一、是非題(每題二分)

 下列為同學在學習過本學期數學後所提出的敘述，正確的請畫記A，錯誤的請畫記B。

( )1.小浩：「正多邊形的邊數是奇數時，其對稱軸為各邊的中垂線也是各內角的角平分線。」

( )2.嵃仔：「箏形一定有內心，不一定有外心。」

( )3.阿璇：「三角形三中垂線交點為重心。」

( )4.阿濬：「三角形的內心到三角形的三頂點距離相等。」

( )5.阿珊：「三角形內心一定在三角形內部，三角形的外心一定在三角形外部。」

( )6.阿翰：「兩條直線L、M被另一直線所截時，若有一組同側內角互補則L // M。」

( )7.皓仔：「任意兩奇數的和必為偶數。」

( )8.阿翔：「當k為大於0的整數時，我們可以用$2k+1$來代表所有的正奇數。」

( )9.晴晴：「若有某數被7除餘5，我們可以用$7k-2$ (當k為整數時)來表示。」

( )10.阿博：「若有某數$A=4k+4$，則$A$必為4的倍數。」

二、選擇題(每題四分)：四個選項中若沒有完全正確的選項，請選擇最適合的答案，並劃記在答案卡。

 本大題圖形皆僅供參考，請勿直接測量選擇答案，且題號數字越大題目越難。

11.△ABC為銳角三角形，O點為其外心，若$∠BAC=80^{°}$，則$∠BOC$的度數為何？

 (A) $40^{°}$ (B) $160^{°}$ (C) $20^{°}$或$160^{°}$ (D) $200^{°}$

12.在△ABC中，I點為其內心，若$∠BAC=40^{°}$，則$∠BIC$的度數為何？

 (A) $110^{°}$ (B) $80^{°}$ (C) $70^{°}$或$110^{°}$ (D) $100^{°}$

13.有一直角三角形三邊長分別為16、30、34，試求通過此三角形三頂點的外接圓半徑？

 (A) 8 (B) 15 (C) 17 (D) 17π



14.在△ABC中，D、E、F三點分別為$\overbar{BC}$、$\overbar{AC}、\overbar{AB}$的中點，若G為△ABC的重心。

 若$\overbar{AD} $= 5、$\overbar{BE} $=$ \sqrt{73}、\overbar{CF} $=$ 2\sqrt{13}$，請問$\overbar{GE}$ =？

 (A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{73}}{3}$ (C)$ \frac{2\sqrt{13}}{3}$ (D) $\frac{10}{3}$

15.有一正六邊形的邊長為3，試問其內切圓半徑為多少？

 (A) 3 (B) $\frac{9}{2}$ (C) $\frac{9}{2}\sqrt{3}$ (D) $ \frac{3}{2}\sqrt{3}$

16.辰辰、涵涵兩人欲證明「任意一個偶數與任意一個奇數的和是奇數」，各自提出自己的證明方法如下。

|  |  |
| --- | --- |
| 辰辰的證法 | 涵涵的證法 |
| 假設奇數a=2m+1、偶數b=2m，其中m為整數。a+b=2m+1+2m =4m+1∵4m為偶數∴4m+1為奇數故得證任意一個偶數與任意一個奇數的和是奇數 | 假設奇數a=2m+1、偶數b=2n，其中m、n為整數。a+b=2m+1+2n =2(m+n)+1∵2(m+n)為偶數∴2(m+n)+1為奇數故得證任意一個偶數與任意一個奇數的和是奇數 |

 判斷辰辰與涵涵的證明誰對誰錯?

 (A) 兩人都正確 (B) 辰辰正確，涵涵錯誤

 (C) 辰辰錯誤，涵涵正確 (D) 兩人都錯誤

17.已知：如右圖，∠BCD = ∠1+∠2

 試證：$\overbar{AB}$ // $\overbar{DE}$

 判斷阿如與大潁的證明誰對誰錯?

|  |  |
| --- | --- |
| 阿如的證明方法： | 大潁的證明方法： |
| 延長$\rightharpoonaccent{BC}$交$\overbar{DE}$於F∵∠BCD為△CFD的外角∴∠BCD = ∠BFD+∠2又∵∠BCD = ∠1+∠2∴∠BFD = ∠1=> $\overbar{AB}$ // $\overbar{DE}$ (內錯角相等) | 過C作直線L平行$\overbar{AB}$與$\overbar{DE}$ ∵ L//$\overbar{AB}$，L//$\overbar{DE}$ ∴∠1=∠3，∠2=∠4 =>∠BCD = ∠3+∠4 ∵∠BCD = ∠1+∠2 ∴ $\overbar{AB}$ // $\overbar{DE}$ |

