康熹文化

103 學年度學科能力測驗模擬試卷

數學考科解答卷

答　案

第壹部分：選擇題

一、單選題：

1. (2)　2. (2)　3. (5)　4. (5)　5. (1)　6. (3)　7. (2)

二、多選題：

8. (3)(5)　9. (1)(2)(4)　10. (2)(4)(5)　11. (1)(4)(5)　12. (2)(3)(5)　13. (2)(4)(5)

第貳部分：選填題

A. $(-4,7,10)$　B. $(3,33)$　C. $(\sqrt{2},\sqrt{2},-\sqrt{2})$　D. $(44,65)$　E. 3　F. $\frac{24}{25}$　G. 25

解　析

第壹部分：選擇題

一、單選題：

1. $\triangle ACD \sim \triangle DCB$

$\Rightarrow \overline{CD}=\sqrt{\overline{AC}\times\overline{BC}}=\sqrt{2(11+\sqrt{21})}=\sqrt{22+2\sqrt{21}}=1+\sqrt{21}\approx 1+4.6=5.6$，故選(2)．

2. (1) $90°<\theta<135°$ 時，$\sin\theta+\cos\theta>0$，但 $135°<\theta<180°$ 時，$\sin\theta+\cos\theta<0$．

(2) $90°<\theta<180°$ 時，$\sin\theta>0$，$\tan\theta<0\Rightarrow\sin\theta-\tan\theta>0$．

(3) $\cos(180°-\theta)=-\cos\theta$．　(4) $\sin(540°+\theta)=\sin(180°+\theta)=-\sin\theta$．

(5) $\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}=\dfrac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\cos^2\frac{\theta}{2}}=\dfrac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}=\tan\dfrac{\theta}{2}$，$45°<\dfrac{\theta}{2}<90°\Rightarrow\tan\dfrac{\theta}{2}>1$．

故只有(2)恆成立．

3. ①因為 $f(2-i)=0\Rightarrow$ 令 $x=2-i\Rightarrow x-2=-i\Rightarrow x^2-4x+5=0$．

②因為 $f(1+i)=0\Rightarrow$ 令 $x=1+i\Rightarrow x-1=i\Rightarrow x^2-2x+2=0$．

③表示 $f(x)=(x^2-4x+5)(x^2-2x+2)=[(x^2-x+1)+(-3x+4)][(x^2-x+1)+(-x+1)]$

$=(x^2\quad -x\quad 1+\ )Q\quad (x\ +)\quad -(\ x\quad 3+\ =(x^2-x+1)Q(x)+3x^2-7x+4$

$=(x^2-x+1)Q(x)+3(x^2-x+1)+(-4x+1)=(x^2\quad -x\quad 1+'\ )Q\quad (x\ +)\quad -,$

所以 $(x^4-x^3+x^2-x+1)f(x)=[x^2(x^2-x+1)+(-x+1)]f(x)$

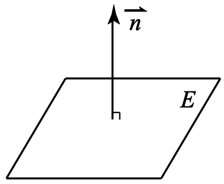
$=x^2(x^2-x+1)f(x)+(-x+1)f(x)$

$= x^2(\ x^2 - \ x 1 + \ ) \ f(\ x) \ -(\ x + ^2 \ 1 \ ) x \ [- (\ x + \ \ Q$

$= (x^2 - \ x \ 1 '') Q + (x \ +) \ -(x \ + \ = (x^2 - x + 1)Q''(x) + 4(x^2 - x + 1) + (-x - 3)$

$= (x^2 \ - x \ 1 + ') Q ' \ (x \ +) \ .$

4. 平面 $E: 3x - 2y + z = 5$， $\overrightarrow{n} = (3, -2, 1) \perp E$ ．



(1)平面 $3x - 2y + z = 1$ 法向量 $\overrightarrow{n_1} = (3, -2, 1) // \overrightarrow{n} \Rightarrow$ 平行 E ．

(2)平面 $x - 2y + 3z = 0$ 法向量 $\overrightarrow{n_2} = (1, -2, 3)$，

$\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{n_2} = (3, -2, 1) \cdot (1, -2, 3) = 3 + 4 + 3 \neq 0$，表示兩平面沒有互相垂直．

(3)直線 $\begin{cases} 2x - y - z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \end{cases}$ 的方向向量為 $\overrightarrow{v_1} = (\alpha, \beta, \gamma)$

$\Rightarrow \alpha : \beta : \gamma = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 : -3 : 5$，

