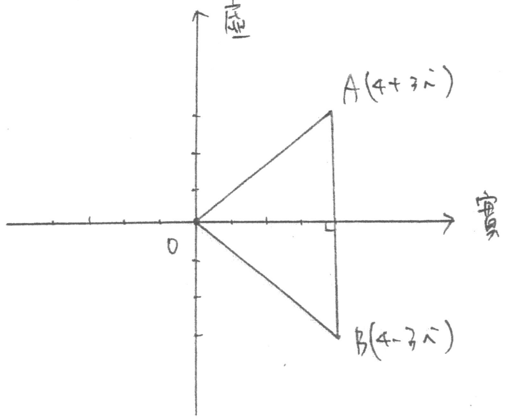
1. 整係數方程式有一根 $4+3i$，$\Rightarrow$ 有另一根 $4-3i$



$\overline{AB}=6$，O 到 AB 的高 $=4$

$\therefore \triangle OAB$ 的面積 $=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$

(3) #

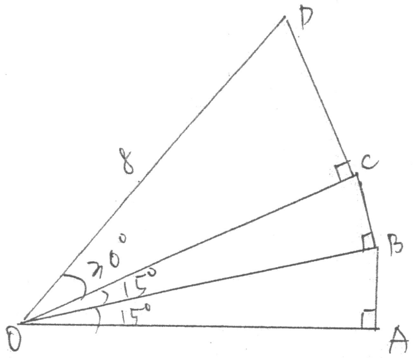
2. $n(S)=C^{16}_{2}=\frac{16\times 15}{2}=120$

$n(A)=C^{16}_{2}-C^{4}_{1}\times C^{4}_{2}=120-24=96$ $\qquad \frac{96}{120}=\frac{4}{5}$

↑ 全 $\qquad$ ↑ 2格在同一行

(5) #

3.



$\because \overline{OD}=8 \Rightarrow \overline{OC}=8\cos 30^\circ$

$\Rightarrow \overline{OB}=8\cos 30^\circ\cos 15^\circ$

$\Rightarrow \overline{AB}=8\cos 30^\circ\cos 15^\circ\sin 15^\circ$

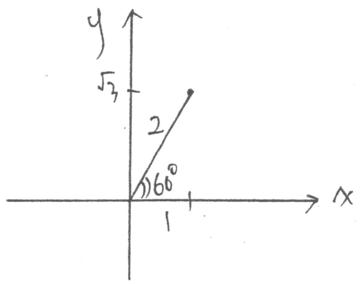
$=4\cos 30^\circ(2\sin 15^\circ\cos 15^\circ)$

$=4\cos 30^\circ\sin 30^\circ$

$=2\sin 60^\circ=\sqrt{3}$

(4) #

4. $\sqrt{3}\cos\theta+\sin\theta=\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta=2\sin(\theta+60^\circ)\approx\sqrt{2}$



$\therefore 74+60^\circ=134^\circ$ 最接近

(4) #

5. 以指數方式成長，每2小時成長為2倍，即每小時 $\sqrt{2}$ 倍

$3 \quad : \quad 3 \quad : \quad \sqrt[3]{3}$

又 t 小時後 B 除以 A 約是 10.

$$\frac{(\sqrt[3]{3})^t}{(\sqrt{2})^t} = 10 \Rightarrow \left(\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}}\right)^t = 10$$

(未知數在指數位置 ⇒ 取 log)

$$\log\left(\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}}\right)^t = \log 10 \Rightarrow t\left(\frac{1}{3}\log 3 - \frac{1}{2}\log 2\right) = 1$$

$$\Rightarrow (0.1590 - 0.1505)t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{0.0085} \approx 117$$

(5) #

6. 25 是 a, b 之最大公因數 $\therefore 25 | a, 25 | b$

3, 4, 14 都是 b, c 之公因數 $\therefore [3,4,14] | b, [3,4,14] | c$

注意是最小公倍數
而不是 $3\times4\times14$

$84 | b, 84 | c$

$\Rightarrow 25 | a, \underbrace{[25,84]}_{=2100} | b, 84 | c$

(1) $84 | c$ 無法推得 $56 | c$

(2) 由上述可得知 $2100 | b$

(3) $a \le 100$ 又 $25 | a \Rightarrow a = 25, 50, 75$

若 $a = 50 \Rightarrow (a, b) = 50$ →←

若 $a = 75 \Rightarrow (a, b) = 75$ →←

$\therefore a = 25$

(4) $(a,b,c) | (a,b) \Rightarrow (a,b,c) | 25$

(5)
$25 | a$
$2100 | b$
$84 | c$
$\Rightarrow [25, 2100, 84] | [a,b,c] \Rightarrow 25\times3\times4\times7 | [a,b,c]$

