) 658, 371, $\underline{361}$ ⇒ 平方數

(1)(3)(5) ※

6. 設 $L_1: ax-4y=1$, $L_2: (a+1)x+3y=2$, $L_3: x-2y=3$

$m_{L_1}=\frac{a}{4}$ $\quad m_{L_2}=\frac{-(a+1)}{3}$ $\quad m_{L_3}=\frac{1}{2}$

① $L_1 \perp L_2 \Rightarrow \frac{a}{4}\times\frac{-(a+1)}{3}=-1 \Rightarrow -a^2-a=-12 \Rightarrow a=-4$ or 3

② $L_1 \perp L_3 \Rightarrow \frac{a}{4}\times\frac{1}{2}=-1 \Rightarrow a=-8$

③ $L_2 \perp L_3 \Rightarrow \frac{-(a+1)}{3}\times\frac{1}{2}=-1 \Rightarrow a=5$

小心有些題目有詐：若未說不共點，三線共點要檢查

(1)(2)(4)(5) ※

7. 比較大小：① 換同函數 ② 換同角

正弦：
正切：在第一象限遞增
正割：

餘弦：
餘切：在第一象限遞減
餘割：

(1) $\sin 50^\circ < \sin 40^\circ$ (X)

(2) $\tan 50^\circ < \tan 40^\circ$ (X)

(3) $\tan 50^\circ = \frac{\sin 50^\circ}{\cos 50^\circ}$, $\sec 50^\circ = \frac{1}{\cos 50^\circ}$ $\Rightarrow \because \sin 50^\circ < 1$ $\therefore \tan 50^\circ < \sec 50^\circ$ (O)

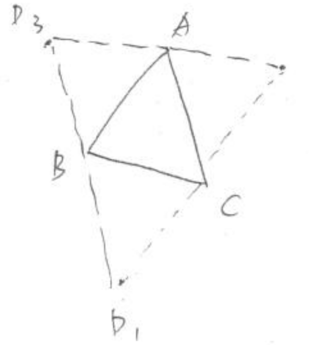
(4) $\sin 230^\circ = -\sin 50^\circ$
$\cos 230^\circ = -\sin 40^\circ$
$\Rightarrow \sin 50^\circ > \sin 40^\circ \Rightarrow -\sin 50^\circ < -\sin 40^\circ$ (O)

(5) $\tan 230^\circ = \tan 50^\circ$
$\cot 230^\circ = \cot 50^\circ = \tan 40^\circ$
$\Rightarrow \tan 50^\circ > \tan 40^\circ$ (X)

(3)(4) ※

87 學測

8.



利用平行四邊形對角線互相平分性質知

$\Rightarrow$ 中點 $= \dfrac{A+D_1}{2} = \dfrac{B+C}{2} \Rightarrow D_1 = B+C-A = (3,9,4)$

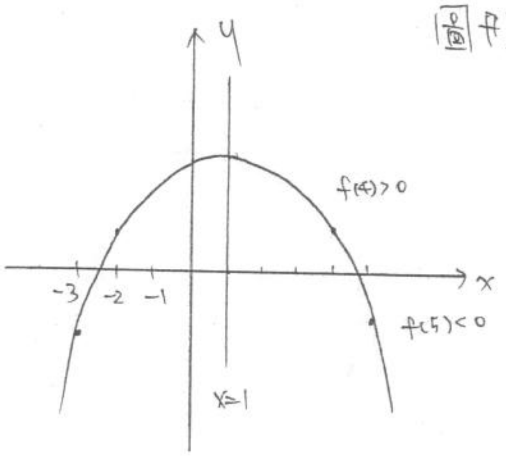
$D_2 = A+C-B = (1,3,4)$

$D_3 = A+B-C = (1,1,2)$

(2)(3)(5)#

9. $f(x) = a(x-1)^2 + b \Rightarrow$ 對稱軸 $x=1$ (平方內必為對稱軸)

圖形為拋物線



(1)(2)(3)#

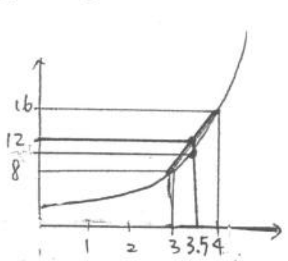
10. 設時間 x (月) 時面積為 y (m^2)

題目又說關係為指數 $\Rightarrow y = a^x$

$\because$ 通過 $(1,2) \Rightarrow 2 = a^1 \Rightarrow a = 2 \quad \therefore y = 2^x$

(2) $2^5 = 32 > 30$

(3)



從圖中可以發現3.5個月時面積還不到12.