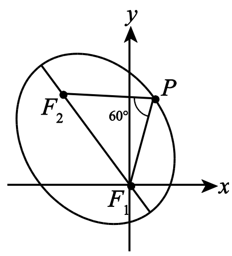
取 $\overrightarrow{v_1} = (1, -3, 5)$，但 $\overrightarrow{v_1} \not\parallel \overrightarrow{n}$，所以直線與平面沒有互相垂直．

(4)直線 $x = t + 2$， $y = 2t - 3$， $z = t + 1$， $t \in \mathbb{R}$，方向向量 $\overrightarrow{v_2} = (1, 2, 1) \not\parallel \overrightarrow{n}$，所以不合．

(5)直線 $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y - 1}{-2} = \dfrac{z + 2}{1}$，方向向量 $\overrightarrow{v_3} = (3, -2, 1) // \overrightarrow{n}$ ．

故只有(5)合乎條件．

5. 橢圓 $\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x + 6)^2 + (y - 8)^2} = 16$，



二焦點 $F_1(0, 0)$， $F_2(-6, 8)$， $2a = 16$

$\Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ \overline{F_1F_2} = 2c = 10 \Rightarrow c = 5 \end{cases}$

$\Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 64 - 25 = 39$，

因為 $\overline{F_1F_2}^2 = \overline{PF_1}^2 + \overline{PF_2}^2 - 2\overline{PF_1} \times \overline{PF_2} \cos 60°$，

$(\ c2^2 =) \ \overline{P_1} \ (\overline{F} \ _2 P^2 \ \overline{F}) \ _1 2P \ \overline{F_2} \ -\overline{P} \ F \frac{1}{2} \times \ P_2 \ F \ ^2 \ P (\overline{F2}$

$\Rightarrow 3\overline{PF_1} \times \overline{PF_2} = (2a)^2 - (2c)^2 = 4(a^2 - c^2) = 4 \times 39 \Rightarrow \overline{PF_1} \times \overline{PF_2} = 4 \times 13$，

$\triangle F_1PF_2$ 面積 $= \dfrac{1}{2} \overline{PF_1} \times \overline{PF_2} \sin 60° = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 13 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 13\sqrt{3}$ ．

6. $f(x)=5\times\dfrac{(x-23)(x-27)}{(21-23)(21-27)}+12\times\dfrac{(x-21)(x-27)}{(23-21)(23-27)}+30\times\dfrac{(x-21)(x-23)}{(27-21)(27-23)}$，

表示 $f(21)=5$， $f(23)=12$， $f(27)=30$，

因為 $y=f(x)$ 與 $y=g(x)$ 二圖形交二點，分別在 $x=21$ 與 $x=23$

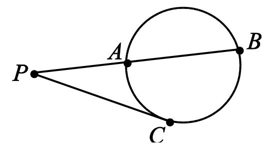
$\Rightarrow g(21)=f(21)=5$ 且 $g(23)=f(23)=12$，又 $g(19)=3$

$\Rightarrow g(x)=3\times\dfrac{(x-21)(x-23)}{(19-21)(19-23)}+5\times\dfrac{(x-19)(x-23)}{(21-19)(21-23)}+12\times\dfrac{(x-19)(x-21)}{(23-19)(23-21)}$

$\Rightarrow g(27)=3\times\dfrac{(27-21)(27-23)}{(-2)(-4)}+5\times\dfrac{(27-19)(27-23)}{2\times(-2)}+12\times\dfrac{(27-19)(27-21)}{4\times 2}$

$=3\times\dfrac{6\times 4}{8}+5\times\dfrac{8\times 4}{-4}+12 \quad = 9 \ -40+ \ 7$，故選(3)．

7. ①因為 $\overleftrightarrow{PB}$ 為割線，交圓於 A， B，



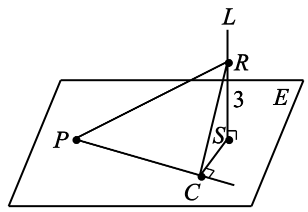
$\overleftrightarrow{PC}$ 為切線，切圓於 C，

所以 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}^2=100\Rightarrow\overline{PC}=10$．

②直線 L 垂直平面 E，交平面 E 於 S，

又 $\overline{SC}\perp\overline{PC}$，根據三垂線定理，

$\overline{RC}\perp\overline{PC}$，且 $\overline{SC}=$ 圓半徑 4， $\overline{RS}=3$，



所以 $\overline{RC}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，又 $\overline{PC}=10$，所以 $\overline{PR}=\sqrt{\overline{PC}^2+\overline{RC}^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$ ．

