

# 103年 指定科目考試模擬試題 數學乙

## 答案與解析

### 答案

#### 第壹部分：選擇題

1.	4	2.	3	3.	134	4.	125	5.	1	6.	12	7.	1345	8.	-	9.	1	10.	-
11.	7	12.	1	13.	2	14.	7	15.	1	16.	2								

#### 第貳部分：非選擇題

一、(1)  $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ ; (2) 8; (3)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ 。

二、各為 320 噸、240 噸、80 噸。

### 解析

#### 第壹部分：選擇題

##### 一、單選題：

1. **答案** 4

**概念中心** 第二冊第 4 章數據分析。

**解析** 設 65 歲以上約占全體人口的  $x\%$ ，  
因為 15~64 歲人口約占全體人口的 74%，  
所以 0~14 歲人口約占全體人口的  
(100-74-x)%

$$\Rightarrow \frac{x}{26-x} = 0.805 \Rightarrow x \approx 11.6, \text{ 選(4)。}$$

2. **答案** 3

**概念中心** 第一冊第 3 章指數、對數函數。

**解析** 設年利率約為  $x$ ，依題意： $(1+x)^{20}=20$ ，  
兩邊取對數  $\Rightarrow 20\log(1+x)=\log 20$

$$\Rightarrow \log(1+x) = \frac{\log 20}{20} = \frac{1+\log 2}{20} \approx \frac{1.301}{20} \\ = 0.06505,$$

查表  $\Rightarrow 1+x \approx 1.161 \Rightarrow x \approx 0.161 = 16.1\%$ ，  
選(3)。

##### 二、多選題：

3. **答案** 134

**概念中心** 選修下冊(乙)第 1 章(數列的極限)

**解析** (1)  $\circ : 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$ 。

(2)  $\times : 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} - \dots = \frac{1}{1-(-\frac{1}{2})} = \frac{2}{3}$ 。

(3)  $\circ : 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$ 。

(4)  $\circ : 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \dots = \frac{1}{1-(-\frac{1}{3})} = \frac{3}{4}$ 。

(5)  $\times : 3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots = \frac{3}{1-\frac{2}{3}} = 9$ 。

選(1)(3)(4)。

4. **答案** 125

**概念中心** 第二冊第 3 章機率。

**解析** (1)(2) ○：每位學生被抽中的機率相等，都是

$$\frac{1}{14}。$$

$$(3) \times : \frac{C_1^{40}}{C_3^{42}} = \frac{1 \times 2 \times 3}{42 \times 41}。$$

(4) ×：方案三中，小敏、小杰都被抽中的機率為  $\frac{1}{6} \cdot \frac{C_1^5}{C_3^5} = \frac{1}{42}。$

$$(5) \circ : \frac{C_1^5}{C_2^6} = \frac{1}{3}。$$

選(1)(2)(5)。

**5. 答案 1**

**概念中心** 選修上冊(乙)第1章(信賴區間與信心水準)

**解析** (1) ○：最大誤差  $e = 2 \times \frac{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{n}}$   
 $\Rightarrow n = \frac{4\hat{p}(1-\hat{p})}{e^2} = \frac{4 \times 0.4 \times 0.6}{(0.04)^2}$   
 $= 600。$

(2) ×：不能作此推論。

(3) ×：不能作此推論。

(4) ×：樣本比率  $\hat{p}$  可能不同。

(5) ×：不能作此推論。

選(1)。

**6. 答案 12**

**概念中心** 第三冊第2章(直線方程式與線性規劃)

**解析** (1) ○。

(2) ○：比斜率 -1 的直線更為傾斜。

(3) ×： $y \leq m_1x + a \Rightarrow$  可行解區域在直線  $y = m_1x + a$  解區域的下方  
 $\Rightarrow L_2$  方程式為  $y = m_1x + a$ ，  
 而  $L_1$  方程式為  $y = m_2x + b$ 。

(4) ×： $L_1 \perp L_2 \Rightarrow m_1m_2 = -1$ ，又  $m_1 < -1$   
 $\Rightarrow 0 < m_2 < 1 \Rightarrow m_1 + m_2 < 0$ 。

