

1. 質數檢驗法: 若要檢驗 n 是否為質數, 只需要檢查 n 是否有小於或等於 \sqrt{n} 的質因數.

$231 = 3 \times 77$, $232 = 2 \times 116$, $234 = 2 \times 117$, $235 = 5 \times 47$, $236 = 2 \times 118$
 $237 = 3 \times 79$, $238 = 2 \times 119$,

$\therefore 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17$ 都不是 $233, 239$ 之因數 $\Rightarrow 233, 239$ 是質數

(2) #

2. $x^4 + 2x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{4+4}}{2} = \frac{-1 \pm 2\sqrt{2}}{2}$ (平方恆大於等於零)

$\Rightarrow x^2 = \frac{-1+2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-1+2\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow 2$ 解.

(3) #

3. 雙曲線的走向會一直接近漸近線,

所以從五個圖形中去找出一共有 2 條直線 (即漸近線).
使得圖形一直靠近卻永不相交

(4) #

4. * 拋物線標準式 $\begin{cases} \text{① 頂點} \\ \text{② 方向} \\ \text{③ c 值} \end{cases}$

$\begin{cases} \text{① 頂點 } (0,0) \\ \text{② 方向: 上} \\ \text{③ c 值} \end{cases} \Rightarrow x^2 = 4cy$ \because 通過 $(2,2)$
 $\therefore (2,2)$ 代入 $\Rightarrow 4 = 8c \Rightarrow c = \frac{1}{2}$
頂點 $(0, \frac{1}{2})$

(1) #

5. 高於 11 級分 \Rightarrow 12 級分, 13 級分, 14 級分, 15 級分 \Rightarrow 共 7%
約 2% 3% 0% 2%

$12 \text{ 萬} \times 7\% = 8400$

(2) #

6. 必外接圓半徑 \Rightarrow 正弦定理

717 用(學法)

$\therefore \angle ACB = \angle ADC = 45^\circ$

$\therefore \triangle ACD$ 為等腰直角三角形。設 $\overline{AD} = \overline{AC} = x$.

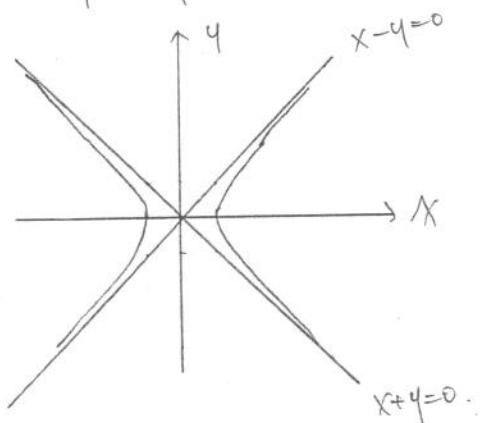
$\frac{\overline{AC}}{\sin B} = c$, $\frac{\overline{AD}}{\sin B} = d$, $\frac{\overline{AE}}{\sin B} = e$

($\triangle ABC$) ($\triangle ABD$)

不難看出 $\overline{AE} < x \therefore c = d > e$

(5) *

7. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow a=b=1, c=\sqrt{2}$. 中心 $(0,0)$. 漸近線 $x \pm y = 0$



(1) 對稱 x 軸和 y 軸 (0)

(2) 同 (1) (x)

(3) 漸近線 $x+y=0$ 和 $x-y=0$ (0)

(4) 焦點 $(\sqrt{2}, 0)$ 和 $(-\sqrt{2}, 0)$ (x)

(5) 頂點 $(1, 0)$ 和 $(-1, 0)$ (0)

(1)(3)(5) *

8. 大絕招: 算四次, 會在最大最小之間

* 小心如果 a, b 範圍有 通過 0. 注意, 此招會有不合到情形.