 (A) 兩人都正確 (B) 阿如正確，大潁錯誤

 (C) 阿如錯誤，大潁正確 (D) 兩人都錯誤

18.已知$\rightharpoonaccent{BD}$為角平分線，∠DEB=∠DFB=$90^{°}$，欲證明「角平分線上任

 一點到其所平分角的兩邊等距離。」試問用到下列哪個全等性質？

 (A) AAS全等性質 (B) RHS全等性質

 (C) SSS 全等性質 (D) SAS全等性質

19.如右圖，$\overbar{BC}$ // $\overbar{AD}$，$\overbar{AB}=\frac{16}{3}$，$\overbar{BC}=4$，$\overbar{AC}=6$，$\overbar{AD}=9$

 試問利用何種性質判斷△ACB〜△DAC？

 (A) SAS全等 (B) AA相似 (C) SSS相似 (D) SAS相似

20.如右圖，I為△ABC的內心，三邊長分為$\overbar{AB}$ = 6、$\overbar{BC}$ = 8、$\overbar{AC}$ = 10，試問

 △AIB的面積：△BIC的面積：△AIC的面積=？

 (A) 3：5：4 (B) 4：5：3 (C) 3：4：5 (D) 5：4：3

21. 下列為同學對於三角形的外心、內心與重心所在位置的描述何者錯誤？

 (A) 小伃：「正三角形的外心、內心與重心在同一點。」

 (B) 錡錡：「等腰三角形的內心與外心在頂角的角平分線上。」

 (C) 揚揚：「直角三角形的內心與外心在直角與外心的連線上。」

 (D) 小捷：「等腰直角三角形的外心、內心與重心在同一直線上。」

22. 下列為同學對於多邊形的外心與內心的描述何者錯誤？

 (A) 阿州：「三角形一定有外心與內心。」

 (B) 小蘿：「若四邊形有外心，則對角必互補。」

 (C) 恩恩：「任意的正N邊形，一定有內心與外心，且內心與外心在同一點。」

 (D) 思思：「任意的多邊形都可以透過各邊的中垂線來判斷是否能找到內心。」

23.坐標平面上有一梯形ABCD，其中A(1,0)、B(6,5)、C(4,8)、D(1,5)，$\overbar{AB}//\overbar{CD}$，

 E、F分別為$\overbar{AD}$、$\overbar{BC}$中點，試求梯形兩腰中點的連線$\overbar{EF}= $？

 (A) $5\sqrt{2}$ (B) $4\sqrt{2}$ (C) $5\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{3}$

24.在△ABC中，其三邊長分別為10、10、16。試求此三角形的內切圓半徑？

 (A) $2$ (B) $\frac{8}{3}$ (C) $\frac{16}{3}$ (D) $ 4$

25.在△ABC中，$\overbar{AD}$分別為∠BAC的角平分線，若$\overbar{AB}$ = 10、$\overbar{AC}$= 4，

 則$\overbar{CD}$：$\overbar{BD}$的比值為？

 (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

26.四邊形ABCD為一個平行四邊形，E、F、G三點分別$\overbar{AB}$、$\overbar{BC}$、$\overbar{AD}$的中點，

 且$\overbar{AF}$、$\overbar{CE}$交於H點。若四邊形AHCG面積為10，請問平行四邊形

 ABCD面積為？

 (A) 24 (B) 28 (C) 30 (D) 32

27.在△ABC中，G為其重心，若$\overbar{AB}=8$、$\overbar{BC}=15$、$\overbar{AC}=17$，

 試求G至$\overbar{AC}$的垂直距離？

 (A) $\frac{17}{6}$ (B) 5 (C) $ \frac{40}{17}$ (D) $\frac{80}{17}$

28.平面上有兩個直角三角形將其中一邊緊貼在一起(如右圖)，∠ACB=∠DAC=$90^{°}$

且$\overbar{AB}=25$、$\overbar{BC}=7$、$\overbar{AD}=18$，假設I1、I2分別為△ABC、△ACD的內心，

試求$\overbar{I\_{1}I\_{2}}= $？

 (A) $18$ (B) 15 (C) $9\sqrt{5}$ (D) $3\sqrt{34}$

29.有一半圓如右圖所示，其中C為弧AB的中點，P為弧AC上(不含點A、C)

