1、 質數檢驗法：若要檢驗 n 是否為質數，只需要檢查 n 是否有小於或等於 $\sqrt{n}$ 的質因數.

$231 = 3\times 77$ ，$232 = 2\times 116$ ，$234 = 2\times 117$ ，$235 = 5\times 47$，$236 = 2\times 118$

$237 = 3\times 79$ ，$238 = 2\times 119$ ，

而 2、3、5、7、11、13、17 都不是 233、239 之因數 ⇒ 233、239 是質數

(2) #

2、

$x^4+2x^2-1=0 \Rightarrow x^2=\dfrac{-1\pm\sqrt{4+4}}{2}=\dfrac{-1\pm2\sqrt{2}}{2}$ （平方恆大於或等於零）

$\Rightarrow x^2=\dfrac{-1+2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{-1+2\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow 2$ 解.

(3) #

3. 雙曲線的走向會一直接近漸近線，

所以從五個圖形中去找出可以有2條直線(即漸近線)，

使得圖形一直靠近卻永不相交

(4) #

4. 以拋物線標準式
① 頂点
② 方向
③ c 值

① 頂点 (0, 0)
② 方向：上 $\Rightarrow x^2=4cy$
③ c 值.

∵ 通過 (2, 2)

∴ (2, 2) 代入 ⇒ $4=8c \Rightarrow c=\frac{1}{2}$

焦点 $(0, \frac{1}{2})$

(1) #

5、 高於 11 級分 ⇒ 12 級分，13 級分，14 級分，15 級分 ⇒ 共 7%.

約 2%　3%　0%　2%

12萬 × 7% = 8400

(2) #

6. ※外接圓半徑 ⇒ 正弦定理

∵ $\angle ACB = \angle ADC = 45^\circ$

∴ $\triangle ACD$ 為等腰直角三角形. 設 $\overline{AD}=\overline{AC}=x$.

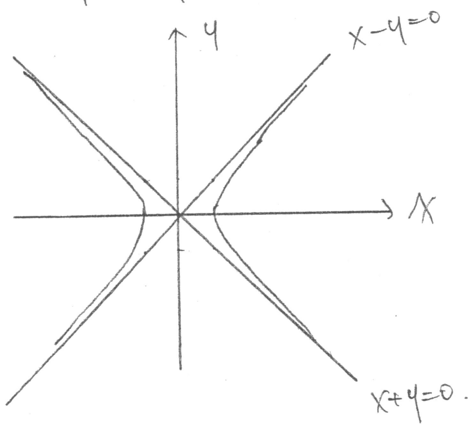
$\overline{AC}$ ∥ $\frac{x}{\sin B}=c$, $\overline{AD}$ ∥ $\frac{x}{\sin B}=d$, $\frac{\overline{AE}}{\sin B}=e$

($\triangle ABC$) ($\triangle ABD$)

不難看出 $\overline{AE}<x$ ∴ $c=d>e$

(5) #

7. $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{1}=1 \Rightarrow a=b=1$, $c=\sqrt{2}$, 中心 $(0,0)$, 漸近線 $x\pm y=0$



(1) 對稱 x 軸和 y 軸 (o)

(2) 同 (1) (x)

(3) 漸近線 $x+y=0$ 和 $x-y=0$ (o)

(4) 焦點 $(\sqrt{2},0)$ 和 $(-\sqrt{2},0)$ (x)

(5) 頂點 $(1,0)$ 和 $(-1,0)$ (o)

(1)(3)(5) #

8.

大絕招: 算四次, 會在最大最小之間

※小心如果 a, b 範圍有涵蓋 0, 要注意, 此招會有不合的情形.