(1)

	a		
a+b	0	1	
b	0	0	1
	1	1	0

 $\Rightarrow 0 < a+b < 1$
 $\Rightarrow 0 < a+b < 2$ (0)

(2)

	a		
ab	0	1	
b	0	0	0
	1	0	1

 $\Rightarrow 0 < ab < 1$ (0)

(3)

	a		
b-a	0	1	
b	0	0	-1
	1	1	0

 $\Rightarrow -1 < b-a < 1$ (x)

(4)

	a		
$\frac{a}{b}$	0	1	
b	0	?	∞
	1	0	1

 $\Rightarrow 0 < ab$ (x)

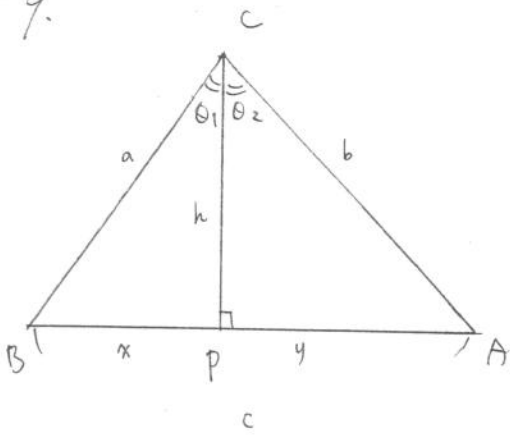
(5)

	a		
a-b	0	1	
b	0	0	1
	1	1	0

 $\Rightarrow 0 < |a-b| < 1$
 $\Rightarrow |a-b| < 1$ (0)

(1)(2)(5) *

9.



$$(1) \cos \theta_1 = \frac{h}{a}, \quad \cos \theta_2 = \frac{h}{b}$$

$$\begin{aligned} \cos C &= \cos(\theta_1 + \theta_2) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\ &\neq \cos \theta_1 + \cos \theta_2 = \frac{h}{a} + \frac{h}{b} \end{aligned}$$

(2)(3)

$$\cos C = \cos(\pi - A - B) = -\cos(A + B)$$

$$\text{又 } \cos B = \frac{x}{a}, \quad \cos A = \frac{y}{b}$$

$$\therefore \cos C = -\cos(A + B) \neq \cos A + \cos B = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$

$$(4) \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \quad (\text{餘弦定理})$$

$$\begin{aligned} (5) \text{ 將 (1) 算完, 即 } \cos C &= \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\ &= \frac{h}{a} \frac{h}{b} - \frac{x}{a} \cdot \frac{y}{b} = \frac{h^2 - xy}{ab} \end{aligned}$$

(4)(5) #

10. 直角三角形與斜率關係

⇒ 垂直兩直線斜率相乘為 -1

∴ m_1, m_2, m_3 必有一正一負 ⇒ $m_1 > 0, m_3 < 0$

(3)(5) #

11. 和差化積: $\cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$

$$(1) \therefore f(x) = \frac{1}{2} (\cos 10x - \cos 12x) = \frac{1}{2} [-2 \sin(-x) \sin(11x)] = \sin x \sin 11x$$

$$(2) |f(x)| = |\sin x \sin 11x| \leq 1 \quad (\because |\sin x| \leq 1, |\sin 11x| \leq 1)$$

$$(3) \text{ 若 } f(x) = 1, \Rightarrow (\sin x = 1 \text{ 且 } \sin 11x = 1) \text{ or } (\sin x = -1 \text{ 且 } \sin 11x = -1)$$

$$\therefore x = 90^\circ + 2k\pi \Leftrightarrow \sin x = 1, \sin 11x = \sin(990^\circ + 22k\pi) = \sin 990^\circ = -1,$$

$$x = -90^\circ + 2k\pi \Leftrightarrow \sin x = -1, \sin 11x = \sin(-990^\circ + 22k\pi) = \sin -990^\circ = 1$$

$$(4) \text{ 若 } f(x) = -1 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin 11x = -1 \end{cases} \text{ or } \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin 11x = 1 \end{cases} \quad (0)$$

15) $\sin x = 0$ 有無限多解 ($x = k\pi$) $\Rightarrow f(x) = 0$ 有無限多解

11 甲 (字) 測

(1)(2)(4)(5) #

12. 三平面相異 \Rightarrow 不重合.