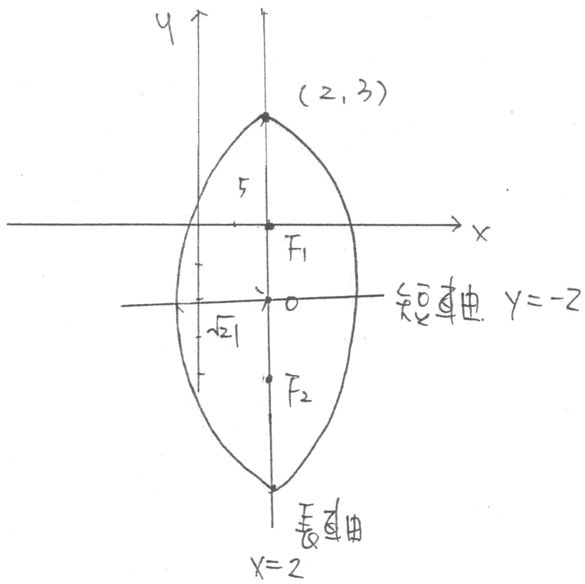
(2)(3)(4) #

7. $\sqrt{(x-2)^2+y^2}+\sqrt{(x-2)^2+(y+4)^2}=10$，(像橢圓定義式，要檢查 $2a$, $2c$ 關係)

設 $F_1(2,0)$，$F_2(2,-4)$ $\Rightarrow$ $\overline{F_1F_2}=4<10=2a$

∴此圖形為橢圓，焦點為 F_1、F_2， $a=5$, $c=2$ $\Rightarrow$ $b=\sqrt{21}$

$(a^2=b^2+c^2)$



中心 $(2,-2)$

(4)(5) 可由右圖得知

(1)(3)(4)(5) #

8. 可設此數列 $\langle a_n\rangle$ 為 $4-2d,\ 4-d,\ 4,\ 4+d$

∵ $0<4-2d<2 \Rightarrow -4<-2d<-2 \Rightarrow 1<d<2$

$\Rightarrow \langle b_n\rangle$ 為 $2^{4-2d},\ 2^{4-d},\ 2^4,\ 2^{4+d}$

∴不難發現 $\langle b_n\rangle$ 為等比數列且公比 $=4^d$ ($<4^d<16$)

(1) b_1, b_2, b_3, b_4 為等比數列

(2) $2^{4-2d}<2^{4-d} \Rightarrow b_1<b_2$

(3) $2^{4-d}>2^2=4 \Rightarrow b_2>4$

(4) $2^{4+d}>2^5=32 \Rightarrow b_4>32$

(5) $b_2\times b_4=2^{4-d}\times 2^{4+d}=2^8=256$

(1)(2)(3)(4)(5) #

9. 從選項中發現 $g(x)=x-a$ 的類型才在選項

∴設 $g(x)=x-a$，$f(x)=3x^3+bx^2+2x+d$ $\Big\langle$ 甲生：$2x^3+bx^2+2x+d$；乙生：$3x^3+bx^2-2x+d$

甲生算的餘式 $2a^3+ba^2+2a+d$

乙生算的餘式 $3a^3+ba^2-2a+d$

$\Rightarrow 2a^3+ba^2+2a+d=3a^3+ba^2-2a+d$

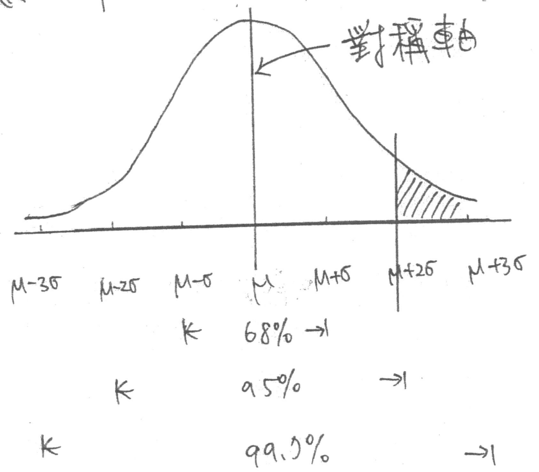
$\Rightarrow -a^3+4a=0 \Rightarrow a^3-4a=0 \Rightarrow a(a^2-4)=0 \Rightarrow a=0$ or 2 or -2

$\therefore g(x)=x$ or $x-2$ or $x+2$

(1)(3)(5) #

10. (1)(2)