(1)

a+b (b \ a)	0	1
0	0	1
1	1	0

$\Rightarrow 0<a+b<1$

$\Rightarrow 0<a+b<2$ (o)

(2)

ab (b \ a)	0	1
0	0	0
1	0	1

$\Rightarrow 0<ab<1$ (o)

(3)

b−a (b \ a)	0	1
0	0	−1
1	1	0

$\Rightarrow -1<b-a<1$ (x)

(4)

$\frac{a}{b}$ (b \ a)	0	1
0	?	∞
1	0	1

$\Rightarrow 0<ab$ (x)

(5)

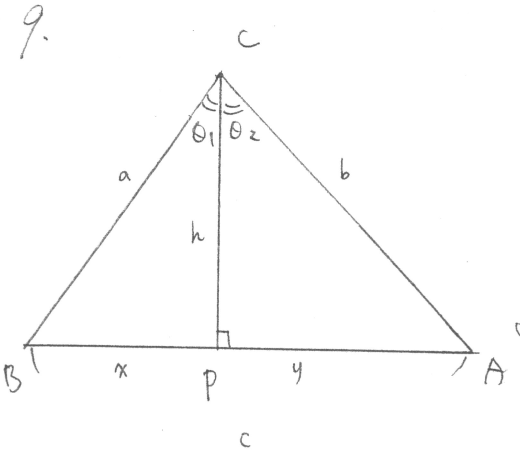
|a−b| (b \ a)	0	1
0	0	1
1	1	0

$\Rightarrow 0<|a-b|<1$

$\Rightarrow |a-b|<1$ (o)

(1)(2)(5) #

9.



(1) $\cos\theta_1 = \frac{h}{a}$，$\cos\theta_2 = \frac{h}{b}$

$\cos C = \cos(\theta_1+\theta_2) = \cos\theta_1\cos\theta_2 - \sin\theta_1\sin\theta_2$

$\neq \cos\theta_1 + \cos\theta_2 = \frac{h}{a} + \frac{h}{b}$

(2)(3) $\cos C = \cos(\pi - A - B) = -\cos(A+B)$.

又 $\cos B = \frac{x}{a}$，$\cos A = \frac{y}{b}$

$\therefore \cos C = -\cos(A+B) \neq \cos A + \cos B = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$

(4) $\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$ （餘弦定理）

(5) 將(1)算完，即 $\cos C = \cos\theta_1\cos\theta_2 - \sin\theta_1\sin\theta_2$

$= \frac{h}{a}\frac{h}{b} - \frac{x}{a}\cdot\frac{y}{b} = \frac{h^2-xy}{ab}$

(4)(5) #

10、直角三角形與斜率關係

⇒ 垂直兩直線斜率相乘為(-1).

$\therefore$ m_1, m_2, m_3 必有一正一負. ⇒ $m_1 > 0$，$m_3 < 0$

(3)(5) #

11、和差化積：$\cos x - \cos y = -2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$

(1) $\therefore f(x) = \frac{1}{2}(\cos 10x - \cos 12x) = \frac{1}{2}\left[-2\sin(-x)\sin(11x)\right] = \sin x \sin 11x$

(2) $|f(x)| = |\sin x \sin 11x| \leq 1$ （$\because |\sin x| \leq 1$，$|\sin 11x| \leq 1$）

(3) 若 $f(x) = 1$，⇒ ($\sin x = 1$ 且 $\sin 11x = 1$) or ($\sin x = -1$ 且 $\sin 11x = -1$)

$\therefore x = 90^\circ + 2k\pi \Leftrightarrow \sin x = 1$，$\sin 11x = \sin(990^\circ + 22k\pi) = \sin 990^\circ = -1$，

$x = -90^\circ + 2k\pi \Leftrightarrow \sin x = -1$，$\sin 11x = \sin(-990^\circ + 22k\pi) = \sin(-990^\circ) = 1$ (x

(4) 若 $f(x) = -1$ ⇒ $\begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin 11x = -1 \end{cases}$ or $\begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin 11x = 1 \end{cases}$ (o)

(5) $\sin x=0$ 有無限多解 $(x=k\pi)$ $\Rightarrow$ $f(x)=0$ 有無限多解

(1)(2)(4)(5) #

12、三平面相異 $\Rightarrow$ 不重合，

兩兩交於一線 $\Rightarrow$ 不平行

不平行且不重合之三平面相交情形
① 三平面交於一點
② 三平面交於一線（稱三線相異）
③ 三平面交三線，兩兩互相平行

即只有 ①、③ 有可能

(3)(4)(5) #

A、$11^{15}=(10+1)^{15}=\underbrace{C_0^{15}10^{15}+C_1^{15}10^{14}\cdot1^1+\cdots+C^{15}10^2\cdot1^{13}}_{100\text{的倍數}}+C_{14}^{15}\cdot10^1\cdot1^{14}+C_{15}^{15}\cdot1^{15}$

