

3個交點

(4) \*

2.  $\therefore 1-\bar{\lambda}$  是一根

$\therefore$  把  $1-\bar{\lambda}$  代入方程式  $\Rightarrow (1-\bar{\lambda})^2 + a(1-\bar{\lambda}) + 3-\bar{\lambda} = 0$

$\Rightarrow -2\bar{\lambda} + a(1-\bar{\lambda}) + 3-\bar{\lambda} = 0$

$\Rightarrow (1-\bar{\lambda}) \cdot a = 3\bar{\lambda} - 3 \Rightarrow a = \frac{3\bar{\lambda} - 3}{1-\bar{\lambda}} = \frac{(3\bar{\lambda} - 3)(1+\bar{\lambda})}{(1-\bar{\lambda})(1+\bar{\lambda})}$

$= \frac{3\bar{\lambda} - 3 - 3\bar{\lambda} - 3\bar{\lambda}^2}{2} = -3$

(1) \*

3.  $P = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0 \leq P(A \cap B) \leq \frac{1}{3} \Rightarrow P = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - P(A \cap B) = \frac{5}{6} - P(A \cap B)$

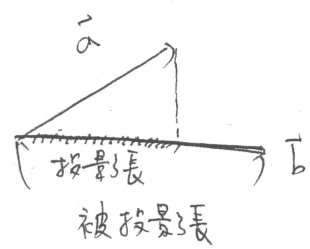
$\uparrow$  沒有交集       $\uparrow$  BCA

$\Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \leq P \leq \frac{5}{6} - 0 \Rightarrow \frac{1}{2} < P < \frac{5}{6}$

(4) \*

4. 內積的幾何意義：投影長  $\times$  被投影長

所有選項均有  $\vec{AB}$



- (1)  $\vec{AB} \cdot \vec{AB}$
- (2)  $\vec{BC} \cdot \vec{AB}$
- (3)  $\vec{AD} \cdot \vec{AB}$
- (4)  $\vec{AE} \cdot \vec{AB}$
- (5)  $\vec{AF} \cdot \vec{BE}$

$\Rightarrow$  被投影長均為  $|\vec{AB}|$

可以想成誰在  $\vec{AB}$  的投影最長

- $\vec{AB}$
- $\vec{AC}$
- $\vec{AD}$
- $\vec{AE}$
- $\vec{AF}$

$\Rightarrow$  很容易可以知道  $\vec{AC}$  最大

(2) \*

5. 此題直接加即可

- a) 1026, 139, 229  $\Rightarrow$  平方數
- b) 139, 452, 442, 380, 371, 均無平方數
- c) 229  $\Rightarrow$  平方數
- d) 667, 380, 370, 308, 299, 均無平方數
- e) 658, 371, 361  $\Rightarrow$  平方數

(1)(3)(5) \*

6. 設  $L_1: ax - 4y = 1$ ,  $L_2: (a+1)x + 3y = 2$ ,  $L_3: x - 2y = 3$

$$m_{L_1} = \frac{a}{4} \quad m_{L_2} = \frac{-(a+1)}{3} \quad m_{L_3} = \frac{1}{2}$$

- ①  $L_1 \perp L_2 \Rightarrow \frac{a}{4} \times \frac{-(a+1)}{3} = -1 \Rightarrow -a^2 - a = -12 \Rightarrow a = -4 \text{ or } 3$
- ②  $L_1 \perp L_3 \Rightarrow \frac{a}{4} \times \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow a = -8$
- ③  $L_2 \perp L_3 \Rightarrow \frac{-(a+1)}{3} \times \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow a = 5$