常態分佈：① 平均 55 $= \mu$ ② 標準差 12.5 $= \sigma$



$\therefore$ 平均在55公斤以上佔50%（$=\mu$）

平均在80公斤以上佔 $\frac{100-95}{2}\% = 2.5\%$（$80 = \mu+2\sigma$）

∵ 從樣本就直接看直方圖

(3) 中位數 $=50\% \Rightarrow$ 小於 55公斤

(4) 第一四分位數 $=25\% \Rightarrow$ 大於 45公斤

(5) 超過80公斤比例 > 超過85公斤比例 = 5%

(1)(2)(4)(5) #

11. (1) 4 最佳分解為 $2\times2 \Rightarrow F(4)=\frac{2}{2}=1$

(2) 24 最佳分解為 $4\times6 \Rightarrow F(24)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

(3) 27 最佳分解為 $3\times9 \Rightarrow F(27)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

(4) 若 n 是質數，n 只有唯一分解 $1\times n \Rightarrow$ 最佳分解 $1\times n \Rightarrow F(n)=\frac{1}{n}$

(5) 若 n 是完全平方數，$\sqrt{n}$ 為正整數且最佳分解為 $\sqrt{n}\times\sqrt{n} \Rightarrow F(n)=\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}}=1$

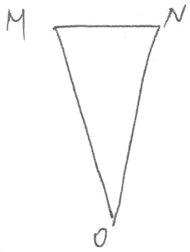
(1)(3)(4)(5) #

A. 男生 $=261\times2+249\times1+255\times1$，女生 $=249\times1+255\times1+235\times2$

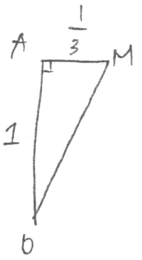
男生：女生 $=1026:974 \Rightarrow \frac{1026}{974} \doteqdot 1.053 \Rightarrow 105:100$

105 #

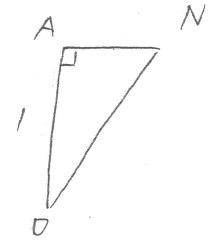
B. [法一]

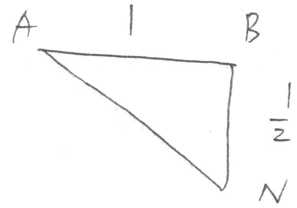
欲求 $\cos\angle MON$ ⇒  要先知道 $\overline{MN}$、$\overline{MO}$、$\overline{NO}$ 長

∵ 正方體沒說邊長，不妨假設邊長為 1.



$\Rightarrow \overline{OM} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{10}}{3}$

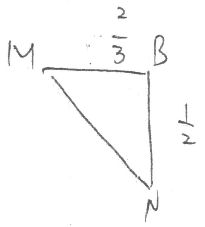




⇓

$\overline{AN} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{4}}$

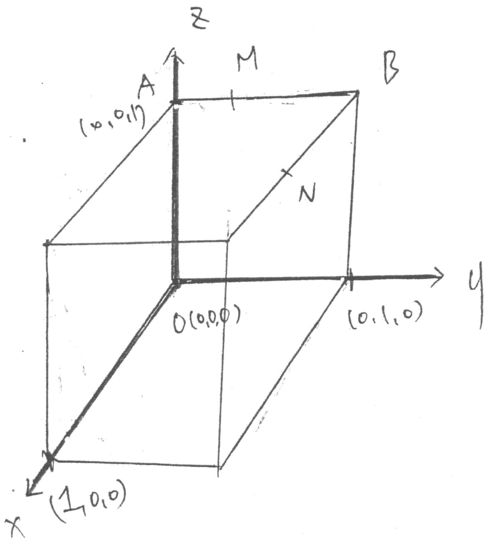
$\Rightarrow \overline{ON} = \sqrt{1^2 + \left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2} = \frac{3}{2}$



$\Rightarrow \overline{MN} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$

$$\therefore \cos\angle MON = \frac{\overline{OM}^2 + \overline{ON}^2 - \overline{MN}^2}{2\cdot\overline{OM}\cdot\overline{ON}} = \frac{\frac{10}{9} + \frac{9}{4} - \frac{25}{36}}{2\cdot\frac{\sqrt{10}}{3}\cdot\frac{3}{2}} = \frac{\frac{96}{36}}{\sqrt{10}} = \frac{8}{3}\times\frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{4\sqrt{10}}{15}$$

[法二]