$\therefore 11^{15}\div100\cdots C_{14}^{15}\cdot10\cdot1+C_{15}^{15}\cdot1=151\cdots51$

51 #

B、$z=2\left(\cos\frac{\pi}{7}+i\sin\frac{\pi}{7}\right)$

$z\cdot i=\left[2\left(\cos\frac{\pi}{7}+i\sin\frac{\pi}{7}\right)\right]\cdot\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)=2\left[\cos\left(\frac{\pi}{7}+\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{7}+\frac{\pi}{2}\right)\right]$

$=2\left(\cos\frac{9}{14}\pi+i\sin\frac{9}{14}\pi\right)$

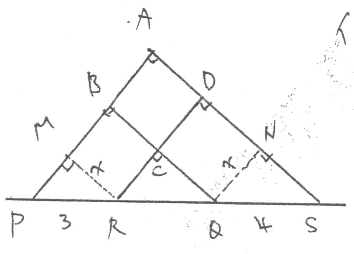
$\frac{9}{14}$ #

C、半年利率 2%，期數 = 2

$\therefore Q=10000(1+2\%)^2=10404$

10404 #

D、



作 $\overline{RM}\perp\overline{AP}$，$\overline{QN}\perp\overline{AS}$

$\Rightarrow$ 設正方形ABCD之邊長為 x $\Rightarrow$ $\overline{RM}=\overline{QN}=x$

$\triangle PMR\sim\triangle QNS$（AAA相似）

$\Rightarrow \frac{\overline{PM}}{\overline{PR}}=\frac{\overline{QN}}{\overline{QS}}\Rightarrow\frac{\sqrt{9-x^2}}{3}=\frac{x}{4}\Rightarrow\frac{9-x^2}{9}=\frac{x^2}{16}\Rightarrow x^2=\frac{144}{25}\Rightarrow x=\frac{12}{5}$

$\frac{12}{5}$ #

E、

$$\begin{cases}(5-k)x+4y-4z=0\\4x+(5-k)y+2z=0\\x+y\quad+z=0\end{cases}$$ 若三平面交於一點 $\Rightarrow \Delta \neq 0$

$$\Delta=\begin{vmatrix}5-k & 4 & -4\\4 & 5-k & 2\\1 & 1 & 1\end{vmatrix}=(5-k)^2-16+8+4(5-k)-2(5-k)-16$$

$$=(5-k)^2+2(5-k)-24$$

$$=(5-k+6)(5-k-4)=(11-k)(1-k)$$

$\Delta \neq 0 \Rightarrow k \neq 1, 11$ （取 $k<10$）

$\underline{1}$ ※

F、

邊長1： 4×6 個

邊長2： 3×5 個

邊長3： 2×4 個

邊長4： 1×3 個

共 50個

$\underline{50}$ ※

G. 巧克力共有 $\frac{4}{3}\pi(12^3)-\frac{4}{3}\pi(5^3)$ (cm^3)

半徑為2的巧克力球1個需 $\frac{4}{3}\pi(2^3)$ (cm^3)

可做 $$\frac{\frac{4}{3}\pi(12^3)-\frac{4}{3}\pi(5^3)}{\frac{4}{3}\pi(2^3)}=\frac{1728-125}{8}=\frac{1603}{8}=200.\cdots$$

$\underline{200}$ ※

H.

事件	C,D,E全猜對	2對1錯	1對2錯	全錯
報酬	5	2.5	0	0
機率	$\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^3}\times\frac{3!}{2!}$	$\frac{1}{2^3}\times\frac{3!}{2!}$	$\frac{1}{2^3}$

$$5\times\frac{1}{2^3}+2.5\times\frac{3}{2^3}=\frac{5}{8}+\frac{15}{16}=1+\frac{9}{16}$$

$\underline{1+\frac{9}{16}}$ ※