小心有些題目有詐: 若未說不共點, 三線共點要檢查

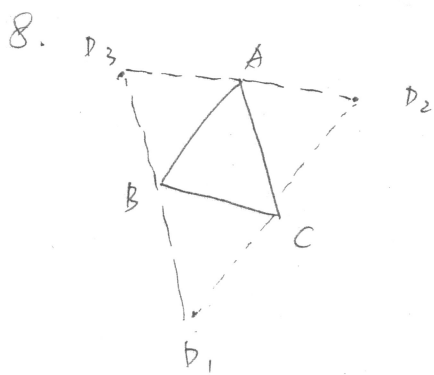
(1)(2)(4)(5) \*

7. 必比較大小: ①換同函數 ②換同角

正弦: 在第一象限遞增      餘弦: 在第一象限遞減  
 正切: 在第一象限遞增      餘切: 在第一象限遞減  
 正割:                              餘割:

- (1)  $\sin 50^\circ < \sin 40^\circ$  (x)
- (2)  $\tan 50^\circ < \tan 40^\circ$  (x)
- (3)  $\tan 50^\circ = \frac{\sin 50^\circ}{\cos 50^\circ}$ ,  $\sec 50^\circ = \frac{1}{\cos 50^\circ} \Rightarrow \because \sin 50^\circ < 1$  (o)  
 $\therefore \tan 50^\circ < \sec 50^\circ$
- (4)  $\sin 230^\circ = -\sin 50^\circ \Rightarrow \sin 50^\circ > \sin 40^\circ \Rightarrow -\sin 50^\circ < -\sin 40^\circ$  (o)  
 $\cos 230^\circ = -\cos 40^\circ$
- (5)  $\tan 230^\circ = \tan 50^\circ \Rightarrow \tan 50^\circ > \tan 40^\circ$  (x)  
 $\cot 230^\circ = \cot 50^\circ = \tan 40^\circ$

(3)(4) \*



利用平行四邊形的對角線互相平分性質知

$$\Rightarrow \text{中點} = \frac{A+D_1}{2} = \frac{B+C}{2} \Rightarrow D_1 = B+C-A = (3, 9, 4)$$

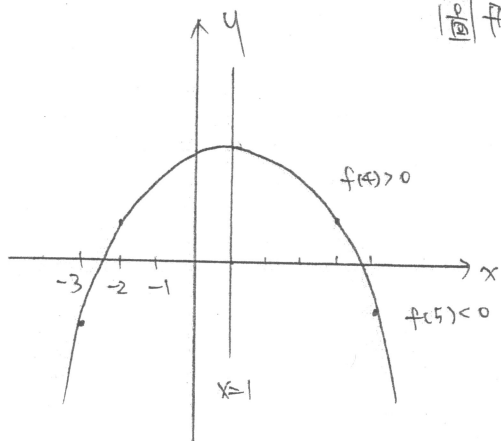
$$D_2 = A+C-B = (1, 3, 4)$$

$$D_3 = A+B-C = (1, 1, 2)$$

(2)(3)(5) #

9.  $f(x) = a(x-1)^2 + b \Rightarrow$  對稱軸  $x=1$  (平方內必為對稱軸)

圖形為拋物線



(1)(2)(3) #

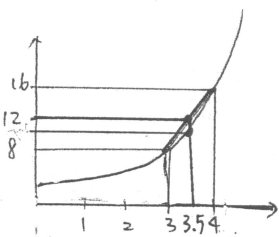
10. 設時間  $x$  (月) 時面積為  $y$  ( $m^2$ )

題目又說關係為指數  $\Rightarrow y = a^x$

$\because$  通過  $(1, 2) \Rightarrow 2 = a^1 \Rightarrow a = 2 \therefore y = 2^x$

(2)  $2^5 = 32 > 30$

(3)



從圖中可以發現 3.5 個月時面積還不到 12.

$\therefore$  1.5 個月不夠從  $4 m^2$  到  $12 m^2$

(4)  $2^{t_1} = 2, 2^{t_2} = 3, 2^{t_3} = 6$

$\Rightarrow 2^{t_1} \times 2^{t_2} = 6 = 2^{t_3} \Rightarrow t_1 + t_2 = t_3$  (0)

(5) 1 到 3 月平均生長  $\frac{8-2}{3-1} = 3$  ( $m^2/A$ ) (x)

2 到 4 月平均生長  $\frac{16-4}{4-2} = 6$  ( $m^2/A$ )

(1)(2)(4) #

A.