故選(2)．

二、多選題：

8. 設動點 $P(x, y)$， $A(1, 2)$， $B(-1,-2)$， $C(1,-2)$ ．

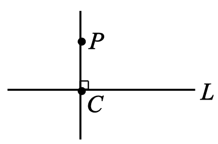
(1) $\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}=2\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2}\Rightarrow\overline{PA}=2\overline{PB}$，

因為若 $\overline{PA}=k\overline{PB}$， $k\neq 1$ 時， P 的軌跡為一圓．

(2) $\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}=|x-y+2|=\sqrt{2}\cdot\dfrac{|x-y+2|}{\sqrt{2}}$，

若 L 為 $x-y+2=0\Rightarrow\overline{PC}=\sqrt{2}d(P, L)$ 非拋物線也非直線．

(3) $\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}=\dfrac{|x-y-3|}{\sqrt{2}}$，若 L 為 $x-y-3=0$



$\Rightarrow\overline{PC}=d(P, L)$，但 C 落在 L 上，

所以圖形為過 C 點並與 L 垂直的直線．

(4) $|\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}-\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2}|=2\sqrt{5}$

$\Rightarrow|\overline{PA}-\overline{PB}|=2\sqrt{5}$，但 $\overline{AB}=2\sqrt{5}$，所以圖形為二射線．

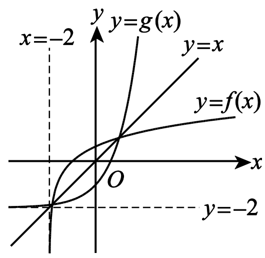
(5) $|\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}-\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2}|=0\Rightarrow|\overline{PA}-\overline{PB}|=0$

$\Rightarrow\overline{PA}=\overline{PB}\Rightarrow P$ 的軌跡為 $\overline{AB}$ 垂直平分線．

故選(3)(5)．

9\. (1) $y=f(x)=\log_3(x+2)$ 為遞增函數，

所以 $y=2014$ 與 $y=f(x)$ 二圖形必有交點．



(2) $y=f(x)$ 與 $y=g(x)$ 圖形互相對稱直線 $y=x$，

因為 $x+2=0$ 為 $y=f(x)$ 的漸近線，

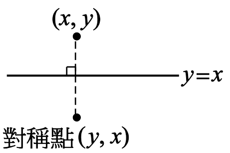
所以 $y+2=0$ 為 $y=g(x)$ 的漸近線

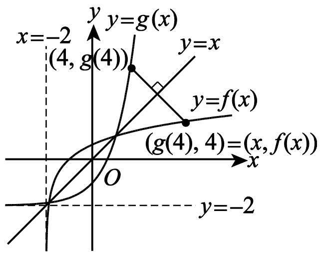
$\Rightarrow y=g(x)$ 與 $y+2=0$ 不相交．

(3)因為 $f(-1)=\log_3(-1+2)=\log_3 1=0$，

所以 $f(-1)\times f(1)\times f(3)\times\cdots\times f(103)=$ (．

(4)①





② $(g(4),4)=(x,f(x))$，

當 $f(x)=4=\log_3(x+2)$

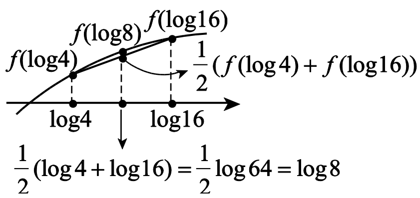
$\Rightarrow 3^4=x+\ \ 2\Rightarrow x=$

$\Rightarrow g(\ \ 4)=\ )$ ．

(5) $y=f(x)$ 圖形凹向下，

由圖知：$\frac{1}{2}(f(\log 4)+f(\log 16))<f\ \ (\log 8$

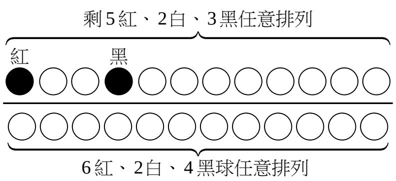
$\Rightarrow f(\log 4)+f(\log 16)<2f(\log 8)$ ．