兩兩交於一線 \Rightarrow 不平行

不平行且不重合之三平面相交情形

- ① 三平面交於一點
- ② 三平面交於一線 (恰三線相異)
- ③ 三平面交三線, 兩兩互相平行

即只有 ①, ② 有可能

(3)(4)(5) #

A. $11^{15} = (10+1)^{15} = C_0^{15} 10^{15} + C_1^{15} 10^{14} \cdot 1^1 + \dots + C_{14}^{15} 10^1 \cdot 1^{14} + C_{15}^{15} \cdot 1^{15}$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{100 \text{ 的倍數}}$

$\therefore 11^{15} \div 100 \dots C_{14}^{15} \cdot 10 \cdot 1 + C_{15}^{15} \cdot 1 = 151 \dots 51$

51 #

B. $z = 2 \left(\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7} \right)$

$z \cdot \bar{z} = \left[2 \left(\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7} \right) \right] \cdot \left(\cos \frac{\pi}{7} - i \sin \frac{\pi}{7} \right) = 2 \left[\cos \left(\frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{7} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{7} \right) \right]$

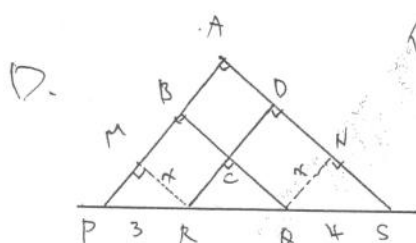
$= 2 \left(\cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7} \right)$

$\frac{9}{14}$ #

C. 半年利率 2%, 期數 = 2

$\therefore Q = 10000 (1 + 2\%)^2 = 10404$

10404 #



作 $\overline{RM} \perp \overline{AP}$, $\overline{QN} \perp \overline{AS}$

\Rightarrow 設正方形 ABCD 之邊長為 $x \Rightarrow \overline{RM} = \overline{QN} = x$

$\Delta PMR \sim \Delta QNS$ (AAA 相似)

$\Rightarrow \frac{\overline{PM}}{\overline{PR}} = \frac{\overline{QN}}{\overline{QS}} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{9-x^2}{9} = \frac{x^2}{16} \Rightarrow x^2 = \frac{144}{25} \Rightarrow x = \frac{12}{5}$

$\frac{12}{5}$ # P4

E.

$$\begin{cases} (5-k)x + 4y - 4z = 0 \\ 4x + (5-k)y + 2z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases} \quad \frac{1}{10} \equiv \text{平面交於一點} \Rightarrow \Delta \neq 0$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 5-k & 4 & -4 \\ 4 & 5-k & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (5-k)^2 - 16 + 8 + 4(5-k) - 2(5-k) - 16 \\ &= (5-k)^2 + 2(5-k) - 24 \\ &= -(5-k+6)(5-k-4) = -(11-k)(1-k) \end{aligned}$$

$\Delta \neq 0 \Rightarrow k \neq 1, 11$ (取 $k < 10$)

1 #

F.

- ①長 1: 4×6 個
- ②長 2: 3×5 個
- ③長 3: 2×4 個
- ④長 4: 1×3 個

} 共 50 個

50 #

G.

巧克力的共有 $\frac{4}{3}\pi(12^3) - \frac{4}{3}\pi(5^3)$ (cm³)

半徑為 2 的巧克力球 1 個需 $\frac{4}{3}\pi(2^3)$ (cm³)

一個可放 $\frac{\frac{4}{3}\pi(12^3) - \frac{4}{3}\pi(5^3)}{\frac{4}{3}\pi(2^3)} = \frac{1728 - 125}{8} = \frac{1603}{8} = 200, \dots$

200 #

H.

事件	c, d, e 全猜對	2 對 1 錯	1 對 2 錯	全錯
報酬	5	2.5	0	0
機率	$\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^3} \times \frac{3!}{2!}$	$\frac{1}{2^3} \times \frac{3!}{2!}$	$\frac{1}{2^3}$

$5 \times \frac{1}{2^3} + 2.5 \times \frac{3}{2^3} = \frac{5}{8} + \frac{15}{16} = 1 + \frac{9}{16}$

$1 + \frac{9}{16}$ #