$\therefore$ 1.5個月不夠從 4 m^2 到 12 m^2

(4) $2^{t_1} = 2, \quad 2^{t_2} = 3, \quad 2^{t_3} = 6$

$\Rightarrow 2^{t_1} \times 2^{t_2} = 6 = 2^{t_3} \Rightarrow t_1 + t_2 = t_3$ (o)

(5) 1到3月平均生長 $\dfrac{8-2}{3-1} = 3$ (m^2/月) (x)

2到4月平均生長 $\dfrac{16-4}{4-2} = 6$ (m^2/月)

(1)(2)(4)#

填充題.

A.

百位	個位	十位
1	3	0~9
2	0、4	0~9
3	1、5	0~9
4	2、6	0~9
5	3、7	0~9
6	4、8	0~9
7	5、9	0~9
8	6	0~9
9	7	0~9

150

150 #

B.

$$\left(\frac{a}{2^1}+\frac{a}{2^3}+\frac{a}{2^5}+\cdots\right)+\left(\frac{b}{2^2}+\frac{b}{2^4}+\frac{b}{2^6}+\cdots\right)=3$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{a}{2}}{1-\frac{1}{4}}+\frac{\frac{b}{4}}{1-\frac{1}{4}}=3 \Rightarrow \frac{a}{2}+\frac{b}{4}=3\times\frac{3}{4}=\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow 2a+b=9$$

9 #

C. 設甲 x 小時可完成 30000 個產品 甲 1 小時可完成 $\frac{30000}{x}$ 個產品

乙 y 〃 $\Rightarrow$ 乙 1 〃 $\frac{30000}{y}$

丙 z 〃 丙 1 〃 $\frac{30000}{z}$

$$\begin{cases} 10\left(\frac{30000}{x}+\frac{30000}{y}+\frac{30000}{z}\right)=30000 \\ 15\left(\frac{30000}{y}+\frac{30000}{z}\right)=30000 \\ 15\times\frac{30000}{x}+30\times\frac{30000}{z}=30000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{10} & —① \\ \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{15} & —② \\ \frac{1}{x}+\frac{2}{z}=\frac{1}{15} & —③ \end{cases}$$

$$①-② \Rightarrow \frac{1}{x}=\frac{5}{150}=\frac{1}{30} \Rightarrow x=30,\ 代入③ \Rightarrow \frac{2}{z}=\frac{1}{15}-\frac{1}{30} \Rightarrow z=60.$$

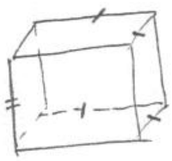
$$代入② \Rightarrow \frac{1}{y}=\frac{1}{15}-\frac{1}{60}=\frac{3}{60}=\frac{1}{20} \Rightarrow y=20.$$

20 #

D. 歪斜：不平行不相交。

考慮長方體任意一邊，與其歪斜者有4個邊。

(")　　　　(1)

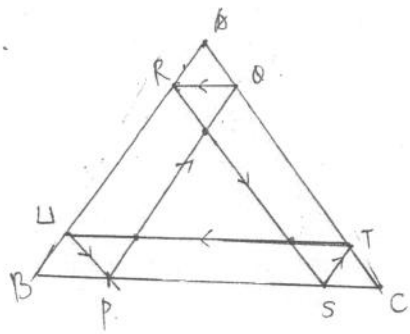


長方体共有 12 個邊。

∴ 共有 $\frac{12\times4}{2}$ 組歪斜　　24 #

A與B歪斜則B與A也歪斜

E.



∵ ABC 為正三角形　∴ 各反射路徑邊均平行

$\overline{TU}=\overline{BS}$，$\overline{RQ}=\overline{SC}$

$\overline{PQ}=\overline{UA}$，$\overline{ST}=\overline{BU}$

$\overline{RS}=\overline{QC}$，$\overline{PU}=\overline{QA}$

∴ 路徑長 $=\triangle ABC$ 之周長 $=8\times3=24$　　24 #

F.

$n=1\Rightarrow a_3=a_2+a_1$　∵ $\langle a_n\rangle$ 為等比

$n=2\Rightarrow a_4=a_3+a_2$　∴ 設公比 r ...