(5) ×：應該在 A 點有最大值。

選(1)(2)。

**7. 答案 1345**

**概念中心** 選修上冊(乙)第1章(隨機變數期望值、標準差)

**解析** X 可能為 3, 4, 5, 6

$$(1) X=3 \Rightarrow 3 \text{ 張 } 1 \Rightarrow P(X=3) = \frac{1}{C_3^6} = \frac{1}{20}。$$

$$(2) X=4 \Rightarrow 2 \text{ 張 } 1、1 \text{ 張 } 2$$

$$\Rightarrow P(X=4) = \frac{C_2^3 C_1^3}{C_3^6} = \frac{9}{20}$$

$$(3) X=5 \Rightarrow 1 \text{ 張 } 1、2 \text{ 張 } 2$$

$$\Rightarrow P(X=5) = \frac{C_1^3 C_2^3}{C_3^6} = \frac{9}{20}。$$

$$X=6 \Rightarrow 3 \text{ 張 } 2 \Rightarrow P(X=6) = \frac{1}{C_3^6} = \frac{1}{20}，$$

$$P(X=5) + P(X=6) = \frac{9}{20} + \frac{1}{20} = \frac{1}{2}。$$

(4)(5)

X 的期望值  $E(X)$

$$= 3 \times \frac{1}{20} + 4 \times \frac{9}{20} + 5 \times \frac{9}{20} + 6 \times \frac{1}{20}$$

$$= \frac{9}{2}，$$

$$E(X^2) = 3^2 \times \frac{1}{20} + 4^2 \times \frac{9}{20} + 5^2 \times \frac{9}{20} +$$

$$6^2 \times \frac{1}{20}$$

$$= \frac{414}{20}，$$

$$X \text{ 的變異數 } \sigma^2 = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$= \frac{414}{20} - \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{9}{20}，$$

$$X \text{ 的標準差 } \sigma = \sqrt{\frac{9}{20}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}。$$

選(1)(3)(4)(5)。

**三、選填題：**

**A. 答案 -1, -7**

**概念中心** 第一冊第2章多項式函數

**解析**  $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$  是  $x^2 + 4x + 4$  的倍式，所以只要考慮  $2x^2 + 7x + 1$  除以  $x^2 + 4x + 4$  的餘式，  
 $2x^2 + 7x + 1 = 2(x^2 + 4x + 4) + (-x - 7)$ ，  
 則  $a = -1, b = -7$ 。

**B. 答案  $\frac{12}{7}$**

**概念中心** 第三冊第三章平面向量

**解析**  $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b} = (1+2t, -2+3t)$ ，

$\vec{a}, \vec{c}$  兩向量張成的平行四邊形面積

$$= \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1+2t & -2+3t \end{vmatrix} \text{ 的絕對值}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1+2t & -2+3t \end{vmatrix} = \pm 12 \Rightarrow t = \pm \frac{12}{7}，$$

但  $t > 0 \Rightarrow t = \frac{12}{7}。$

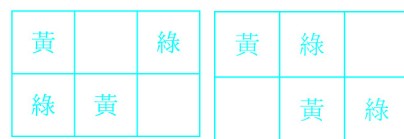
**C. 答案 12**

**概念中心** 第二冊第2章排列、組合

**解析** (1) 先考慮左上角塗黃色，再選一格塗黃色，有 3 種方法：



再考慮綠色，有 2 種方法：



② 有 0 種方法。

黃		黃

③

黃		
		黃

再考慮綠色，有 2 種方法：

黃	綠	
綠		黃

黃		綠
	綠	黃

左上角塗黃色的方法有 4 種。

(2) 左上角塗綠色、紅色的方法也有 4 種，共有 12 種方法。

## 第貳部分：非選擇題

一、**答案** (1)  $A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ ; (2) 8;

(3)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$

**概念中心** 第四冊第 3 章(矩陣的運算)

**解析** (1)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ 。

(2)  $A$  的行列式值  $= \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 12 - 4 = 8$ 。

(3)  $A^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ 。

二、**答案** 各為 **320 噸、240 噸、80 噸**

**概念中心** 第四冊第 3 章(線性方程組)

**解析** 設原本乙、丙、丁三家公司每個月芝麻油的銷售量各為  $x, y, z$  噸，

依題意：
$$\begin{cases} x = y + z \\ \frac{x + 640}{6} = \frac{y + 240}{3} = \frac{z + 80}{1} \end{cases}$$

解得  $x = 320, y = 240, z = 80$ ，

故原本乙、丙、丁三家公司每個月芝麻油的銷售量各為 320 噸、240 噸、80 噸。