故選(1)(2)(4)．

10\. (1)(2) $\begin{cases}第一次取中黑球的機率為\dfrac{y}{6+x+y}=\dfrac{1}{3}\\ 白球最後被取完的機率為\dfrac{x}{6+x+y}=\dfrac{1}{6}\end{cases}\Rightarrow x=2,\quad y=4$ ．

(3) P(第一次取紅球且第四次取中黑球)$=$



$=\dfrac{\dfrac{10!}{5!2!3!}}{\dfrac{12!}{6!2!4!}}=\dfrac{2}{11}$ ．

(4) $\dfrac{\overbrace{\text{●●●●●●}}\overset{\text{2白、4黑任意排列}}{\overbrace{\text{○○○○○○}}}}{\text{○○}\cdots\text{○}}=\dfrac{\text{6紅一組與其他2白4黑任意排列}}{\text{6紅、2白、4黑任意排列}}=\dfrac{\frac{7!}{2!4!}}{\frac{12!}{6!2!4!}}=\dfrac{1}{132}$.

(5) P(黑球比白球先被取完)$=P$(2 白 4 黑最後取中白球)$=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$.

故選(2)(4)(5) .

11. $L:\sqrt{3}x-y+2=0$.

(1) $ax+by+c=0$，若 $b\neq 0$，則直線斜率為 $-\dfrac{a}{b}\Rightarrow m=\sqrt{3}$.

(2) $m=\tan\theta$ 且 $\cos 2\theta=\dfrac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}=\dfrac{1-m^2}{1+m^2}=\dfrac{1-3}{1+3}=-\dfrac{2}{4}=-\dfrac{1}{2}$.

(3) $\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}^n=\begin{bmatrix}\cos n\theta & -\sin n\theta\\ \sin n\theta & \cos n\theta\end{bmatrix}$ 或 $\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}^n=\begin{bmatrix}\cos n\theta & \sin n\theta\\ -\sin n\theta & \cos n\theta\end{bmatrix}$,

但 $\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ \sin\theta & -\cos\theta\end{bmatrix}^n\neq\begin{bmatrix}\cos n\theta & \sin n\theta\\ \sin n\theta & -\cos n\theta\end{bmatrix}$，所以(3)不成立 .

(4) $\sin 2\theta=\dfrac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}=\dfrac{2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow P=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$， $P^2=\begin{bmatrix}\frac{-1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{-1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=I$

$\Rightarrow P^3=P^2P=IP=P\Rightarrow P^4=I$， $P^5=P$.

(5) $P+P^2+P^3+\cdots+P^{10}=P+I+P+I+\cdots+P+I$

$=5(P+I)=5\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}+1 & \frac{\sqrt{3}}{2}+0\\ \frac{\sqrt{3}}{2}+0 & \frac{1}{2}+1\end{bmatrix}=5\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{3}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{5}{2} & \frac{5\sqrt{3}}{2}\\ \frac{5\sqrt{3}}{2} & \frac{15}{2}\end{bmatrix}$. 故選(1)(4)(5) .

12. (1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos(\alpha+\beta)=5\times 13\cos(\alpha+\beta)=-39\Rightarrow\cos(\alpha+\beta)=-\dfrac{3}{5}$,

但 $\cos\alpha=\dfrac{7}{25}\Rightarrow\sin\alpha=\dfrac{24}{25}$ 且 $\cos(\alpha+\beta)=-\dfrac{3}{5}$， $\sin(\alpha+\beta)=\dfrac{4}{5}$,

所以 $\cos\beta=\cos[(\alpha+\beta)-\alpha]=\cos(\alpha+\beta)\cos\alpha+\sin(\alpha+\beta)\sin\alpha$

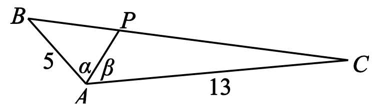
$=\dfrac{-3}{5}\times\dfrac{7}{25}+\dfrac{4}{5}\times\dfrac{24}{25}=\dfrac{75}{125}=\dfrac{3}{5}$.

(2) $\begin{cases} \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AD}||\overrightarrow{AC}|\cos\beta=15\times13\times\frac{3}{5}=117 \\ \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AD}||\overrightarrow{AB}|\cos\alpha=15\times5\times\frac{7}{25}=21 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}>\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}$.

(3)(4) $\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}\Rightarrow\begin{cases} \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=x|\overrightarrow{AB}|^2+y\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=x\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+y|\overrightarrow{AC}|^2 \end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases} 21=25x-39y \\ 117=-39x+169y \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} 25x-39y=21 \\ 39x-169y=-117 \end{cases}$，(3)合(4)不合 .