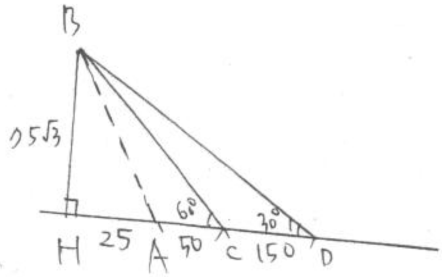
$\Rightarrow\begin{cases}r^2=r+1\\r^3=r^2+r\end{cases}$　$\Rightarrow r^2-r-1=0$

$\Rightarrow r=\frac{1\pm\sqrt{1+4}}{2}=\frac{1\pm\sqrt5}{2}$（取負）

又 $r^3=2-\sqrt5$

（∵ $r^3<0$　∴ $r<0$）　　$\frac{1-\sqrt5}{2}$ #

G. 三角形半要與直角排上關係



設 $\overline{BH}=h\Rightarrow\overline{HD}=\sqrt3h$　$(\triangle BHD)$

$\Rightarrow\overline{AH}=\sqrt3h-200$

$\frac{\overline{BH}}{\overline{HC}}=\frac{h}{\sqrt3h-150}=\frac{\sqrt3}{1}$　$(\triangle BHC)$

$\Rightarrow h=3h-150\sqrt3\Rightarrow h=75\sqrt3\Rightarrow\overline{AH}=25$

$\therefore\overline{AB}=\sqrt{(75\sqrt3)^2+(25)^2}=25\sqrt{(3\sqrt3)^2+1^2}$

$=25\sqrt{27+1}=50\sqrt7$　　$50\sqrt7$ #

87學測

H.
設 $f(x)$ 除以 (x^2+x+1) 餘 $ax+b$

$$\Rightarrow f(x) = (x^2+x+1)Q(x) + ax+b$$

$$\Rightarrow (x+1)f(x) = (x+1)\left[(x^2+x+1)Q(x)+ax+b\right]$$

$$\begin{array}{r|rrr} & a & & \\ \hline 1\ 1\ 1 & a & a+b & b \\ & a & a & a \\ \hline & & b & b-a \end{array}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow (x+1)f(x) &= (x^2+x+1)\left[(x+1)Q(x)\right] + (ax+b)(x+1) \\ &= (x^2+x+1)\left[(x+1)Q(x)\right] + ax^2+(a+b)x+b \\ &= (x^2+x+1)\left[(x+1)Q(x)\right] + a(x^2+x+1) + bx+(b-a) \\ &= (x^2+x+1)\left[(x+1)Q(x)+a\right] + bx+(b-a)\end{aligned}$$

也就是 $(x+1)f(x)$ 除以 (x^2+x+1) 餘 $bx+b-a$ $\Rightarrow \begin{cases} b=5 \\ b-a=3 \end{cases} \Rightarrow a=2,\ b=5$

$2x+5$ ※

I.
$\because$ P為 $\overline{FQ}$ 中垂線上的點 $\therefore \overline{PF} = \overline{PQ}$

$\because$ P在 $\overline{OQ}$ 上 $\therefore \overline{PQ} = 6-\overline{PO}$

$\therefore \overline{PF} = 6-\overline{PO} \Rightarrow \overline{PO} + \overline{PF} = 6$

$\because \overline{OF} = 4 < 6$ $\therefore \overline{PO} + \overline{PF} = 6$ 為橢圓

其中 O, F 為焦點，$2a=6$

$\therefore$ 中心 $(2,0)$，$2c=4 \Rightarrow b = \sqrt{3^2-2^2} = \sqrt{5}$

橢圓方程式 $\dfrac{(x-2)^2}{9} + \dfrac{y^2}{5} = 1.$

$\dfrac{(x-2)^2}{9} + \dfrac{y^2}{5} = 1$ ※

J.
70年的開銷 $= 7.6\times45+49\times5+36\times0.5+5.6\times4+4.7\times3+25\times0.8 = 661.5$

76年的開銷 $= 16\times45+97\times5+74\times0.5+15\times4+13\times3+54\times0.8 = 1385.2$

高出 $1385.2-661.5 = 723.7$，比例 $= \dfrac{723.7}{661.5} \fallingdotseq 1.094 = 109\%$

109% ※