的任意點，下列有四位同學提出的四種作圖方法何者能畫出一個圓同時與

弧AC相切於P點且與直徑$\overbar{AB}$相切？(右圖為示意圖不是實際圖形)

 (A) 阿樺：「連接$\overbar{OP}$，作$\overbar{OA}$的中垂線，交於$\overbar{OP}$於Q，以Q為圓心，$\overbar{PQ}$長為半徑畫圓，圓Q即為所求。」

 (B) 阿寧：「連接$\overbar{OP}$，接著連接$\overbar{AP}$，並作$∠PAO$的角平分線與$\overbar{OP}$相交於Q，以Q為圓心，$\overbar{PQ}$長為半徑畫圓，圓Q即為所求。」

 (C) 蛋黃：「連接$\overbar{OP}$，過P點作與半圓圓弧相切的直線，並與$\rightharpoonaccent{BA}$的延長線交於D，作$∠PDB$的角平分線與$\overbar{OP}$相交於Q，以Q為圓心，$\overbar{PQ}$長為半徑畫圓，圓Q即為所求。」

 (D) 小碩：「連接$\overbar{OC}$，作$\overbar{OC}$的中垂線，與$∠COA$的角平分線，設兩線交於Q，以Q為圓心，$\overbar{PQ}$長為半徑畫圓，圓Q即為所求。」

30. 本題的證明由六位同學依分工各自完成，由於不小心弄亂了證明的

 順序(每一步驟證明過程都是正確的)，請試著依證明的順序加以排

 列。

已知：如上圖，圖中主要包含一個半圓O及小圓P，小圓P分別與弧AB及$\overbar{AB}$相切G、E兩點，$\overbar{CD}⊥\overbar{AB}$

 且與小圓相切於F點、交弧AB與$\overbar{AB}$於C、D兩點。

 試證：$\overbar{BC}=\overbar{BE}$。

 證明：1. 連接$\overbar{GF}$、$\overbar{FB}$、$\overbar{GP}$、$\overbar{OP}$、$\overbar{PF}$。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 小祈提出步驟a | 緯仔提出步驟b | 小賀提出步驟c |
| 連接$\overbar{AG}$∵$\overbar{AB}$為直徑 ∴$∠AGB$=$90^{°}$∵$\overbar{CD}⊥\overbar{AB}$ ∴$∠FDA$=$90^{°}$∵四邊形ADFG對角互補∴A、D、F、G四點共圓=>$\overbar{BF}×\overbar{BG} $= $\overbar{BD}×\overbar{BA}$(外冪) | 連接$\overbar{AC}$在△ABC中∵$\overbar{AB}$為直徑 ∴$∠ACB$=$90^{°}$ 又因$\overbar{CD}⊥\overbar{AB}$ 所以$\overbar{BC}^{2}$ = $\overbar{BD}×\overbar{BA}$(母子相似)又因$\overbar{BF}×\overbar{BG} $= $\overbar{BD}×\overbar{BA}$所以$\overbar{BC}^{2}$= $\overbar{BF}×\overbar{BG}$  | ∵F為小圓P與$\overbar{CD}$的切點∴$\overbar{PF}$⊥$\overbar{CD}$ => $\overbar{PF}$ // $\overbar{OB}$ 又因G、P、O在同一直線上所以$∠GPF$=$∠GOB$ (同位角)∵△GPF、△GOB皆為等腰三角形∴$∠GFP$=$∠PGF$=$∠GBO$=>△GPF〜△GOB => G、F、B在同一直線上 |
| 阿蓉提出步驟d | 阿璉提出步驟e | 心心提出步驟f |
| ∵$\overbar{BE}^{2}$ = $\overbar{BF}×\overbar{BG}$  且 $\overbar{BC}^{2}$ = $\overbar{BF}×\overbar{BG}$∴$\overbar{BC}^{2}$ = $\overbar{BE}^{2}$ => 故得證$ \overbar{BC}=\overbar{BE}$ | ∵$\overbar{BE}$切小圓P於E 且$\overbar{BG}$交小圓P於F、G兩點∴$\overbar{BE}^{2}$ = $\overbar{BF}×\overbar{BG}$ | ∵G為小圓P與半圓O的切點∴G、P、O在同一直線上 |

請由下列選項中挑選出最適合的答案？

 (A) c→f→a→b→e→d (B) c→f→e→a→b→d

 (C) f→c→e→b→a→d (D) f→c→e→a→b→d