(5) $\frac{\overline{BP}}{\overline{CP}}=\frac{\triangle ABP}{\triangle ACP}=\frac{\frac{1}{2}\cdot5\cdot\overline{AP}\cdot\sin\alpha}{\frac{1}{2}\cdot13\cdot\overline{AP}\cdot\sin\beta}=\frac{5\cdot\frac{24}{25}}{13\cdot\frac{4}{5}}=\frac{6}{13}$,



根據分點公式 $\Rightarrow\overrightarrow{AP}=\frac{13}{6+13}\overrightarrow{AB}+\frac{6}{6+13}\overrightarrow{AC}=\frac{13}{19}\overrightarrow{AB}+\frac{6}{19}\overrightarrow{AC}$.

故選(2)(3)(5) .

13. (1) y 對 x 的迴歸直線為 $y=r\cdot\frac{\sigma_y}{\sigma_x}x+k=\frac{3}{4}x+20$,

所以 $\frac{3}{4}=r\cdot\frac{\sigma_y}{\sigma_x}=r\cdot\frac{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i-\mu_y)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)^2}}=r\cdot\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{64}}=r\cdot\frac{12}{8}=r\cdot\frac{3}{2}\Rightarrow r=\frac{1}{2}$.

(2) $y=\frac{3}{4}x+20$ 直線必通過 $(\mu_x,\ \mu_y)\Rightarrow\mu_y=\frac{3}{4}\mu_x+20$

$\Rightarrow\mu_y=\frac{3}{4}\times64+20=48+20=68$.

(3)標準化後 y' 對 x' 的迴歸直線為 $y'=r'x'$，因為 $\sigma_{x'}=\sigma_{y'}=1$

$\Rightarrow y'=\frac{1}{2}x'\Rightarrow m=\frac{1}{2}$.

(4) $\sigma_x=\frac{8}{\sqrt{n}}<\sigma_y=\frac{12}{\sqrt{n}}\Rightarrow$ 國文成績分布趨勢較集中 .

(5) $\frac{\frac{x_i-\mu_x}{\sigma_x}}{\frac{y_i-\mu_y}{\sigma_y}}=\frac{\frac{75-64}{\frac{8}{\sqrt{n}}}}{\frac{90-68}{\frac{12}{\sqrt{n}}}}=\frac{3}{4}<1$ 表英文成績較國文成績出色 .

故選(2)(4)(5) .

第貳部分：選填題

A. $\begin{bmatrix} x_1-2x_2+3x_3 & y_1-2y_2+3y_3 & z_1-2z_2+3z_3 \\ 2x_1-x_3 & 2y_1-y_3 & 2z_1-z_3 \\ 3x_1+x_2+x_3 & 3y_1+y_2+y_3 & 3z_1+z_2+z_3 \end{bmatrix}X=\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix}X$，

但已知 $\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix}X=\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix}X$

$=\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -4 \\ 7 \\ 10 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}\Rightarrow(a,b,c)=(-4,7,10)$.

B. 設伸卡球、指叉球、曲球、滑球分配數量各為 x， y， z， u 個

$\Rightarrow x+y+z+u=50$，但 $x\geq 10$， $y\geq 10$， $z\geq 0$， $u\geq 0$

$\Rightarrow x-10\geq 0$， $y-10\geq 0$，令 $x'=x-10\geq 0$， $y'=y-10\geq 0\Rightarrow x=x'+10$， $y=y'+10$，

$\therefore x'+10+y'+10+z+u=50\Rightarrow x'+y'+z+u=30$，

其中 $x'\geq 0$， $y'\geq 0$， $z\geq 0$， $u\geq 0$ 的非負整數解

為 $H^4_{30}=C^{4+30-1}_{30}=C^{33}_{30}=C^{33}_3=C^n_m$，故 $(m,n)=(3,33)$.