坐標化

$M(0, \frac{1}{3}, 1)$

$N(\frac{1}{2}, 1, 1)$

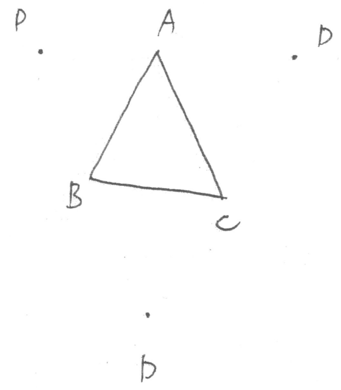
$O(0, 0, 0)$

$$\cos\theta = \frac{\vec{OM}\cdot\vec{ON}}{|\vec{OM}||\vec{ON}|} = \frac{\frac{1}{3}+1}{\sqrt{\frac{1}{9}+1}\ \sqrt{\frac{1}{4}+1+1}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{\sqrt{10}}{3}\times\frac{3}{2}} = \frac{8}{3\sqrt{10}} = \frac{4\sqrt{10}}{15}$$

$\frac{4\sqrt{10}}{15}$ #

C. 設 $A(-6,-2)$, $B(2,-1)$, $C(1,2)$, D為欲求之第四點

四點為菱形 ⇒ 即為對角線互相垂直之平行四邊形.



⇒ ① $ABCD$: $D=(-6,-2)+(1,2)-(2,-1)=(-7,1)$

② $ADBC$: $D=(-6,-2)+(2,-1)-(1,2)=(-5,-5)$

③ $ABDC$: $D=(2,-1)+(1,2)-(-6,-2)=(9,3)$

① $\overrightarrow{AC}=(7,4)$, $\overrightarrow{BD}=(-9,2)$ ∴ $\overrightarrow{AC} \not\perp \overrightarrow{BD}$ (不合)

② $\overrightarrow{AB}=(8,1)$, $\overrightarrow{CD}=(-6,-7)$ ∴ $\overrightarrow{AB} \not\perp \overrightarrow{CD}$ (不合)

③ $\overrightarrow{AD}=(15,5)$, $\overrightarrow{BC}=(-1,3)$ ∴ $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{BC}$

$(9,3)$ #

D. 設 $ABCD$ 外接圓半徑 R.

此外接圓也是 $\triangle BCD$ 之外接圓, 由正弦定理知 $\dfrac{6}{\sin 30^\circ}=2R$

$\triangle ABD$ $\dfrac{\overline{AD}}{\sin 45^\circ}=2R$

$$\therefore \frac{6}{\sin 30^\circ}=\frac{\overline{AD}}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \overline{AD}=\frac{6}{\frac{1}{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}=\sqrt{72}$$

$\sqrt{72}$ #

E. 不可能買甲.乙.(沒有價格比甲.乙還低的鞋)

買	送
丙	2 (甲.乙)
丁	2
戊	2
己	5 (甲.乙.丙.丁.戊)
庚	5
辛	5

$\Rightarrow 2\times 3+5\times 3=21$

21 #

F.

體育類 + 新聞類 + 綜藝類 : $2!\times 3!\times 4! = 288$

體育類 + 綜藝類 + 新聞類 : $2!\times 4!\times 3! = 288$

> 576

576 #

G. 第1個圖所用白地磚個數：$3+2+3$ （一行一行加）

2 ：$3+2+3+(2+3)$

3 ：$3+2+3+(2+3)+(2+3)$

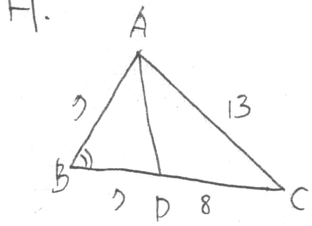
⋮

不難發現是首項 $=8$，公差 $=5$ 的等差數列

$\Rightarrow a_{95}=8+5\times 94=478$

$\underline{478}$ #

H.



設 $\overline{AD}=x$

$$\cos B=\frac{7^2+7^2-x^2}{2\cdot 7\cdot 7}=\frac{7^2+15^2-13^2}{2\cdot 7\cdot 15}$$

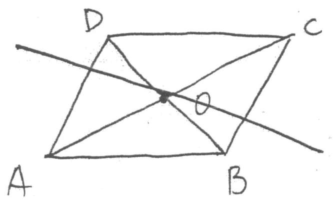
（看 $\triangle ABD$） （看 $\triangle ABC$）

$\Rightarrow 15(49+49-x^2)=7(49+225-169)=105\times 7$

$\Rightarrow 98-x^2=49 \Rightarrow x^2=49 \Rightarrow x=\pm 7$

$\underline{7}$ #

I、請注意數據，不難發現 ABCD 為平行四邊形



設 O 為平行四邊形 ABCD 之中心

※ 任意直線通過 O ~~必~~ 將 ABCD 面積平分

$\therefore y=m(x-7)+4$ 也是通過 O

O 為 A、C 或 B、D 之中點 $(5,3)$，代入直線．

$\therefore 3=m(-2)+4 \Rightarrow m=\frac{1}{2}$

$\underline{\frac{1}{2}}$ #