百位	個位	+位
1	3	0~9
2	0.4	0~9
3	1.5	0~9
4	2.6	0~9
5	3.7	0~9
6	4.8	0~9
7	5.9	0~9
8	6	0~9
9	7	0~9

150

150 #

B. 
$$\left(\frac{a}{2^1} + \frac{a}{2^3} + \frac{a}{2^5} + \dots\right) + \left(\frac{b}{2^2} + \frac{b}{2^4} + \frac{b}{2^6} + \dots\right) = 3$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{a}{2}}{1 - \frac{1}{4}} + \frac{\frac{b}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = 3 \Rightarrow \frac{a}{2} + \frac{b}{4} = 3 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow 2a + b = 9$$

9 #

C. 設甲 x 小時可完成 30000 個產品

甲 1 小時可完成  $\frac{30000}{x}$  個產品

乙 y

$\Rightarrow$  乙 1

$\frac{30000}{y}$

丙 z

丙 1

$\frac{30000}{z}$

$$\left\{ \begin{aligned} 10 \left( \frac{30000}{x} + \frac{30000}{y} + \frac{30000}{z} \right) &= 30000 \\ 15 \left( \frac{30000}{y} + \frac{30000}{z} \right) &= 30000 \\ 15 \times \frac{30000}{x} + 30 \times \frac{30000}{z} &= 30000 \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10} & \text{--- ①} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{15} & \text{--- ②} \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{z} = \frac{1}{15} & \text{--- ③} \end{cases}$$

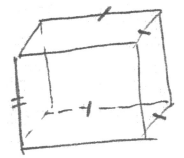
① - ②  $\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{5}{150} = \frac{1}{30} \Rightarrow x = 30$ , 代入 ③  $\Rightarrow \frac{2}{z} = \frac{1}{15} - \frac{1}{30} \Rightarrow z = 60$ .

代入 ②  $\Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{15} - \frac{1}{60} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20} \Rightarrow y = 20$ .

20 #

D. 歪斜：不平行不相交。

考慮長方體任意一邊，與其歪斜者有 4 個邊。  
(1) (2)



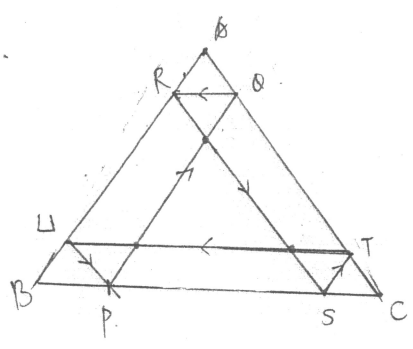
長方體共有 12 個邊。

∴ 共有  $\frac{12 \times 4}{2}$  組歪斜

24 #

A 與 B 歪斜則 B 與 A 也歪斜

E.



∵ ABC 為正三角形 ∴ 各反射路徑邊均平行

$\overline{PQ} = \overline{BS}$ ,  $\overline{RQ} = \overline{SC}$

$\overline{PQ} = \overline{QA}$ ,  $\overline{ST} = \overline{BT}$

$\overline{RS} = \overline{QC}$ ,  $\overline{PU} = \overline{QA}$

∴ 路徑長 =  $\triangle ABC$  之周長 =  $a \times 3 = 24$

24 #

F.