C. $(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b})\cdot\overrightarrow{c}=(\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix},\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix},\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix})\cdot(x,y,z)=(3,3,-3)\cdot(x,y,z)=3(x+y-z)$，

$\because (x^2+y^2+z^2)(1^2+1^2+(-1)^2)\geq(x+y-z)^2$，

但 $x^2+y^2+z^2=6\Rightarrow 6\times 3\geq(x+y-z)^2\Rightarrow -3\sqrt{2}\leq x+y-z\leq 3\sqrt{2}$，

當 $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-1}=t\Rightarrow x=t$， $y=t$， $z=-t$ 時，

$\because x^2+y^2+z^2=6\Rightarrow 3t^2=6\Rightarrow t=\pm\sqrt{2}$，表示 $t=\sqrt{2}$ 時， $(x,y,z)=(\sqrt{2},\sqrt{2},-\sqrt{2})$，

$(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b})\cdot\overrightarrow{c}=3(3\sqrt{2})=9\sqrt{2}$ 最大，故 $\overrightarrow{c}=(\sqrt{2},\sqrt{2},-\sqrt{2})$.

D. $a_{10}=1+(1+2)+(1+2+3)+\cdots+(1+2+\cdots+10)$

$=1\times 10+2\times 9+3\times 8+\cdots+10\times 1=\sum_{k=1}^{10}k(11-k)=\frac{10\times 11\times 12}{6}$

$\Rightarrow\frac{1}{a_{10}}=\frac{6}{10\times 11\times 12}=6\times\frac{1}{10\times 11\times 12}=6\times\frac{1}{2}(\frac{1}{10\times 11}-\frac{1}{11\times 12})=3(\frac{1}{10\times 11}-\frac{1}{11\times 12})$，

$a_9=1+(1+2)+\cdots+(1+2+\cdots+9)=\frac{9\times 10\times 11}{6}\Rightarrow\frac{1}{a_9}=3(\frac{1}{9\times 10}-\frac{1}{10\times 11})$，

$\therefore$原式$=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{10}}=3(\frac{1}{1\times 2}-\frac{1}{2\times 3})+3(\frac{1}{2\times 3}-\frac{1}{3\times 4})+\cdots+3(\frac{1}{10\times 11}-\frac{1}{11\times 12})$

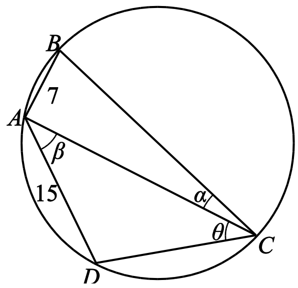
$=3(\frac{1}{1\times 2}-\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{2\times 3}-\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{10\times 11}-\frac{1}{11\times 12})$

$=3(\frac{1}{2}-\frac{1}{132})=3\times\frac{65}{132}=\frac{q}{p}$，故 $(p,q)=(44,65)$.

E. 依題意可得 $C_2^{12}-mC_2^3+m-nC_2^4+n=57\Rightarrow 66-3m+m-6n+n=57$

$\Rightarrow 2m+5n=9$， $m,n\in\mathbb{N}$，故取 $m=2$， $n=1\Rightarrow m+n=3$.

F. 設圓半徑為 R， $\angle ACD=\theta$.



(1)△ ABC 中： $\frac{\overline{AB}}{\sin\alpha}=2R\Rightarrow\frac{7}{\frac{7}{25}}=2R\Rightarrow 2R=25$.

(2)△ ADC 中： $\frac{\overline{CD}}{\sin\beta}=2R\Rightarrow\frac{\overline{CD}}{\frac{3}{5}}=25$

$\Rightarrow\overline{CD}=25\times\frac{3}{5}=15$.

(3)$\because$ $\overline{AD}=\overline{CD}=15\Rightarrow\theta=\beta$

$\Rightarrow\sin\angle ADC=\sin(180^\circ-2\beta)=\sin 2\beta=2\sin\beta\cos\beta=2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25}$.

G. $\log_2 a+2\log_4 b-3\log_{\frac{1}{8}} c=4\Rightarrow\log_2 a+\frac{2}{2}\log_2 b-3\times(-\frac{1}{3})\log_2 c=4$

$\Rightarrow\log_2 a+\log_2 b+\log_2 c=4\Rightarrow\log_2 abc=4\Rightarrow abc=2^4=16$,

但 $a=\log_7 9=2\log_7 3$， $b=\log_3 x$， $c=\log_{\sqrt{5}} 49=\frac{2}{\frac{1}{2}}\log_5 7=4\log_5 7$

$\Rightarrow(2\log_7 3)(\log_3 x)(4\log_5 7)=16\Rightarrow 8(\log_5 7)(\log_7 3)(\log_3 x)=16$

$\Rightarrow 8\log_5 x=16\Rightarrow\log_5 x=2\Rightarrow x=5^2=25$.