$n=1 \Rightarrow a_3 = a_2 + a_1$

∴  $\langle a_n \rangle$  為等比。

$n=2 \Rightarrow a_4 = a_3 + a_2$

∴ 設公比  $r$

$\Rightarrow \begin{cases} r^2 = r + 1 \\ r^3 = r^2 + r \end{cases}$

$\Rightarrow r^2 - r - 1 = 0$

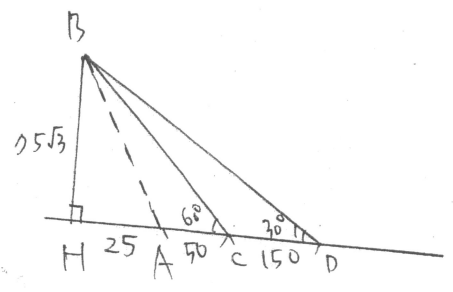
$\times r^3 = 2 - \sqrt{5}$

$\Rightarrow r = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$  (取負)

(∵  $r^3 < 0 \therefore r < 0$ )

$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$  #

G. 三角半徑與直角扯上關係



設  $\overline{BH} = h \Rightarrow \overline{HD} = \sqrt{3}h$  ( $\triangle BHD$ )

$\Rightarrow \overline{AH} = \sqrt{3}h - 200$

$\frac{\overline{BH}}{\overline{HC}} = \frac{h}{\sqrt{3}h - 150} = \frac{\sqrt{3}}{1}$  ( $\triangle BHC$ )

$\Rightarrow h = 3h - 150\sqrt{3} \Rightarrow h = 75\sqrt{3} \Rightarrow \overline{AH} = 25$

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(25\sqrt{3})^2 + (25)^2} = 25\sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 1}$   
 $= 25\sqrt{27+1} = 50\sqrt{7}$

$50\sqrt{7}$  #

H. 設  $f(x)$  除以  $(x^2+x+1)$  餘  $ax+b$

$$\Rightarrow f(x) = (x^2+x+1)Q(x) + ax+b$$

$$\Rightarrow (x+1)f(x) = (x+1)[(x^2+x+1)Q(x) + ax+b]$$

$$\begin{array}{r} a \\ (111) \overline{) a \quad a+b \quad b} \\ \underline{a \quad a \quad a} \\ b \quad b-a \end{array}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (x+1)f(x) &= (x^2+x+1)[(x+1)Q(x)] + (ax+b)(x+1) \\ &= (x^2+x+1)[(x+1)Q(x)] + ax^2+(a+b)x+b \\ &= (x^2+x+1)[(x+1)Q(x)] + a(x^2+x+1) + bx+(b-a) \\ &= (x^2+x+1)[(x+1)Q(x)+a] + bx+(b-a) \end{aligned}$$

也即是  $(x+1)f(x)$  除以  $(x^2+x+1)$  餘  $bx+b-a \Rightarrow \begin{matrix} b=5 \\ b-a=3 \end{matrix} \Rightarrow a=2, b=5$

$2x+5$  \*

I.  $\because P$  為  $\overline{OQ}$  中垂線上的點  $\therefore \overline{PF} = \overline{PO}$

$\therefore P$  在  $\overline{OQ}$  上  $\therefore \overline{PO} = 6 - \overline{PQ}$

$\therefore \overline{PF} = 6 - \overline{PO} \Rightarrow \overline{PO} + \overline{PF} = 6$

$\because \overline{OF} = 4 < 6 \therefore \overline{PO} + \overline{PF} = 6$  為橢圓

其中  $O, F$  為焦點  $2a = 6$

$\therefore$  中心  $(2, 0)$   $2c = 4 \Rightarrow b = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$

橢圓方程式  $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$  \*

J. 20年的開銷 =  $1.6 \times 45 + 49 \times 5 + 36 \times 0.5 + 5.6 \times 4 + 4 \times 3 + 25 \times 0.8 = 661.5$

26年的開銷 =  $16 \times 45 + 97 \times 5 + 74 \times 0.5 + 15 \times 4 + 13 \times 3 + 54 \times 0.8 = 1385.2$

高出  $1385.2 - 661.5 = 723.7$ , 比例 =  $\frac{723.7}{661.5} \approx 1.094 = 109\%$

$109\%$  \*